4° A. civ. Hederich
115 u (1

Google

E 156.

Digitized by Google

Digitized by Google

Elemente der Dachformen

oder

Darstellung und Ausmittelung der verschiedensten Arten von Dachkörpern, mit Hinweisung auf ihre Entstehung und Zerlegung,

nebst

Andeutung zur Berechnung derselben.

Von

Hermann Hederich.

[1. Text]

Mit einem Atlas von 36 Steindrucktafeln in Folio.

Weimar,
Verlag von T. F. A. Kühn.
1858.

Digitized by Google

BAYERISCHE
STAATS-
BIBLIOTHEK
MUENCHEN

Digitized by Google

Vorwort.

Der Gegenstand des vorliegenden Werkchens hat bereits seit vielen Jahren meine Aufmerksamkeit gefesselt, indem er nicht nur dem practischen Baumeister, namentlich dem Zimmermeister, unentbehrlich ist, sondern weil er auch bei seiner weiteren Verfolgung ein höchst interessantes Formenspiel gewährt, welches letztere dadurch einen hohen Werth erreicht, daß es eine unendliche Menge von Aufgaben darbietet, welche der Lehrer in der mannigfaltigsten Weise ausbeuten und als ein vortreffliches Mittel, seine Schüler an ernstes und anhaltendes Nachdenken zu gewöhnen, benutzen kann. Als ein besonderer Theil der Geometrie, oder aus derselben hergeleitet, dient dieser Gegenstand nicht minder zu einer ausgezeichneten Verstandesübung; denn er bedingt, gleich anderen Zweigen der angewandten Mathematik, eine klare Anschauung, und kräftiget das Vorstellungsvermögen.

Bisher ist diesem Gegenstande nicht genug Aufmerksamkeit geschenkt worden, da man ihn in Schriften und Werken über die Zimmerkunst stets nur beiläufig, gewissermaßen der Vollständigkeit wegen, erwähnt, und nur einige wenige Hauptformen erklärt findet. — Im Jahre 1840

Digitized by Google

erschien von Johann Gierth ein sehr werthvolles Werk über „Ausmittelungen und Werksätze," welches jedoch im ersten Theile, die Ausmittelungen betreffend, eine Menge auf unrichtigen Annahmen beruhende Irrthümer enthält. Solche Irrthümer stellen sich dar durch ungeregelte Anordnung der Dachflächen. — Als ich vorliegende Schrift bereits beendet hatte, kam mir ein kleineres Werk als das genannte: „Ausmittelung und Schiftung von Stövesandt 1856" zu Gesicht, und ich fand, daß dasselbe, da es nur das Nöthigste enthält, ebenfalls nur eine Darstellung der Hauptfälle geben soll, ohne den innigen Zusammenhang und die Verwandtschaft der verschiedenen Formen näher zu beleuchten, oder auf das unendliche Spiel der Zusammensetzungen einzugehen u. s. f.

Die Ausmittelungslehre muß systematisch geordnet sein und überall die mathematische Unterlage mindestens andeuten, damit der Schüler im Zusammenhange mit dieser vorzuschreiten vermag. Wie beim Studium einer jeden Wissenschaft, so sind auch hier die erforderlichen Erklärungen bestehender Regeln oder Gesetze vorauszusenden, ehe die Abweichungen und Ausnahmen vorgetragen werden können.

Die Darstellungsweise muß rein elementarisch, zugleich aber auch populär sein, damit das Vorgetragene leicht verstanden und eingesehen werde; aus letzterem Grunde kann ein Lehrer sich nicht deutlich und einfach genug ausdrücken. Bei dem Unterrichte darf keine Kleinigkeit unerwähnt bleiben, jede Linie, jeder Punkt müssen erklärt werden, wie man sie findet, was sie bedeuten, wozu sie dienen. Die verschiedenen Wege, dasselbe Ziel zu erreichen; richtige und falsche Annahmen, sowie die Verglei-

Digitized by Google

chung der dadurch gewonnenen Resultate; die Untersuchung guter und schlechter Ausmittelungen, und die Gründe, warum dieselben gut oder nicht gut seien, müssen dem Schüler unbedingt angegeben und erklärt werden, sofern der fragliche Unterrichtsgegenstand für das practische Leben überhaupt Nutzen bringen soll. — Ein guter Lehrer, vorzugsweise aber der Elementarlehrer, muß dem Bergmanne gleichen, welcher in seinen Schacht hinabsteigt, daselbst nicht allein das blinkende Silber, sondern auch den Unrath umarbeitet, um das edle Metall zu säubern und zu Tage zu fördern! — Dieser bildliche Ausdruck bezeichnet zugleich mein Ziel, sowie das Mittel, jenes zu erreichen. Ob mein Zweck vollständig gelungen, weiß ich nicht, indeß wünsche ich, ihm nahe gekommen zu sein.

Es ist eine schwere Aufgabe, über einen Gegenstand, welcher bereits von gediegenen Männern bearbeitet worden ist, zu schreiben; denn von einer neuen Schrift erwartet man, daß sie etwas „Neues" bringe. Soweit als möglich suchte ich dieser Anforderung nachzukommen, indem ich die Formen, nach einer gewissen Reihenfolge geordnet, aus einem höheren Standpunkte, als dem alltäglichen, zu betrachten lehrte. Die Formen selbst können natürlicherweise nicht neu sein; denn sie sind abgeleitet von dem Prisma, der Pyramide, der Walze, dem Kegel, der Kugel u. s. f., das sind die Körper, welche schon in den frühesten Zeiten bekannt waren; indessen die Art der Auffassung, die Entwickelung ihrer Entstehungen und Veränderungen, ihr Uebergehen und Aufgehen in einander, ihre Aehnlichkeiten, sowie ihre Verschiedenheiten, ferner die geordnete Aufstellung allgemeingiltiger Regeln und Gesetze, sowie ihrer Gegensätze und die Benutzung oder Anwendung der-

Digitized by Google

selben, darf ich wohl als das Eigenthümliche meiner Schrift bezeichnen.

Als ein Haupterforderniß zum deutlichen Verständniß der vorzutragenden Ausmittelungslehre sehe ich auch die Berechnung der verschiedenen Dachkörper, ingleichen der an denselben vorkommenden Flächen und Linien namentlich deshalb an, weil in den mehrsten Fällen der Schüler dadurch genöthigt wird, den zur Betrachtung oder Verwendung vorgelegten Körper bis in's kleinste Detail zu zergliedern und sich mit der Natur desselben vollkommen vertraut zu machen. Diese Berechnungen, oder ihre Andeutung, folgen, wo es nöthig erschien, in kleinerem Schriftsatze der vorausgehenden Erklärung.

Endlich auch beabsichtige ich, in meiner Schrift einen Schritt weiter vorwärts zu gehen; ich wollte nicht allein die gewöhnlich vorkommenden Ausmittelungen nicht einseitig betrachten, vielmehr für einen und denselben Fall verschiedene Arten der Lösungen aufsuchen, sondern auch Formen, welche der höheren Baukunst angehören, zur Anschauung bringen und den Gesichtskreis für dieses Feld erweitern.

Nicht weniger wichtig ist das Erkennen einer guten Ausmittelung. Auch hierzu habe ich Andeutungen zu geben versucht.

Weimar 1857.

Der Verfasser.

Digitized by Google

Eintheilung.

Seite

I. Entwickelung allgemeiner Wahrheiten an einfachen Dachformen.
a) Aufstellung und Erklärung derselben 5
b) Weitere Ausführung derselben, nebst Darstellung vorkommender Abweichungen 23
c) Das Austragen oder Auslegen der Dachflächen 62
II. Zusammensetzung und Durchdringung ebener und windschiefer Dachformen 68
III. Walzenförmige Dächer. Halbwalze und Walzenabschnitte . . . 119
IV. Kegelförmige Dächer 149
V. Kugelförmige Dächer 164
VI. Ringförmige Dächer 172
VII. Ellipsen- und parabelförmige Dächer 176
VIII. Freie Dachformen. Thurm- und Kuppelformen 181
IX. Pyramidale Thurmformen, mit Berücksichtigung daran vorkommender Uebergänge 189
X. Anschauung einiger nord- und süddeutschen Ausmittelungen. Willkührliche Behandlung derselben und Entwickelung dabei geltender Regeln 205
XI. Anschauung einiger Meisterstücksaufgaben, nebst Darlegung einiger Nutzanwendungen 222
Schlußwort 230

Digitized by Google

Digitized by Google

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MÜNCHEN

Einleitung.

Die richtige Auffassung, sowie die richtige Darstellung der Körper sind für den Baumeister von gleich hoher Wichtigkeit; denn das Eine ist von dem Anderen abhängig, und Eines ohne das Andere nicht möglich. Die Auffassung aber muß der Darstellung vorausgehen und beruhet im Vorstellungsvermögen.

Zur Bearbeitung der Dachkörper, vorzüglich der zusammengesetzten, ist ein kräftiges Vorstellungsvermögen erforderlich, oder es muß geweckt und geübt werden; denn Folge einer unrichtigen Auffassung der Dachkörper, wie dieselben uns oft vorkommen, ist, daß wir dieselben, wenn nicht geradehin falsch, so doch schlecht und fehlerhaft bearbeiten, so daß sie für die praktische Ausführung nicht den Nutzen und die Vortheile gewähren, welche wir bei richtiger Auffassung zu erwarten haben. Ein Haupterforderniß bei gegebenen komplicirten Grundflächen der zu überdachenden Räume oder Gebäude ist, die Bestandtheile aufzusuchen oder zu erkennen, wie diese in einander geschoben sind, oder als sich gegenseitig durchdringend gedacht werden müssen. Wer hiermit nicht vertraut ist, wird, wenn ihn der Zufall nicht begünstigt, selten richtige oder gute Formen zu Stande bringen, d. h. seine Ermittelung der Dachkörper wird fehlerhaft und der Verbesserung bedürftig bleiben.*)

Die Ermittelung der auf gegebener Grundfläche zur Verwendung zu bringenden Dachkörper macht einen wesentlichen Theil der Zimmerkunst aus, und besteht darin, die an den Dächern vorkommenden Forst-, Giebel-, Grat- und Kehllinien, wie dieselben auf der Zulage gebraucht werden, aufzusuchen und festzustellen.

*) Diese Bemerkung mache ich sogar in sonst guten Lehrbüchern über den betreffenden Gegenstand, und nehme Gelegenheit, in einem besonderen Abschnitte darüber zu sprechen und Parallelen zu ziehen.

Digitized by Google

Das Aufsuchen dieser Linien und der von ihnen umgrenzten Flächen (Dachflächen) heißt in der Kunstsprache „Ausmitteln", und wenn alle diese Linien auf der Haupt- oder Dachbalkenlage aufgeschnürt sind, so bezeichnet man die Gesammtheit derselben mit dem Namen „Ausmittelung".

Die Ausmittelung ist daher die Darstellung der an einem Dache vorkommenden, in der wagerechten Ebene (Grundebene des Daches) liegenden Begrenzungslinien, über und resp. zwischen denen sich die verschiedenen Dachflächen erheben.

Nicht immer im Leben sind diese Grundebenen so regelmäßig, wie es dem Baumeister wohl wünschenswerth wäre, vielmehr sind sie, und zwar in solchen Städten, welche in früherer Zeit durch ihre Ringmauern eingeengt, und durch die Anlage krummer nnd winkeliger Straßen, oft so unregelmäßig, daß die Grundformen der Gebäude die sonderbarsten Figuren bilden. Sobald die Städte mit Festungsmauern umgürtet wurden, trat zugleich die Nothwendigkeit, jeden kleinen Raum zu benutzen und zu bebauen ein. Von da ab entfaltete sich die deutsche Zimmerkunst, ebensowohl hinsichtlich des Abbindens der Zulagen, vorzüglich der Dächer, als auch im Betreff der Eintheilung oder Anordnung ihrer Oberflächen. Jedoch bis in die neueste Zeit herauf lag die Zimmerkunst in der Wiege; denn schulgerecht wurde sie nicht ausgebildet, und die einzelnen Meister da und dort, welche eine große Geschicklichkeit erlangten, hielten gewöhnlich ihre Kunst sehr geheim und nahmen sie oft lieber mit ins Grab, als daß sie ihre Erfahrungen und erlernten Kunstgriffe einem anderen Menschen offenbart hätten. Zuweilen wohl mochte dieses auch nur Geheimthuerei sein; es ist ja noch heute so: die Dummheit spreizt sich am meisten. —

Es ist natürlich, daß die Oberflächen eines Daches von der Grundgestalt desselben abhängig sind und zwar ebensowohl in ihrer Anzahl, als auch hinsichtlich ihrer Gestalt. Allein für ein und dieselbe Grundfläche können Anzahl und Gestalt der Dachflächen sehr verschieden sein! Nicht, wie selbst Herr Gierth ausspricht, ist die Grundfläche die einzig maßgebende Bedingung. In neuester Zeit da die Wissenschaften weiter vorgeschritten, namentlich die angewandte Mathematik mehr in das Leben übergegangen ist und auf den Schulen gepflegt wird, da überschüttet diese uns mit der ganzen Fülle ihrer Formen und gewähret uns den mannichfaltigsten Gebrauch derselben, namentlich lehrt sie uns dieselben

Digitized by Google

zu zerlegen und zu neuen Verbindungen zusammenzusetzen und in dieser Beziehung ein Spiel zu treiben, welches uns allmählig in das Gebiet der höheren Baukunst überleitet.

Es ist aber eine Ausmittelung nächst der Grundgestalt nicht allein von den in Anwendung zu bringenden Körpern, sondern auch von der Art und Weise, wie dieselben verwendet und untereinander geordnet werden, abhängig. Dies letztere deutlich herauszustellen, hat bei Abfassung der vorliegenden Schrift als besondere Aufgabe vorgeschwebt, damit der Schüler von einer einseitigen Auffassung ferngehalten oder befreit werde.

Durchgehends müssen die Dachausmittelungen, so unregelmäßig immerhin ihre Grundformen sein mögen, nach bestimmten Gesetzen, Regeln oder Bedingungen entworfen werden; selbst dann, wenn der Künstler nach seiner Willkühr Dachformen erzeugt, muß die regelrechte Ausmittelung zu Grunde liegen und das Gerippe bilden, auf welchem sich die neuen Formen erheben. — So auch können wir in den Ausmittelungen ebensowohl einzelne Linien und Flächen willkührlich anders legen, oder ganz überspringen und weglassen und durch andere, welche gar nicht vorhanden waren, ersetzen, als auch die Ausmittelung überhaupt anders, als sie sich anfänglich gestaltete, behandeln.

Zunächst, und das ist unerläßlich, müssen wir unsere Ausmittelungen einfach nach den Körpern bearbeiten, welche überhaupt zu Dachformen geeignet sind, und hierbei müssen wir der Natur folgen, welche ihre Krystallformen nach ewig gleichen Gesetzen entwickelt und entstehen läßt. So viele solcher Körper auch auf einem kleinen Raume zusammengedrängt sich befinden, so muß man dennoch einem jeden derselben seine ursprüngliche Gestalt ansehen können. Wie das zu bewirken ist, wird im ersten Abschnitte gelehrt und werden die Gesetze erläutert, welche dabei zur Richtschnur dienen. In den folgenden Abschnitten folgen die Zusammensetzungen und Vermischungen, nachdem die Eigenschaften der neu hinzutretenden Körper betrachtet und erklärt worden sind, soweit solches für den gegenwärtigen Zweck nöthig erschien.

Unter anderen ist bei Herstellung einer Ausmittelung eine der hauptsächlichsten Anforderungen die Erzielung der größtmöglichen Einfachheit in der Anordnung der Dachflächen, und demzufolge, die möglichste Wohlfeilheit für die wirkliche Ausführung. Also: je weniger Linien zu einer Ausmittelung er-

Digitized by Google

forderlich sind, desto besser ist dieselbe. Folgerichtig wird man einen geschickten Meister daran erkennen, daß er für die komplicirteste Grundform die einfachste Ausmittelung zu schaffen verstand, während im entgegengesetzten Falle er sich die Arbeit erschwert und dem Bauherrn unnöthige Geldausgaben verursacht.

Die Einfachheit wird nicht nur aus ökonomischen Rücksichten geboten, sondern sie macht sich auch aus ästhetischen Gründen wünschenswerth und nothwendig.

Wie das Dach mit dem wirthschaftlichen Zwecke des Gebäudes übereinstimmen, d. h. in seinen Dimensionen richtige Verhältnisse zu diesem haben muß, ebenso muß es mit dem äußeren Ansehen desselben im Einklange stehen. Findet beides Statt, so macht das Dach einen wesentlichen Bestandtheil der Charakteristik aus, und es ist nicht immer nur als die schützende Decke angesehen, sondern gar häufig auch als eine besondere Zierde des Gebäudes benutzt worden. Das eben Gesagte erhält Bestätigung, indem wir die Baustyle der verschiedenen Völker früherer Zeiten und der Gegenwart vergleichen. Hierzu, um nur eine Andeutung zu geben, verwendete ich die eingerahmten Bilder*) auf der Vorderseite des Umschlages zu dem Atlas; diese Zeichnungen sind Baudenkmale aus den verschiedensten Zeiten und bilden eine flüchtige Reihe der historischen Entwickelung.

Wie immerhin die Gestalt eines Daches sein mag, das Geschäft, die Ausmittelungslinien zu finden und zu bestimmen, erleidet durch dieselbe keine Aenderung, obgleich die Linien selbst an verschiedenen Körpern verschieden sein müssen. Die nachfolgenden Erklärungen werden solches deutlich machen.

*) Dieselben werden später noch näher erklärt.

Digitized by Google

I.

Entwickelung allgemeiner Wahrheiten an einfachen Dachformen.

a. Aufstellung und Erklärung derselben.

Das Dach, als die oberste Bedeckung des Gebäudes, welche Fig.
das Schnee- und Regenwasser ableitet, muß eine geneigte Lage haben, d. h. die Dachfläche muß mit der wagerechten Ebene einen spitzen Winkel bilden, welcher je nach den klimatischen Verhältnissen, oder dem Zwecke des Gebäudes bald größer, bald kleiner sein kann; auch ist die mehr oder weniger steile Lage der Dachfläche von dem zur Verwendung kommenden Deckmateriale, als Stroh, Schindeln, Ziegeln, Schiefer, Metall u. s. f. abhängig.

Wie dem auch sein, oder welche Gestaltung ein Dach nur immer haben mag, so liegt im regelmäßig gebildeten, zweiseitigen Dache die oberste Spitze a, Fig. 1, 2 u. 3, Taf. I., stets senkrecht 1, 2, 3.
über dem Halbirungspunkte b. — Der Punkt oder die Spitze a heißt der Forst- oder Firstpunkt, der Punkt b ist das Mittel, Balkenmittel. Von beiden Punkten ausgehend laufen parallel mit den langen Wänden des Gebäudes (das sind die Wände der vorderen und hinteren Fronte) zwei Linien, von denen die eine die Forstlinie (oder der Forst), die andere die Mittellinie ist. Beide Linien liegen stets in einer senkrechten Ebene, welche den Dachraum in zwei gleiche Theile zerlegt. — Abweichungen hiervon werden späterhin auch betrachtet werden. — Die Linie cd, welcher in wagerechter Höhe eine gleiche Linie gegenüberliegt, ist die Traufenlinie (Fuß des Daches) oder die Simslinie. — Was unter Sparrenspitze und unter Sparrenfuß zu verstehen sei, erklärt sich hieraus von selbst. ca ist der Sparren, ba die Dachhöhe.

Digitized by Google

Fig. Bei gleichen Neigungswinkeln der Flächen eines Daches, haben die Sparren gleiche Länge; denn ist
4. Fig. 4 der Winkel acd = adc und ebenso abc = abd, ferner die Linie bc = bd und ab den beiden Dreiecken abc und abd gemein, also sind die Dreiecke congruent, folglich ac = ad, das
5. 6. sind die beiden Sparrenlinien. — Dasselbe gilt in Fig. 5 und 6, und es ist ohne Weiteres zu erkennen, daß der obige Satz in allen Fällen seine Richtigkeit behält. — Es ist auch wirklich ganz
7. einerlei, welche Höhe ein Dach habe, wie z. B. Fig. 7, wo die Punkte a, a', a'' verschiedenen Dächern angehören, und ganz dasselbe Statt findet.

A, **B**, **C** und **D** sind die Grundrisse, oder die Ansichten von Oben, zu den Figuren 4 bis 7; in jeder sieht man, daß der Forst ef in der Mitte des Gebäudes liegt, d. h. die Forstlinie läuft in Gebäuden von winkelrechter Grundform parallel mit den Langwänden. Unter Langwand versteht der deutsche Zimmermann jede solche, deren Richtung mit der Traufenlinie cd in Fig. 1 parallel, also quer über die Balken, während die Querwand in der Richtung der Balken liegt. Deutlicher wird folgende Erklärung: Jedes Gebäude hat Länge und Breite, cd, Fig. 1, ist die Länge, ce die Breite, also die nach der Länge hinlaufende Wand heißt „Langwand" und die nach der Breite hinlaufende heißt „Querwand". — Daß wir die Breite des Hauses auch Tiefe nennen, bedarf wohl kaum der Erwähnung.

In ihren Ausdehnungen sind die Längen- und Tiefenmaße sehr verschieden, und nicht immer ist die Länge länger als die Tiefe, wie die Grundrisse der Figg. 4 bis 7 darthun. gh ist die Länge, gi die Tiefe.

Der Sparren ca ist die Hypothenuse eines rechtwinkeligen Dreiecks abc in Fig. 7, daher findet man seine Länge, wenn man die beiden Katheden bc und ba in ihre Quadrate erhebt, dieselben addirt und aus der Summe die Wurzel zieht; man hat also

$$\sqrt{cb^2 + ba^2} = ca.$$

Bemerkung. Ist die Sparrenlänge ca und die Tiefe des Gebäudes gegeben, das ist die Hypothenuse und eine Kathede, so zieht man vom Quadrate der Hypothenuse das Quadrat der Kathede ab, und aus dem Reste zieht man die Wurzel; also

$$\sqrt{ac^2 - cb^2} = ba.$$

Wenn die ganze Gebäudetiefe cd gegeben ist, so hat man natürlich nur $\frac{cd}{2} = cb$ in Rechnung zu setzen, weil die Grundlinie des rechtwinkeligen Dreiecks abc = ab ist.

Digitized by Google

Das gewöhnliche Dach ist ein Prisma (liegende Dreiecks- Fig.
säule), dessen senkrechter Querschnitt (Profil) ein gleichschenkeliges Dreieck ist. — Obgleich mancherlei Abweichungen in der Gestalt (Form) der Dächer vorkommen, so lassen sich doch in vielen Fällen die Ausmittelungslinien mit denen der Prismen vergleichen; hauptsächlich aber müssen uns die rein prismatischen Formen dazu dienen, die Gesetze, nach welchen die Ausmittelungslinien gefunden werden, zu entwickeln. So z B. ist das Mansardedach Fig. 3 nichts anderes als eine Zusammensetzung zweier Prismen, dessen unterer Theil nur unvollständig vorhanden ist und seinen Forstpunkt in e haben würde.

Betrachtet man das Prisma nicht von der Stirnseite, sondern von der Langseite (erstere nennen wir „Giebelansicht", letztere „Seitenansicht"), so erscheint dasselbe als ein Rechteck; allein nicht immer sind unsere Gebäude mit solchen vollen Prismen überdeckt, sondern man flächt sie auch an den Giebelseiten ab, wodurch die Walmdächer entstehen, wie Fig. 8, A und B, darstellen. — s.
Hier laufen die Linien ab und dc parallel mit ge und fe, d. h. die beiden Walmen, das sind die an beiden kurzen Seiten des Gebäudes entstandenen dreieckigen Dachflächen, haben gegen die horizontale Ebene dieselbe Neigung wie die beiden großen ursprünglichen Dachflächen, und da diese schrägen Flächen bis an den Forst reichen, so hat der mittelste Sparren in der Walmfläche dieselbe Länge, welche der Sparren des geraden Daches hat. — Das rechtwinckelige Dreieck cxd ≅ △ cyf, folglich cd = ef; oder auch ckn ≅ ckm ≅ cmw, folglich cn = cm.

Ehe das Dach abgewalmt worden war, war die Seitenansicht in adih vorgestellt, d. h. der Forst hi hatte dieselbe Länge wie das ganze Gebäude, während nun die Forstlänge nur noch bc ist.

Die Bildung oder Entstehung eines Walmdaches ist folgende: s. A.
im Grundrisse opmn sucht man die Mittellinie lk durch Halbirung der Gebäudetiefe op oder mn und trägt die gefundene Hälfte von l nach b, und von k nach c. — Die Punkte b und c sind die Walmpunkte oder Anfallspunkte der Walmen, die Linien cm, cn, bo und bp sind die Grate oder Gratlinien; bl und ck sind die Linien für die Mittelsparren, d. h. über bl z. B. erhebt sich ein Sparren, dessen Länge

Digitized by Google

Fig. durch ab dargestellt, und der Länge gc oder fe in Fig. 8, B, gleich ist; also der Sparren über bl oder ck ist jedem anderen ganzen Sparren gleich. — Auf der Zulage werden diese Linien durch Schnurschläge hergestellt.

Durch Rechnung findet man die Forstlänge eines rechtwinkeligen Gebäudes mit Walmen auf folgende Weise:

$$lb = pl = lo = \frac{po}{2}$$

$$ck = mk = kn = \frac{mn}{2}$$

$$bc = lk - (lb + kc)$$

$$bc = pm - po$$

d. h. die Forstlänge ist gleich der Gebäudelänge minus der Gebäudetiefe, und bedeutet F den Forst, L die Gebäudelänge, T die Gebäudetiefe, so hat man

$$F = L - T.$$

Die gefundenen Forst- und Gratlinien bezeichnet man mit dem gemeinschaftlichen Namen „Ausmittelungslinien" und das Verfahren dazu, oder auch das ausgemittelte Dach selbst nennt man „Ausmittelung".

Hierzu ist zu bemerken, daß die Grate nichts Anderes als die Kanten sind, welche von den Sims- oder Traufenecken m, n, o, p nach den Walmenpunkten b und c aufsteigen. — Im Gegensatze zu diesen auswärtsliegenden, stehen die nach Innen liegenden Kanten oder „Kehlen", welche dadurch entstehen, daß man sich zwei Prismen (Dächer), deren Langseiten nicht in einerlei Richtung liegen, wie z. B. die Grundrisse von A und B, Fig. 8, so aneinandergelegt denkt, daß die Linien on und op der Reihe nach mit rs und rq zusammenfallen, wonach natürlich die Grate ob und rt zusammenfallen und die beiden Forste bc und ut sich in einem Punkte berühren, vorausgesetzt, daß rs = op (d. h. beide Gebäude gleiche Tiefe haben).

9. In Fig. 9 sind zwei Gebäude in der gedachten Weise in einander gelegt und bilden eine „Widerkehr" und zwar, da fab und edc rechte Winkel sind, eine rechtwinkelige Widerkehr. Das eine Gebäude efdh entspricht der Lage nach dem Gebäude qvsr Fig. 8, das andere gbcd, Fig. 9, dem pmno Fig. 8; ebenso entsprechen der Reihe nach die Ausmittelungslinien in Fig. 9, A, den Ausmittelungslinien in beiden Grundrissen A und B, Fig. 8, jedoch zwei derselben verschwinden gänzlich, nämlich die beiden Grate gi und hi, welche den Graten pb und st in Fig. 8, A und B, entsprechen, wogegen die Kehllinie ai hinzu-

Digitized by Google

tritt. — Der Walmen gid liegt mit der Dachfläche gike oder Fig.
dike in einer Ebene, weßhalb die Gratlinie gi als Kante nicht hervortreten kann. Ebenso besteht die Dachfläche dilc aus dem Walmen dih und der Fläche hilc.

In Fig. 9, B, liegt dasselbe Dach übereck vor, und die Ansicht oben darüber in E.

Die Ausmittelungen können stets nur im Grundrisse, d. h. auf der Balkenlage, vorgenommen werden; sie sind also ganz unabhängig von dem Profile des Daches, so lange letzteres eine rein prismatische Gestaltung hat, das heißt mit anderen Worten: Die Ausmittelung bleibt dieselbe, welche Höhe das Dach nur immer haben mag. — So z. B. ist in Fig. 8, C und D, ein nach einem Halbkreise gebildetes Bohlendach in Stirn- und Seitenansicht gezeichnet, in welchem die Forst- und Walmpunkte x, y, z genau mit den Punkten u, b, c von A und B zusammenfallen; in gleicher Weise fallen die Forst- und Walmpunkte m und n in dem Spitzbogendache Fig. 9, desgleichen o und p in dem geradlinigen flachen Dache daselbst genau in Fig. 9, A, mit den Punkten k, i, l zusammen.

Im rechtwinkeligen Gebäude, Fig. 8, A, liegt der Anfallspunkt (Walmpunkt) c von w so weit als von k entfernt, deßhalb ist mkcw ein Quadrat, dessen Grundlinie der halben Gebäudetiefe gleich ist, und die Ausmittelungslinie, cm, für den Gratsparren ist die Diagonale in diesem Quadrate, oder, cm ist die Hypothenuse des rechtwinkeligen Dreiecks mcw.

Daher findet man durch Rechnung die Länge der Ausmittelungslinie cm, indem man die halbe Gebäudetiefe ins Quadrat erhebt, dieses mit 2 multiplicirt und aus dem Produkte die Wurzel zieht. Man hat also

$$cm = \sqrt{\left(\frac{T}{2}\right)^2 \cdot 2}$$

Oder auch kann man sich vorstellen, cm sei die halbe Diagonale eines Quadrates, dessen Seitenlänge der Gebäudetiefe gleich sei; mn ist nun die Grundlinie des Quadrates, welches aber nur zur Hälfte vorhanden ist, folglich auch nur die halben Diagonalen. Man hat also

$$cm = \frac{\sqrt{T^2 \cdot 2}}{2}$$

Werden in Fig. 9, A, die beiden Gebäude efdh und cdgb nach gd und hd hinaus verlängert, so entsteht im Grundrisse ein Kreuz, wie Fig. 10 zeigt. Die Umfassungswände bilden vier 10.
nach Außen liegende Winkel a, b, c, d, folglich enthält die Aus-

Digitized by Google

Fig. mittelung vier Kehlen. Die rechtwinkelige Widerkehr wiederholt sich also viermal, und, da die Gebäude von gleicher Tiefe sind, so ist abcd ein Quadrat, in welchem die Kehllinien ax, bx, cx, dx paarweise Diagonalen bilden, welche sich in x, dem Mittelpunkte beider Gebäudetiefen, durchschneiden. Die beiden Forste, durch x gehend, durchschneiden sich unter demselben Winkel, unter welchem die Gebäude selbst einander durchdringen, weil der Forst eines jeden Gebäudes mit dessen langen Wänden (Frontewänden) parallel läuft.

Die Länge der Ausmittelungslinien für die Kehlen wird auf dieselbe Weise, wie die der Gratlinien, gefunden, und man sieht hier noch deutlicher als dort, daß z. B. ax eine halbe Diagonale des Quadrates abcd ist.

11. In Fig. 11 ist die Durchdringung der beiden Gebäude unter schiefen Winkeln erfolgt, mithin durchschneiden sich auch die Forstlinien unter solchen. — Die Kehlen haben hier verschiedene Länge, weil ehgf ein Rhombus (Raute) ist; jedoch durchschneiden sich dieselben, wie in Fig. 10, unter rechten Winkeln. Der Durchschneidungspunkt der Kehlen ist auch der Durchschneidungspunkt der Forste.

Die wenigen bisher geführten Betrachtungen und Untersuchungen machen es schon möglich, eine Reihe allgemeiner Wahrheiten zu entwickeln, welche den Ausmittelungen regelmäßiger Gebäude zu Grunde liegen und bei dem Geschäfte des Ausmittelns berücksichtigt werden müssen. Ohne sie zu kennen, wird man stets im Unklaren bleiben, ob eine ausgeführte Ausmittelung richtig oder falsch sei; ich lege einen ganz besonderen Werth auf dieselben und hebe sie ausdrücklich hervor, weil sie nicht allein dem Anfänger in dieser Kunst, sondern auch manchem übrigens erfahrnen Meister nicht genugsam vorleuchten. — Sie sind folgende:

1) Jede Grat- und Kehllinie halbirt den Winkel in welchem sie liegt.

10. In Fig. 10 ist das Quadrat abcd durch die zwei gleichen Diagonalen ac und bd in zwei Paar congruente (gleiche und ähnliche) Dreiecke abd, bdc und acb, acd zerlegt, worin die Winkel cab, cad, adb, bdc u. s. f. einander gleich sind, d. h. die Linie ca halbirt die rechten Winkel dab und dcb u. s. f. —

Betrachtet man den Walmen opn, so ist leicht zu erkennen, daß in dem Quadrate orpq die Diagonale op den Winkel roq bei o halbirt. —

Digitized by Google

In gleicher Weise ist in Fig. 9, A, in dem gleichseitigen Fig. 9.
Rechtecke gahd die Diagonale (Ausmittelungslinie) da von d
bis i Gratlinie, von a bis i Kehllinie, und halbirt die
rechten Winkel gdh und gah. — Da die Linie di in Fig. 9, A,
dieselbe Lage hat, wie in Fig. 8, A und B, die ob und rt,
so ist natürlich, daß die Letzteren ihre Winkel bei r und o eben-
falls halbiren. — Daß ferner in Fig. 11 in der Raute efgh 11.
durch die Kehllinien eg und fh die Winkel efg, fgh u. s. f.
halbirt werden, bedarf keiner weiteren Auseinandersetzung; doch ist
hierbei noch zu erwähnen, daß durch die Zerlegung, z. B. des
Winkels efg, auch der äußere Winkel kfi (als Scheitelwinkel)
halbirt wird, wenn man die Linie hf über f hinaus verlängert. —
Dasselbe gilt für die Winkel bei g, h und e.

So einfach dieser letzte Satz erscheinen mag, so gehört er keineswegs zu den minderwichtigen, weil er in vielen Fällen fast der einzige Wegweiser für das Ausmitteln komplicirter Dachformen ist. Seine Anwendung ist folgende:

In Fig. 12 soll in dem stumpfen Winkel abc (welcher gleich 12.
ist zwei rechten und einem spitzen) die Kehllinie bg bestimmt
werden, ohne daß man vorher den Anfallspunkt g weiß, so nimmt
man, vom Punkte b' aus, zwei beliebige Entfernungen be = bd
an, und sucht mit einer ebenfalls beliebigen Zirkelöffnung aus den
Punkten e und d den Durchschneidungspunkt bei f, wonach fb
die Halbirungslinie für den Winkel abc ist. Dieselbe nach g
hinaus verlängert, giebt die Lage von bg sicher an. — Wie
weit entfernt der Endpunkt g liege, hängt von der Gebäudeform
oder dessen Größe ab, worin eine solche Linie vorkömmt.

Dasselbe Hülfsmittel hat man zuweilen auch für die Ermittelung von Gratlinien anzuwenden, wie Fig. 13 an dem schiefwinkeligen Walme für eh angedeutet ist.

2) Die beiden Gratlinien eines Walmes bilden an ihrem gemeinschaftlichen Anfallspunkte einen rechten Winkel.

In Fig. 8, A, ist kcm die Hälfte des rechten Winkels kcw, ebenso ist kcn ein halber rechter Winkel, und es muß, wenn kcm und kcn zusammengelegt werden, ein rechter Winkel mcn entstehen.

Anders läßt sich diese Wahrheit in Folgendem nachweisen: Schlage aus k (wenn km = kn) einen Halbkreis, so ist, wie

Digitized by Google

Fig. die Geometrie lehrt und beweiſt, jeder Winkel von einem auf der Peripherie beliebig angenommenen Punkte, z. B. c, deſſen Schenkel nach den Berührungspunkten des Durchmeſſers mit dem Kreiſe gezogen werden, ein rechter Winkel. Alſo cmn = R.

Dieſe letztere Erklärung gilt auch für den ſchiefen Walmen

13. Fig. 13. ohf = R.

Ein ſchiefer Walmen entſteht, wenn ein Gebäude, z. B. onki Fig. 11, ſtatt nach der winkelrechten Linie on, nach einer beliebig ſchiefen Linie qn begrenzt wird. — Fig. 13 ſtellt ſolchen dar.

Wie für jede Ausmittelung, ſo auch hier, iſt zuerſt die Forſtlinie ab zu ſuchen, und hierzu ſind zwei Wege möglich, nämlich:

1) errichte an beliebiger Stelle eine winkelrechte Linie cd, und lege durch den Halbirungspunkt die Linie ab, oder

2) halbire die Stirnſeite (Walmſeite) ef, ſo iſt durch g die Forſtlinie zu legen.

Ebenſo giebt es für die Beſtimmung des Walmpunktes h zwei Wege, nämlich:

1) errichte an beliebiger Stelle auf ef eine Winkelrechte ik und trage aus i nach k das Maß der halben Gebäudetiefe, lege durch k parallel mit ef die kl, ſo iſt der Durchſchneidungspunkt h der geſuchte Walm- oder Anfallspunkt. Denn verlängert man kl nach beiden Seiten, ſo entſteht die Raute feon, welche durch die Halbirungslinie gh in zwei gleiche Rauten egho und fghn zerlegt wird. — Da in jedem regelmäßigem Vierecke jede Diagonale den Winkel halbirt, in welchem ſie liegt, ſo ſind auch die beiden Winkel oeg und nfg durch die Diagonalen eh und fh halbirt. Da ferner beide Winkel oeg + nfg = 2R, ſo iſt die Hälfte von beiden gleich einem rechten Winkel. Es iſt aber ehg = heg und fhg = hfg, folglich ehg + fhg = 1R, und wenn dies der Fall iſt, ſo iſt h der Anfallspunkt des Walmens.

Kürzer läßt ſich daſſelbe auch erreichen, wenn man pf = ef nimmt und die Raute fpde vollendet; die beiden Diagonalen ep und fd durchſchneiden ſich in h unter rechten Winkeln und h iſt der Halbirungspunkt, in welchem die Forſtlinie ihren Anfang nimmt. Auch iſt h der Mittelpunkt der Raute efpd und muß von den Linien pf, fe, ed gleiche Entfernung haben, d. h. mh iſt der halben Gebäudetiefe gleich.

2) Nimmt man die Walmlinie ef als Durchmeſſer eines Kreiſes an, ſo iſt g der Mittelpunkt, aus welchem man einen

Digitized by Google

Halbkreis fhe ſchlagen kann. h iſt der Durchſchneidungspunkt auf der Forſtlinie, und vollendet man von h aus mittelſt he und hf das Dreieck hef, ſo enthält daſſelbe bei h einen rechten Winkel, wonach h wiederum als Anfallspunkt des Walmens gelten muß. Fig.

Für das Aufſuchen des Walmpunktes entſteht hiernach folgendes kurze Verfahren: halbire ef, ziehe aus g die Forſtlinie gb und mache hg gleich fg.

Für die Berechnung der Länge beider Ausmittelungslinien eh und fh gilt Folgendes:

ghm iſt ein rechtwinkeliges Dreieck, in welchem $gh = \frac{ef}{2}$, und $mh = \frac{T}{2}$, man hat alſo

$$\sqrt{gh^2 - mh^2} = mg,$$

$mg + ge = em$ das iſt die Kathede des rechtwinkeligen Dreiecks emh, folglich

$$\sqrt{em^2 + mh^2} = eh;$$

$fg - mg = mf$ das iſt die Kathede des rechtwinkeligen Dreiecks mhf, folglich

$$\sqrt{mf^2 + mh^2} = fs.$$

Die Kehlen ſchiefwinkeliger Widerkehren werden in derſelben Weiſe durch Rechnung gefunden, wie ein Blick auf Fig. 11 lehrt, da gr und fr dieſelbe Länge haben wie er und hr und nach demſelben Geſetze wie dieſe entſtanden ſind.

3) Der Anfallspunkt des Walmen hat (wie bereits erwähnt) ſtets gleiche Entfernung von den drei Umfaſſungslinien, zwiſchen denen er liegt; denn dieſes muß nothwendigerweiſe der Fall ſein, weil, wie Fig. 14 und 15, Taf. II., zeigen, die halbe Tiefe von ab von c nach d hineingeſetzt wurde, wonach $ad = cd = bd$, oder Halbmeſſer eines Kreiſes ſind, deſſen Mittelpunkt in d liegt. 14, 15.

Dieſer Satz behält auch dann noch ſeine Richtigkeit, wenn die Linien fe und gh in Fig. 16 nicht gleichlaufend ſind, d. h. wenn das Gebäude nicht gleiche Tiefe behält. — In dieſem Falle kann der Walmpunkt i nicht anders gefunden werden als durch Halbirung der Winkel bei f und g, wie die angegebenen Punkte n, o, p, q und die Zirkelſchnitte bei r und s andeuten. Die Linien fr und gs treffen einander bei i, wonach i der Anfallspunkt des Walmes iſt; denn zieht man die winkelrechten Linien ik, il und im, ſo ſind dieſelben von gleicher Länge, oder Halbmeſſer eines Kreiſes. — Sobald dieſe drei Linien nicht 16.

Digitized by Google

Fig. gleichlang sind, ist die Ausmittelung nicht genau genug gesucht worden und muß noch einmal vorgenommen werden.

In Städten laufen sehr häufig die Straßen unter schiefen Winkeln zusammen, wodurch die Gebäude zuweilen so spitzwinkelig werden, daß die Spitze abgestumpft werden muß, wie z. B. in
17. Fig. 17 nach der Linie bc geschah. Da nun hier abcde als Umfassungslinien gelten, so leuchtet wohl ein, daß der aus k geschlagene Kreis die Linie bc nicht berühren könne. — Da die Spitze f weggeschnitten ist, so kann auch der Gratsparren nicht mehr von k nach f hinauslaufen; was dafür zu thun ist, wird später erklärt werden.

4) Von den Umfassungslinien gleichweit entfernt liegende und mit denselben gleichlaufende Linien schneiden sich auf den Graten und Kehlen; denn wenn man den Walmen Fig. 14 betrachtet, so ist sogleich zu erkennen, daß die Linie ed ebensoweit vom Punkte b entfernt ist, als die Linie bd vom Punkte c, mithin müssen sich je zwei Linien, welche von b und c gleiche Entfernung haben, auf der Linie df schneiden.

18. In Fig. 18 ist dies weiter ausgeführt. Die mit 1, 2, 3 bezeichneten Linien sind immer in gleichen Entfernungen von a, c und b aufgetragen worden. — Zugleich zeigt diese Figur, daß es durchaus nicht nothwendig sei, die Abstände der Linien unter sich selbst gleich zu machen.

19. Dasselbe ist in Fig. 19 geschehen. — Man errichtet in beliebig anzunehmenden Punkten d, e, f winkelrechte Linien, trägt die Punkte 1, 2, 3, 4 auf dieselben und legt durch sie mit den Umfassungen parallele Linien; so durchschneiden sich dieselben immer paarweise auf den Gratlinien. — Da nun dieses stets der Fall ist, so läßt sich umgekehrt nach den Durchschneidungspunkten solcher Hülfslinien die Lage der Grate und Kehlen bestimmen.

5) Jede Grat- und Kehllinie ist länger als die Linie für den Mittelsparren; denn zwischen zwei Parallelen ist die winkelrechte Linie die kürzeste. So ist in Fig. 14 df größer als di, da aber di = db als Halbmesser eines Kreises, folglich ist df auch größer als db.

Ebenso sind in Fig. 16 fi und gi jede einzeln genommen größer als li. — Dasselbe gilt von der Kehlinie ai in Fig. 9, A.

Da die Ausmittelung nur in der wagerechten Ebene (Balkenlage) liegend gedacht wird, die Dachung aber sich über dieselbe

Digitized by Google

erhebt, so daß die Walmpunkte stets als die höchsten Punkte an- Fig.
zunehmen sind, welche mit dem Forste in gleicher Höhe liegen, so ist natürlich, daß die wirklichen Grat- und Kehlsparren ebenfalls länger sind, als die winkelrecht auf den Umfassungslinien stehenden Sparren.

In Fig. 20 liegt ein Gebäude mit zwei Widerkehren, das 20.
Dach hat also zwei Gratsparren und zwei Kehlsparren. — Die drei Gebäudetiefen a b, c d, e f sind einander gleich, mithin liegen die Forstpunkte g, h, i in gleichen Entfernungen von den Punkten a, c, f u. s. f. — Hierbei hat man sich vorzustellen, daß die Punkte g, h, i, als Forstpunkte, über der Ausmittelungsebene erhaben liegen und die Linien g a und g b, c h und h d u. s. f. in geneigter Lage in die Höhe steigen. Wie hoch? ist ganz beliebig. — In Fig. 21, A, B und C, sind für denselben Grund- 21.
riß drei Profile (Querschnitte) mit verschiedenen Höhen gezeichnet, an denen Folgendes zu bemerken ist: Nachdem eine der Gebäudetiefen, etwa c d, Fig. 20, in Fig. 21 aus x nach c und d aufgetragen und die Dachhöhe x h bestimmt worden ist, so ergibt sich die Länge der Sparren c h und d h, und weil c x = d x, so hat man auch c h = d h.

Da ferner die Forstlinie stets in der Mitte des Gebäudes hinläuft, so wird jede Querlinie, sie liege winkelrecht oder schief, in zwei gleiche Theile getheilt; man hat also in Fig. 20 m l = k l, p o = n o, d. h. der Gratsparren ist ebensolang als der ihm zugehörige Kehlsparren.

Um die wahre Länge für die Letzteren zu finden, nehme man die Hälfte von m k und p n, trage sie in Fig. 21 von x nach m und p, und lege von da nach h gerade Linien, so zeigen m h und p h die Längen der Grat- und Kehlsparren an.

Sobald die horizontalen Längen x d, x m und x p nebst der Dachhöhe x h bekannt sind, findet man durch Rechnung die Sparrenlängen

$h d = \sqrt{x d^2 + x h^2}$, $h m = \sqrt{x m^2 + x h^2}$, $h p = \sqrt{x p^2 + x h^2}$,

weil die Sparren stets die Hypothenusen rechtwinkeliger Dreiecke sind.

6) Punkte oder Linien in gleichen Entfernungen von den Grundlinien liegen in den Dachflächen, bei gleichen Neigungswinkeln derselben, gleich hoch.

In Fig. 9, A, liegt der Punkt m ebensoweit von g oder a entfernt als der Punkt l von s oder t; von den Punkten n, i, k kann dasselbe gesagt werden. Denken wir uns nun auf g a ein

Digitized by Google

fig Dreieck, deſſen Spitze perpendikulär über m liegt, ſo iſt daſſelbe in der Anſicht D durch u k' s dargeſtellt, und zerfällt in zwei rechtwinkelige Dreiecke v m' k' und u m' k'. Läßt man vom Punkte t' nach l' hinauf den Sparren in gleichem Neigungswinkel wie v k', und t' o' iſt gleich v m', ſo ſind ebenſowohl die Sparrenlängen t' l' und v k, als auch die Dachhöhen o' l' und m' k' einander gleich; denn o' t' l' und m' v k' ſind congruente Dreiecke. — Hierdurch ergiebt ſich im Allgemeinen: daß Dächer von gleichen Gebäudetiefen gleiche Forſthöhen haben.

Aber es gehört unter die Seltenheiten, ſtets gleiche Gebäudetiefen mit einander in Verbindung zu bringen; weit öfter wird uns die Aufgabe geſtellt: ungleiche Gebäudetiefen an und in einander zu legen. — Zunächſt betrachten wir zwei nebeneinander liegende, aber noch nicht mit einander verbundene Dächer von verſchiedener
22. Breite. A und C in Fig. 22 ſind die Grundriſſe mit hergeſtellter Ausmittelung, B und D die zugehörigen Profile.

Beide Dächer haben gleiche Neigungswinkel, alſo ſind auch die Winkel an den Forſten bei c und f einander gleich; denkt man ſich das Dreieck B auf D gelegt, daß die Grundlinie a b ſo auf der Grundlinie d e liegt, daß der Punkt a den Punkt d deckt, ſo fällt a c auf d f, und g h (das iſt c b) liegt parallel mit f e. Denn beide Dreiecke ſind einander ähnlich.

Trägt man nun in beiden Ausmittelungen A und C die parallelen Linien 2, 3 und 4 ein, ſo daß in beiden Ausmittelungen die Breiten von 1 bis 2 gleich groß ſind, ebenſo die Breiten von 2 bis 3 u. ſ. f. und trägt dieſe Theilung herauf in die Profile B und D, ſo findet man den Punkt i in derſelben Höhe über der Grundlinie a b, wie den Punkt l über d e; ebenſo liegen k und m, wie auch c und g je in gleicher Höhe. — Der von d f übrigbleibende Theil g f bildet den Unterſchied beider Sparrenlängen.

Daß die eingetragenen Breitenlinien auf den Graten und Kehlen ſchneiden, haben wir bereits geſehen, daß aber die Schneidungspunkte 7 und 8, oder 4, 5, 6 in A und C auf den Gratlinien paarweiſe in gleichen Höhen liegen iſt in E zu ſehen, woſelbſt die Höhenlinien wagerecht herübergezogen ſind. — Da man die wahre Gratlänge findet, wenn man die Gratausmittelungslinie 4 r oder auch s t aus A und C in E vom Mittelpunkte o nach p und q trägt, ſo trägt man auch die Schneidungspunkte von den beiden Ausmittelungslinien 4 r und s t in E auf, wonach

Digitized by Google

o 7′ (in E) = 47 (in A), o 8′ (in C) = 48 (in A) und o 4′ (in E) = s 4 (in C), o 5′ (in E) = s 5′ (in C) u. s. f. Geht man von den Punkten 8′, 7′, 4′, 5′, 6′ lothrecht in die Höhe, so findet man dieselben Durchschneidungspunkte bei 8, 7 u. s. f., die vorher schon durch die wagerechten Linien entstanden waren. — Sobald sie sich nicht in dieser Weise durchschneiden, liegt ein Fehler in der Zeichnung.

Die bloße Anschauung der Profile B und D, Fig. 22, lehrt uns, daß über der größeren Grundlinie de ein größeres Dreieck liegen müsse, als über ab, vorausgesetzt, daß die Winkel an den Grundlinien gleich sind. Das heißt mit anderen Worten: ein Dach von größerer Gebäudetiefe hat einen höher liegenden Forst, und umgekehrt gehört der niedrigere Forst der kleineren Gebäudetiefe an.

Gebäudetiefe und Dachhöhe stehen also in einem bestimmten Verhältnisse zu einander, und bei Vergleichung der beiden Profile B und D entstehen nach diesen Verhältnissen folgende Proportionen:

ab : de = xc : zf

oder auch ax : dz = xc : zf.

In gleicher Weise bestimmen wir die Höhenpunkte für die Schnittlinien, nämlich:

1,4 : 1,2 = xc : vi (in A und B)

das ist ax : av = xc : vi.

Es lassen sich hier überhaupt alle die Proportionssätze bilden, welche bei ähnlichen Dreiecken möglich sind. — Auch die Gratsparren lassen sich nach der Tiefe vergleichen, z. B.

(In den Grundrissen A und C.) αr : βt = α4 : βs

anstatt der Ausmittelungslinien lassen sich die Gratsparren (aus dem Profile E) selbst einsetzen und man hat

αr : βt = p4 : qδ.

In Bogendächern stehen die Gebäudetiefen mit den Höhen ebenfalls in richtigen Verhältnissen, natürlich aber nur so lange überhaupt Aehnlichkeit vorhanden ist, wie solches die beiden Profile F und G darstellen. Da hier die Gebäudetiefe als Durchmesser des Kreises gilt und die Dachhöhe als Halbmesser, so hat man

d : D = r : R

oder t : T = h : H.

Die Breiten und Höhen der Schnittlinien 1, 2, 3 u. s. f. sind nicht proportionirt und muß ein anderes Verfahren angewendet werden, um z. B. im Profile G für die Breite 1,2 das Höhenmaß zu bestimmen. Das Höhenmaß ist durch die mit h bezeichnete Linie angegeben. — Man hat

Gebäudetiefe βt = Durchmesser = D

die Hälfte davon = cd = r

de = cd = r

cd — cf = fd, das ist: r — 12 = fd

Digitized by Google

bis **fd** bildet die bekannte Kathede des rechtwinkeligen Dreiecks **efd**, woran **ed** = **r** die bekannte Hypothenuse ist, und man hat also

$$\sqrt{ed^2 - fd^2} = ef$$ das ist die Höhe für den Punkt 2.

Bei derselben Breite erscheint im Profile **F** eine weit geringere Höhe; diese kann durch Proportionssatz nicht gefunden werden.

Der Gratbogen **H** ist im vorliegenden Falle = ¼ einer Ellipse, deren halbe kleine Achse = **cd** = **r**, und deren halbe große Achse = **st**.

Bei dem Austragen solcher Gratbögen ist zu bemerken, daß, nachdem die Punkte 4, 5, 6 aufgetragen und in die Höhe gewinkelt worden sind, man wohlthut, zwischen 6 und t noch einen oder mehrere Punkte anzunehmen, weil in dieser Gegend die Ellipse ihre Biegung schneller ändert. Der Punkt u wird durch den Punkt o gewonnen.

7) Die Lage und Länge des Forstes wird an jedem Dache durch die beiden Giebelpunkte, oder durch beide Walmpunkte, oder durch einen Giebelpunkt und einen Walmpunkt bestimmt.

Betrachten wir die rein prismatischen Körper, Fig. 4 bis 7, **A, B, C** und **D**, so können die Forstlinien durchaus nicht andere sein; denn zwischen zwei Punkten ist immer nur eine gerade Linie möglich.

In den Walmdächern Fig. 8 bis Fig. 11 gilt dasselbe. — So einfach dieser Satz an sich erscheinen mag und so leicht verständlich er ist, daß er entbehrlich zu sein scheint, so ist dem doch ganz anders, wenn man windschiefe und zusammengesetzte Dachformen zu bearbeiten hat; denn sehr häufig müssen die Forsten durch Aufsuchen der Walmpunkte bestimmt werden.

Bevor wir weiter gehen, ist noch zu bemerken, wie in schiefwinkeligen Walmdächern, z. B. Fig. 13 die Forstlänge durch Rechnung gefunden wird. — Man erinnere sich, daß der Halbkreis nach dem Halbmesser **gf**, Fig. 13, auf der Forstlinie **ab** den Walmpunkt **h** angiebt. Wenn Fig. 13 zu seiner Länge = **fp** hätte, so wäre ohne Walmen die Forstlänge = **gb**, da nun aber $gh = \frac{ef}{2}$, so hat man für die Forstlänge

$$bh = fp - \frac{ef}{2},$$ das heißt: von der Gebäudelänge ziehe die Hälfte der schiefen Walmseite ab.

Der Walmen kann unter beliebigem Winkel angesetzt sein, und ist an der entgegengesetzten Seite die Walmenlinie nicht mit **ef** parallel, so ändert sich nichts, als von der mittleren Länge beide halbe Walmenseiten abzuziehen.

23. Wir betrachten weiter die Ausmittelung eines windschiefen Daches, Fig. 23, **A**. — Wie die Anfallspunkte der beiden Walmen bei **a** und **b** zu finden sind, haben wir an Fig. 15, 16 und 17 bereits kennen gelernt, und sobald dieselben ermittelt worden sind,

Digitized by Google

kann über die Lage und Länge der Forstlinie ab kein Zweifel obwalten.

Gleichzeitig mag hier erwähnt werden, daß dieses Dach, in welchem die Hauptlinien gh und ki nicht parallel liegen, in seinen Dachflächen nicht gleiche Neigungswinkel behält, wie im Profile B zu sehen ist.

An den rein prismatischen Dachformen haben alle Dachflächen, folglich alle Sparren, gleiche Neigungswinkel, an den windschiefen Dächern kann dieses aber nicht möglich sein, weil in Fig. 23, A, die horizontale Länge des Sparrens bc kleiner ist als die für af. Trägt man diese Breiten im Profile B aus dem Mittel m in c und d, sowie in f und e auf, und zieht die Sparrenlinien nach dem jetzt beliebig hoch angenommenen Forstpunkte i, so ergiebt sich der Winkel mfi kleiner als der Winkel mci, wonach der Sparren ci eine steilere Lage hat als fi, und es ist klar, daß die Dachfläche akib zwischen f und c nicht eben sein kann; sie wird von f nach c hin jeden Augenblick steiler.

8) In Walmdächern liegt der Forst stets nach der Länge des Gebäudes.

An Giebeldächern ist das nicht immer der Fall, wie es die Figg. 4 bis 7 darthun; in Fig. 4 bis 6 läuft der Forst parallel mit den langen Seiten, während in Fig. 5 und 7 gi die langen Seiten sind. Dieser Unterschied ist genau ins Auge zu fassen, da man leicht zu der Annahme verleitet werden kann, in beiden letzt bezeichneten Figuren den Forst parallel mit gi zu legen. — Man trifft in den Städten sehr häufig Gebäude, deren Tiefe eine bedeutend größere Ausdehnung als die Länge hat. Da nun der Forst stets mit der Fronte (Langwand) parallel liegen muß, und gh wurde hier als Fronte angenommen, so ist leicht einzusehen, daß der Forst in keiner der vier Ausmittelungen mit gi parallel liegen kann; denn das Dach muß seinen Abfluß nach der Straße und nach dem Hofe des Gebäudes erhalten.

So einfach immerhin auch diese Erklärung erscheint, so geräth man bei zusammengesetzten Dachformen gar häufig in Zweifel, nach welcher Richtung hin der Forst laufen müsse und stundenlang betrachtet oftmals der Anfänger seine vorliegende Ausmittelung ohne auf den richtigen Weg zu kommen. Es folgt deshalb hier eine Erklärung für eine Ausmittelung, welche von einer falschen An-

Digitized by Google

Fig. nahme ausgeht. Es ist eine Eigenthümlichkeit der Ausmittelungskunst, daß jedenfalls das richtige Resultat gewonnen wird, selbst dann, wenn das Verfahren unrichtig begonnen wurde.

24. Wollte man z. B. annehmen in Fig. 24 müßten ab und cd die Walmseiten sein, so also, daß der Forst mit ad und bc parallel läge, so hätte man die halbe Tiefe von ab, das ist ae, aus e nach f, und aus g nach h zu tragen, demzufolge afb der eine, dhc der andere Walmen sein würde. Die den beiden Walmen angehörigen Seiten dh, ch und fa, fb durchschneiden sich in i und k, und da diese Walmen stets als Ebenen gedacht werden müssen, so entsteht für dieselben eine Durchschnittslinie

25. ik. — Nun zeichnen wir das Profil Fig. 25; bc ist die Breite des Gebäudes, bf und ch die schiefliegenden Walmflächen, deren Grundlinien cm = bn = ae sind, und die Höhen mh, nf gleich ae genommen wurden; so ist k der Durchschneidungspunkt. Die Theile der vermeintlichen Walmen von k bis f und von k bis h schließen sich an keinen Dachkörper an, stehen also frei in der Luft. Unterhalb des Punktes k schließen sie ein Dreieck bkc, welches das wirkliche Dachprofil ist. k ist also der Forstpunkt. — In Fig. 24 ist demnach ki der Forst, bkc und acd sind die Walmen und somit ist die richtige Ausmittelung ganz von selbst entstanden.

Bemerkenswerth ist hierbei, daß der vermeintliche Forst hf und der wirkliche Forst ik unter rechten Winkeln über einander hinlaufen, weil die Grundform rechtwinkelig ist; ist die Grundform schiefwinkelig, so laufen diese Forstlinien unter schiefen Winkeln über einander hin.

Im vorliegenden Falle sind die Flächen ikf und ikh eigentlich gar nicht vorhanden, da sie keinem Dachkörper angehören. Stellen wir uns aber vor, es ständen noch zwei andere Dächer so mit Fig. 24 in Verbindung, daß f und h wirkliche Walmpunkte wären und die Forste nach o und p hinliefen, so müßte in k eine wagerechte Kehle entstehen, welche Fig. 24 wiederum durch ik darstellt. — Solchen wagerechten Kehlen begegnen wir in zusammengesetzten Dachungen sehr häufig.

Wenn Länge und Breite (Tiefe) eines Daches einander gleich sind, so kann **kein** Forst vorhanden sein.

26. 27. Die vier Dachseiten, Fig. 26 u. 27, berühren sich in einem einzigen Punkte. Die Geometrie nennt so gestaltete Körper Pyramiden.

Digitized by Google

Die Gestalt der Pyramide finden wir schon vollkommen ausgebildet in den Grundrissen Fig. 10, abcd und Fig. 11, ehgf, indem wir uns die vier Verlängerungen efkp, fgki u. s. f. weggenommen denken, so daß die Vierecke abcd, Fig. 26, und ehgf in Fig. 27 übrig bleiben, wobei wir uns aber auch deutlich vorzustellen haben, wie die weggenommenen Theile wirklich gestaltet sind. — Fig. 28, iklm, ist der Grundriß, oder vielmehr die Ansicht von Oben, des weggenommenen Körpers, z. B. xpnoc aus Fig. 10, und ist hier mit smlki bezeichnet, qnop ist die Ansicht davon. — Nun denke man sich: mikl sei die Grundfläche eines liegenden Prismen oder Giebeldaches, so würde nowr die Ansicht davon sein; wie aber in Fig. 10 der Punkt x von der Linie bc um die halbe Tiefe entfernt liegt, ebenso ist das mit dem Punkte s oder q in Fig. 28 der Fall. mis oder nrq ist ein von vier Dreiecken begrenzter Körper, von denen das eine, senkrecht auf mi stehende, dem Querschnitte des Daches gleich ist; das zweite Dreieck mis deckt eine Fläche der nun frei gewordenen Pyramide, steht also in einerlei Neigungswinkel mit den Dachflächen: das dritte und vierte Dreieck sym und syi sind einander gleich und Theile von den beiden Dachflächen svki und svlm. — Dieser außerhalb der Grundfläche imlk schwebende Theil berührt die Grundfläche der Pyramide nur mit seiner Kante mi, hat aber, wie vorhin schon erwähnt ward, denselben Querschnitt wie der übrige Dachkörper, und ist seinem körperlichen Inhalte nach genau so groß, wie der durch die Abwalmung weggenommene Theil pow, und hat genau dieselbe Gestalt. Beide Körper sind congruent, und zwar sind sie dreiseitige Pyramiden, deren Grundfläche dem Querschnitte des Daches gleich ist und qr (oder pw), das ist die halbe Gebäudetiefe, zur Höhe hat. Fig. 28.

Der körperliche Inhalt einer solchen Pyramide ist demnach

$$\frac{mi \cdot nr}{2} \cdot \frac{rq}{3} = K$$

oder $$\frac{mi \cdot nr}{2} \cdot rq : 3 =$$

$$\frac{T \cdot H}{2} \cdot \frac{T}{2} : 3$$

T bedeutet Gebäudetiefe, H bedeutet Dachhöhe.

Da nun tukl vollkommen übereinstimmend ist mit fecb in Fig. 26, so geht hieraus hervor: daß jeder Walmen die Hälfte einer Pyramide ist.

Digitized by Google

Fig. Denken wir uns aber ferner die schwebende Pyramide s m i auf den Walmen v l k gelegt, so ist das ursprüngliche Prisma wieder hergestellt und der körperliche Inhalt wird durch folgenden Ausdruck bestimmt:

$$K = ml \,.\, lk \,.\, \frac{nr}{2}$$

$$= L \,.\, T \,.\, \frac{H}{2}, \text{ oder richtiger } \frac{T \,.\, H}{2} \,.\, L$$

Gehen wir zurück nach Fig. 8. A, so finden wir in diesem Walmdache zwei halbe Pyramiden, welche in b und c ihre Spitzen haben, und zwischen ihnen liegt ein Prisma dessen Länge b c ist. — Der körperliche Inhalt desselben wird also folgendermaßen bestimmt:

$\frac{T^2 \,.\, H}{3}$ = zwei halben Pyramiden, und $\frac{T \,.\, H}{2} \,.\, (L - T)$ = Prisma

also $\frac{T^2 \,.\, H}{3} + \frac{T \,.\, H}{2} \,.\, (L - T)$ = Inhalt des Walmdaches.

Nimmt man für dieselbe Ausmittelung das Bogendach **C** oder **D**, Fig. 8, so ist dies eine halbe Walze, an welcher die Walmen aus Walzenschnitten zusammengesetzt zu denken sind. — Hierzu gelangen wir in einem späteren Abschnitte.

9) In einem Gebäude von ungleicher Tiefe liegen die Walmpunkte, wenn die Dachflächen gleiche Neigungswinkel behalten, nicht in einerlei Höhe, die Forstlinie liegt also nicht horizontal.

29. In A, Fig. 29, Taf. III., sind die beiden Walmpunkte a und b nach der an Fig. 15 und 16 beschriebenen Weise zu suchen. — Im Profile B sind aus m die Entfernungen m f = m d, und m e = m c den winkelrechten Linien c a und b d in A gleich. Da die Neigungswinkel o e c und o c e, sowie i f d und i d f, sämmtlich einander gleich sind, wie angenommen wurde, so laufen die Sparren c o und f i, c o und d i mit einander parallel, und es ist natürlich, daß die Punkte i und o nicht in gleicher Höhe liegen können. Die Ansicht des Daches unter **C** zeigt, daß unter solchen Umständen der Forst nicht wagerecht sein kann. Er ist ein fallender Forst, eine **Verfallung.** Jede Verfallung aber ist nichts anderes als ein Stück Gratsparren, gleichviel welche Grundform ein Gebäude habe. Die vorliegende Grundform ist ein unregelmäßiges Viereck g h i k, welches durch Abstumpfung des Dreiecks g z h entstanden ist, indem die Spitze k i z weggenommen wurde. Denken wir uns dieses Dreieck vollständig vorhanden, so wird das Dach eine Pyramide, deren Dachflächen g a z, z a h und h a g durch die Gratsparren h a, g a und a z begrenzt sind, und der fallende Forst a b ist ein Theil von a z.

Digitized by Google

Die Gratsparren eines Dreieckes finden sich leicht, wenn man zwei Winkel halbirt, z. B. egh und ehg, wodurch der Durchschneidungspunkt a als Anfallspunkt der drei Grate, d. i. die Spitze der Pyramide gefunden wird; az ist sonach der dritte Grat. Fig.

An einem Dache von dreieckiger Grundform kann also nie ein Forst vorkommen, sondern jede vorkommende Ausmittelungslinie ist ein Grat, oder wenn das Dach — d. i. die Pyramide — unvollständig vorhanden ist, ein Theil eines Grates, wie eben ab, in Fig. 29, A. — Wie auch immer das Dreieck gestaltet sei, das über demselben sich erhebende Dach wird stets eine Pyramide.

Nächst dem Dreiecke (das ungleichseitige Dreieck mit inbegriffen) hat jedes gleichseitige Viereck, sowie jedes regelmäßige Vieleck, ein Pyramidendach über sich.

---

b. Weitere Ausführung und Bearbeitung allgemeiner Wahrheiten, nebst Darstellung vorkommender Abweichungen.

Wenn in den bisher angeführten Sätzen an regelmäßigen Grundformen unveränderliche Gesetze nachgewiesen und erklärt wurden, so ist es natürlich, daß an unregelmäßigen Grundformen das Gegentheil gelten muß, so z. B. können Dächer von gleicher Tiefe aber verschiedenen Neigungswinkeln nicht gleiche Forsthöhen haben, oder: der Forst kann dann nicht im Mittel des Gebäudes hinlaufen, wenn die beiden Dachflächen verschiedene Neigungswinkel haben u. s. f. u. s. f.

Wie mannichfaltig auch diese Abweichungen immerhin sein mögen, nichts destoweniger folgen ihre Ausmittelungen bestimmten Regeln; nur in sehr wenigen Fällen ist es der Künstlerhand gestattet, nach Willkühr die Dachflächen zu ordnen. Diese einzelnen Fälle liegen in ganz unregelmäßigen, oft abentheuerlich gestalteten Figuren, von menschlicher Laune erschaffen. Ehe wir diese betrachten können, müssen wir noch mancherlei Hülfsmittel kennen lernen, welche an einfachen Dachformen nachzuweisen sind.

In Fig. 30 liegt ein gleichseitiges, in Fig. 31 ein gleichschenkeliges, in Fig. 32 ein ungleichseitiges Dreieck mit der noth- 30. 31. 32.

Digitized by Google

Fig. wendigen Dachausmittelung, welche durch Halbirung der Winkel gefunden wird. —

Die Aufgabe, den Anfallspunkt (d. i. die Spitze der Pyramide) im Grundrisse zu finden, ist keine andere, als die Planimetrie sie uns stellt: einen Kreis in ein Dreieck zu legen und dessen Mittelpunkt zu bestimmen. — In Fig. 32 ist a b die horizontale Ausmittelungslinie für den Mittelsparren und bildet den Halbmesser des in das Dreieck zu legenden Kreises. Mittelsparren und Halbmesser sind hier — wie überhaupt an jedem Walme — gleichbedeutend.

Bei Aufsuchung des Walmpunktes durch Rechnung hat man den Halbmesser h a = b a zu bestimmen, und um diese Linien auftragen zu können, sind die Punkte h und b auf die Linien e c und e d zu bringen. — Je nachdem das Dreieck gleichseitig, gleichschenkelig oder ungleichseitig ist, modulirt sich das Verfahren. Wir nehmen das einfachste zuerst.

30. Im gleichseitigen Dreieck, Fig. 30, steht jede Linie, welche einen Winkel halbirt, rechtwinkelig auf der dem Winkel gegenüber liegenden Seite, und da h oder b jedesmal ein Halbirungspunkt ist, so entstehen auch je zwei congruente Dreiecke, z. B.

$$\triangle\ c\,h\,d \cong \triangle\ c\,h\,e$$
$$\triangle\ d\,b\,c \cong \triangle\ d\,b\,e$$

Da nun auch $\triangle$ d h a rechtwinkelig und mit $\triangle$ d b e den Winkel b d e gemeinschaftlich hat, so sind beide Dreiecke einander ähnlich, und es läßt sich folgende Proportion aufstellen:

$$b\,d : b\,e = d\,h : h\,a$$

folglich $h\,a = \frac{b\,e \,.\, d\,h}{b\,d}$, das ist der gesuchte Halbmesser.

Die Linie b d aber ist leicht zu finden, da sie die Kathede des $\triangle$ d b e ist, und man hat

$$b\,d = \sqrt{d\,e^2 - b\,e^2}$$

Da der Anfallspunkt a im gleichseitigen Dreieck gleichzeitig der Schwerpunkt desselben ist, so läßt er sich auch auf folgende Weise berechnen:

$$h\,a = \frac{1}{3}\,h\,c$$

folglich $h\,a = \frac{\sqrt{d\,e^2 - b\,e^2}}{3}$.

31. Im gleichschenkeligen Dreieck, Fig. 31, operirt man auf der längsten Linie d e, indem man die Länge d c in g, und e c in f abschneidet; zieht man die Linien g c und f c, so entstehen die gleichschenkeligen Dreiecke d g c und e f c, die Halbirungspunkte auf g c und f c ergeben die Linien, welche die Winkel bei d und e halbiren; der Durchschneidungspunkt a ist der Ausmittelungspunkt. Ferner ist das entstandene Dreieck f g c ein gleichschenkeliges,

Digitized by Google

in welchem hc rechtwinkelig steht und h der Halbirungspunkt von fg ist. — Fig.

Hier hat man:

$$\triangle dig \sim \triangle dha$$

$$\text{also } di : ig = dh : ha$$

Ehe die vorstehende Proportion aufgestellt werden kann, ist die Länge di zu bestimmen, wie folgt: in dem rechtwinkeligen Dreiecke chg wurde cg in i halbirt, zieht man nun ik parallel mit ch, so ist ik halb so groß als ch, desgleichen $kg = \frac{hg}{2} = \frac{fg}{4}$. Sobald das Perpendikel hc bekannt ist, hat man ik als die Hälfte desselben zu nehmen; und man hat

$$di = \sqrt{dk^2 + ki^2}$$

Wäre die Höhe hc unbekannt, so ließe sich dieselbe folgendermaßen finden: da $\triangle$ edc, Fig. 31, ein gleichschenkeliges ist, so steht hc stets im Halbirungspunkte auf de; sind also die drei Seiten des Dreiecks gegeben, so hat man

$$ch = \sqrt{ce^2 - he^2}$$

In dem ungleichseitigen Dreiecke, Fig. 32, tritt in dem Verfahren der Linienkonstruction keine Aenderung ein, nämlich: man nimmt $ef = ec$, $dg = dc$, zieht fc und gc, halbirt beide Linien und zieht nach d und e die Halbirungslinien der Winkel, nun halbirt man fg und errichtet in h die winkelrechte Linie ha. 32.

Für die Berechnung des Halbmessers ha gilt Folgendes:

$$ed - ec = fd$$

$$ed - dc = ge$$

$$ed - (fd + ge) = fg$$

$$\frac{fg}{2} = fh = gh$$

$$\frac{lc}{2} = ki$$

$$gd - dl = lg$$

$$\frac{lg}{2} = kg$$

weil nun $\triangle gki \sim \triangle gid$

so hat man $gk : ki = gi : id$, aber $gi = \sqrt{gk^2 + ki^2}$

da ferner $\triangle dig \sim \triangle dha$

so hat man $di : ig = dh : ha$

Statt der beiden letzten Proportionen konnte man eine andere wählen, nämlich: indem man die beiden Dreiecke gki und dha mit einander verglich; man hat nach denselben

$$dh = df + \frac{fg}{2}$$

$$\text{also } ki : kg = dh : ha$$

Es ergeben sich sonach für ha zwei Gleichungen, nämlich

Digitized by Google

$$ha = \frac{ig \cdot dh}{di}$$

oder

$$ha = \frac{kg \cdot dh}{ki}$$

In der vorſtehenden Berechnung wurde das Perpendikel lc als bekannt vorausgeſetzt; iſt es unbekannt, ſo muß es entwickelt werden, wie folgt:

In der Lehre von den Proportionen beim Kreiſe iſt ein Satz, der lautet: „Gehen von einem Punkte e, außerhalb des Kreiſes, zwei gerade Linien ez und ed durch den Kreis, ſo ſind ſie ihren äußeren Abſchnitten ex und ey umgekehrt proportionirt.“ Man hat alſo

$$ez : ed = ex : ey$$

oder $ed : ez = ey : ex$

Sind uns die drei Seiten eines ungleichſeitigen Dreiecks gegeben, ſo ſchlage mit der kürzeſten cd aus c einen Kreis und verlängere ec bis z, ſo hat man nach dem gegebenen Lehrſatze

$$ey : ex = ed : ez$$
$$ey = ec - dc$$
$$ez = ec + dc$$

alſo $ec - dc : ex = ed : ec + dc$

dieſelbe Proportion geordnet

$$ed : ec + dc = ec - dc : ex$$

mithin $ex = \frac{(ec + dc) : (ec - dc)}{ed}$

$$= \frac{ez \cdot ey}{ed},$$

$ed - ex = dx$ d. i. die Baſis des gleichſchenkeligen $\triangle$ dxc alſo $xc = dc$, und wird nun dx halbirt, ſo entſtehen die beiden rechtwinkeligen Dreiecke dlc und xlc, welche congruent ſind.

$$xl = \frac{dx}{2}$$

$$cx = dc$$

folglich $lx = \sqrt{dc^2 - ld^2}$, das iſt die Höhe des Dreiecks.

Die Beſtimmung der Länge von den drei Graten beruht nun durchgängig auf dem pythagoräiſchen Lehrſatze, und für ea und ad kann die Berechnung direkt ausgeführt werden, indem he und hd, ſowie ha bekannt geworden ſind. Man hat alſo

$$ea = \sqrt{eh^2 + ha^2}$$
$$da = \sqrt{dh^2 + ha^2}$$

Die Ausmittelungslinie ca kann nicht direkt ermittelt werden, weil z. B. von der Linie ec zuvor für das Dreieck abc die Kathede bc zu ſuchen iſt, wie folgt:

$$bc = ec - eb$$
$$eb = \sqrt{ea^2 - ba^2}$$

alſo $bc = ec - \sqrt{ea^2 - ba^2}$,

wenn bc beſtimmt iſt, ſo hat man:

$$ac = \sqrt{bc^2 + ba^2}$$

Digitized by Google

Hierbei darf man durchaus nicht vergessen, daß die bisher gesuchten Längen nur für die in der horizontalen Ebene liegenden Ausmittelungslinien gelten, keineswegs aber für die wirklichen Sparrenlängen. — Sind erst die Ausmittelungslinien bekannt, dann lassen sich die wirklichen Sparrenlängen schnell finden; die Dachhöhe muß bekannt sein. Fig.

Ist **ma** in Fig. 32, B, die Dachhöhe, so trägt man von **m** aus die Punkte **b, c, d, e** auf, deren Entfernungen von **m** den Längen **ab, ac, ad, ae** in A gleichkommen. — Da jeder Sparren mit der Dachhöhenlinie ein rechtwinkeliges Dreieck bildet, an welchem er die Hypothenuse ist, so hat man die Ausmittelungslinie, sowie die Dachhöhe ins Quadrat zu erheben, und aus deren Summe die Quadratwurzel zu ziehen. Für den Gratsparren **ae** hat man also

$$ae = \sqrt{me^2 + ma^2}$$

In den zusammengesetzten Dachformen kömmt die Pyramide nur selten in ihrer einfachen Grundgestalt vor, indem mindestens eine ihrer Spitzen abgestumpft ist, wie z. B. Fig. 29 zeigt, wo von der Pyramide ikz abgeschnitten wurde. Da aber bei ik ein Walmen befindlich ist, so liegt die Spitze des abgeschnittenen Theiles in m; npm aber ist auch eine Pyramide. Fig. 29.

Soll nun der Ausmittelungspunkt **b**, sowie die Dachhöhe **om** durch Rechnung gefunden werden, so ist zuerst zu wissen nöthig, wie hoch **a'l** ist, das ist die Höhe des Hauptdaches. — Denkt man sich von **p'** eine Senkrechte nach **q** und nimmt **p'q** als Höhe eines Dreieckes an, welches dem Dreieck **g'a'l** ähnlich ist, so erhält man **qp's**. Die Höhe **p'q** wird bestimmt durch eine aus den ähnlichen Dreiecken **la'n** und **qp'n**, nämlich:

$$a'n : p'n = a'l : p'q$$

In gleicher Weise wird **p's** bestimmt, indem man die Seiten der Dreiecke **g'a'l** und **qp's** vergleicht, nämlich:

$$a'l : p'q = g'a : p's.$$

Sobald **ps** bestimmt ist, hat man

$$sn = p'n - ps$$

wodurch man das Dreieck **qsn** erhält, dem ähnlich durch die wagerechte Linie **qr** ein kleines Dreieck **qrm** entsteht, welches folgende Proportion ergiebt:

$$sn : nq = rq : qm$$

Denkt man sich **qr** bis nach **t** verlängert, so entsteht ein rechtwinkeliges Dreieck **mtq** ähnlich dem Dreiecke **qp'n**, oder auch **la'n**, und man hat folgende Proportionen:

entweder $qn : p'n = mq : tq$

oder $ln : a'n = mq : tq$

tq ist die Länge der horizontalen Ausmittelungslinie (als Hülfslinie für den Walmpunkt), welche aus **p** nach **b** einzutragen ist.

Da nun $tq = op'$ bekannt ist, so läßt sich die Höhe **om** schnell finden, indem man die ähnlichen Dreiecke **g'a'l** und **mop'** vergleicht, als:

$$g'a' : a'l = op' : om$$

Digitized by Google

Fig. Solche schiefstehende Pyramiden, dergleichen in Fig. 29, C, p'mu eine ist, kommen uns sehr häufig vor. Ihr körperlicher Inhalt wird bestimmt, indem man die Grundfläche ikz mit dem dritten Theile der Höhe om multiplicirt. — Sie sind zu
33. vergleichen den schiefstehenden Dreiecken z. B. abc, Fig. 33, dessen Quadratinhalt genau dem Inhalte des △ adc gleich ist, da beide Dreiecke gleiche Grundlinie und gleiche Höhe haben.

29. Der körperliche Inhalt des Walmdaches gkih, Fig. 29, wird demnach gefunden, wenn man zuerst den Kubikinhalt der als vollständig gedachten Pyramide $= ghz \cdot \frac{a'l}{3}$ berechnet und davon die abgeschnittene Spitze $= ikz \cdot \frac{om}{3}$ abzieht.

Bemerkenswerth ist hierbei, daß jede durch eine Pyramide gelegte Schnittebene wieder eine Pyramide abschneidet.

34. In Fig. 34, A, ist abxz der Grundriß einer abgestumpften Pyramide, deren Ergänzung abc ist.

Die Ausmittelung dieses Walmdaches wird auf dieselbe Weise gesucht wie in Fig. 23 geschah. Nachdem die Winkel bei a, b, x und z halbirt wurden, erhielt man durch die beiden Forstpunkte d und m den Forst selbst. Und die Richtigkeit der Construktion läßt sich, wie in Fig. 29, A, ebenso schnell erweisen, wenn die ursprüngliche Grundform, des △ xcz vollendet wird, wo dann die Halbirungslinie des Winkels bei c den Grat bildet, welcher durch den Walmpunkt d läuft.

Legt man winkelrecht auf die Linie mc an beliebigen Orten die Linien fe, hg, ki und denkt sich über ihnen die zugehörigen Sparren, so werden, wie im Profile B zu sehen ist, einander ähnliche Dreiecke gebildet. Die Fußpunkte der Sparren sind hier mit denselben Buchstaben bezeichnet. — Wenn p der höchste Punkt der Pyramide ist, sich also über dem Punkte m in A befindet, so muß der andere Walmpunkt d in der Höhe von o im Profile B gefunden werden; denn in den ähnlichen Dreiecken fep und kgo hat man

$$fe : kg = np : no$$
$$\text{oder } fn : kn = nq : no$$

C ist die Ansicht dieses Daches und die Höhen f'm', k'd' entsprechen den so eben unter B entwickelten Höhen np und no.

Es ist natürlich, daß eine Höhe immer gegeben sein muß, um die andere zu finden, und es ist einerlei, ob das Maß in

Digitized by Google

einer Zahl direkt ausgedrückt, oder durch Zahlenverhältniſſe beſchrieben iſt. Dasſelbe gilt von Längen- und Breitenmaßen.

Soll der Ausmittelungspunkt d durch Rechnung ermittelt werden, ſo hat man ſich die verſchiedenen Körper, welche hierbei in Betracht kommen, genau vorzuſtellen. Das in Rede ſtehende Dach — abgeſtumpfte Pyramide — hat die Grundfläche a b x z, die Ergänzung hat die Grundfläche a b c, beide zuſammen bildeten eine große Pyramide, z c x, der von dieſer Pyramide abgeſchnittene Theil iſt eine ſchiefſtehende Pyramide, deren Spitze in d liegt (in der Anſicht C liegt dieſe Spitze in d'); jedoch kann man ſich auch über der Grundfläche a b c eine niedrigere Pyramide denken, deren Spitze in t (oder t') liegt.

Die Höhen dieſer Pyramiden nehmen in richtiger Proportion immer mehr ab, je näher ihre Spitzpunkte m', d', t' in C dem End- oder Eckpunkte c' kommen; denn die drei ähnlichen Dreiecke m' f' c', d' k' c' und t' u c' ergeben folgende Proportion

$$f'c' : m'f' = k'c' : k'd' = uc' : ut'$$

das heißt: ſämmtliche Höhenpunkte liegen auf einerlei Linie, welche der Grat m' c' iſt.

Denken wir uns ſämmtliche Pyramiden im Grundriſſe A nach der Richtung c m mittelſt einer ſenkrechten Ebene durchſchnitten, ſo haben wir ihre reinen Profile in r' m' c', q' d' c' und q' t' c'.

Die Linie q' d' gehört ebenſowohl dem Walme der abgeſtumpften Pyramide, als der hängenden Fläche der ſchiefſtehenden Pyramide an und bildet mit der Grundlinie q' c' und dem Grate d' c' das Dreieck d' q' c'. Da, wie vorausgeſetzt wurde, alle vorkommenden Dachflächen gleiche Neigungswinkel haben, ſo muß, wenn von q' nach t' eine Linie gezogen wird, der Winkel t' q' u dem Winkel k' q' d' gleich ſein, weil ſie die Durchſchneidungslinien zweier Walmen a b d und a b t im Grundriſſe A ſind. Trägt man weiter aus dem Punkte u in C die Länge u q' nach u ϱ' und zieht die Linie t' ϱ', ſo muß das Dreieck t' u ϱ' dem Dreiecke t' u q' congruent, ſowie auch dem Dreiecke d' k' q' ähnlich ſein; da aber k' d' und u t' als ſenkrechte Linien parallel ſind, ſo muß auch die Linie t' ϱ' mit d' q' parallel liegen.

In dem Dreiecke d' q' c' iſt mittelſt t' ϱ' ein kleineres Dreieck t' ϱ' c' entſtanden, welche beide einander ähnlich ſind und folgende Proportion ergeben:

Digitized by Google

$$c'\varrho' : \varrho' t' = c'q' : q'd'$$

Ferner ergeben die Dreiecke $\varrho' u t'$ und $q'k'd'$ folgende Proportion:

$$\varrho' t : \varrho' u = q'd' : q'k'$$

woraus, wenn beide Proportionen mit einander multiplicirt werden, folgende Proportion entsteht:

$$(c'\varrho' . \varrho' t') : (\varrho' t . \varrho' u) = (c'q' . q'd') : (q'd' . q'k')$$

folglich $c'\varrho' : \varrho' u = c'q' : q'k'$

Da nun die Punkte c', ϱ', u, q', k' den Punkten c, ϱ, t, q, d im Grundrisse entsprechen, so hat man folgende Proportion

$$c\varrho : \varrho t = cq : qd$$

deren Glieder allerdings sämmtlich noch unbekannt, durch Rechnung aber leicht zu ermitteln sind, wie folgt:

In dem Vierecke $abxz$ seien gegeben za, $z\alpha$, αx, $a\beta$, βb. Es soll in demselben der Ausmittelungspunkt d gefunden werden.

1) $\alpha\beta$ zu suchen.
   $z\alpha - a\beta = \gamma\alpha$
   $\sqrt{z\alpha^2 + \gamma\alpha^2} = \alpha\beta$, als Hypothenuse im $\triangle\ \alpha\gamma\beta$.
2) ac zu suchen, d. i. die Länge der Ergänzung.
   $\triangle\ \alpha zc \sim \triangle\ \beta ac \sim \triangle\ \alpha\gamma\beta$, also hat man
   $\alpha\gamma : a\beta = \gamma\beta : ac$.
3) βc zu suchen, als Hypothenuse des $\triangle\ a\beta c$.
   $\sqrt{\alpha\beta^2 + ac^2} = \beta c$.
4) $a\delta$ zu suchen, das ist die Linie, welche vom Punkte a auf xc perpendikulär steht, und die mittlere Proportionale im $\triangle\ \beta ac$ bildet.
   $\triangle\ \beta ac \sim \triangle\ a\delta\beta$
   $\beta c : \beta a = \beta a : \beta\delta$
   $\sqrt{\beta a^2 - \beta\delta^2} = a\delta$.
5) an zu suchen, als Hypothenuse des $\triangle\ na\delta$, man nehme
   $cn = ca$, so hat man
   $c\beta - ca = \beta n$, ferner ist
   $\beta\delta - \beta n = n\delta$, und
   $\sqrt{n\delta^2 + a\delta^2} = an$.
6) rb zu suchen, d. i. die Linie, welche vom Punkte b aus mit an parallel läuft und die Basis des gleichschenkeligen $\triangle\ brc$ bildet.
   $\beta c - \beta b = bc$
   $\triangle\ anc \sim \triangle\ rbc$, folglich hat man
   $nc : na = bc : br$
   $$rb = \frac{na \,.\, bc}{nc}$$
7) $os = pb$ zu suchen, das ist der Unterschied der Höhen in beiden gleichschenkeligen Dreiecken anc und rbc.

Digitized by Google

$an - rb = 2 \cdot pn$

$\frac{2 \cdot pn}{2} = pn$, ferner

$\beta b - \beta n = bn$, nun hat man im $\triangle npb$

$\sqrt{bn^2 - pn^2} = pb$.

8) aq zu ſuchen, das iſt der Punkt, in welchem die Ausmittelungslinie mc die Linie ab durchſchneidet. Von q aus wird die Entfernung für den Walmpunkt d aufgetragen.

$an - pn = ap$

im $\triangle apb$ hat man

$\sqrt{ap^2 + pb^2} = ab$

$\triangle aoq \sim \triangle apb$, alſo hat man

$ap : pb = ao : oq \left(ao = \frac{an}{2}\right)$

$\sqrt{ao^2 + oq^2} = aq$.

Nachdem auch ab bekannt geworden iſt, hat man alle drei Seiten des $\triangle abc$, und es muß nun der Ausmittelungspunkt t in derſelben Weiſe berechnet werden, wie an Fig. 32, S. 26, entwickelt wurde, wodurch dann die Länge der Ausmittelungslinie tc bekannt wird. Sobald dies geſchehen, läßt ſich die Länge tq finden, indem

$ab - aq = qb$

$qb - \vartheta b = q\vartheta$

$\sqrt{q\vartheta^2 + \vartheta t^2} = tq$

Nun hat man $tq + ct = cq$, und

$cq - tc = c\varrho$,

wonach in oben aufgeſtellter Proportion drei Glieder bekannt geworden ſind, nämlich:

$c\varrho : \varrho t = cq : qd$

$qd = \frac{\varrho t \cdot cq}{c\varrho}$ das iſt die Entfernung des Ausmittelungspunktes d vom Punkte q, wodurch die Aufgabe gelöſt iſt.

Hiernach aber ſtellen ſich noch zwei Rechnungsaufgaben dar, nämlich: 1) den Radius dv und 2) die Ausmittelungslinien für die Gratſparren ad und bd zu entwickeln.

1) Den Radius dv zu ſuchen.

$\triangle dvc \sim \triangle twc$, alſo

$ct : cd = tw : dv$

$cd = cq + qd$

$dv = \frac{cd \cdot tw}{ct}$

2) Den Gratſparren da zu ſuchen.

$\triangle kdc \sim \triangle aoc$

$cs : rs = cd : dk$, ferner

$cd - co = od$

$\sqrt{(dk - oa)^2 + od^2} = ka$, ferner

$\sqrt{dk^2 - dv^2} = kv$

Digitized by Google

Fig. $ka - kv = va$ und man hat nun

$\sqrt{dv^2 + va^2} = da.$

Den Gratsparren db zu suchen.

$a\eta = av$

$b\eta = ab - a\eta$

$\sqrt{b\eta^2 + \eta d^2} = bd$

Da die Sparrenlinien über fe, hg u. s. f. einerlei Neigungswinkel haben, also wenn man sie, wie im Profile **B** geschehen, in einander legt, so laufen sie sämmtlich parallel, und es geht daraus hervor, daß die Dachflächen eben sein müssen; auch kann man sie, wie in Fig. 22, **D**, so in einander legen, daß je zwei Sparrenlinien auf einander zu liegen kommen, wodurch wiederum bewiesen ist, daß die Dachflächen eben sind.

Vergleichen wir damit Fig. 23, so finden wir zwar für die Ausmittelung dasselbe Verfahren, allein die beiden langen Dachflächen $gabh$ und $kabi$ sind wesentlich von denen in Fig. 34 verschieden, weil jeder Sparren zwischen a und b einen anderen Neigungswinkel hat, wie man sich aus dem Profile **B** deutlich machen kann. Die Höhe des Forstpunktes i ist hier unveränderlich und es liegen die Ausmittelungspunkte a und b in gleicher Höhe. Die Sparrenlinien ei und di können nicht parallel laufen und die beiden Dachflächen können nicht eben sein; man nennt sie daher windflügeliche oder windische Dachflächen.

Denkt man sich die Linien gh und ki bis zu ihrem Berührungspunkte verlängert, so wird das dreieckige Profil eine immer schmälere Grundlinie erhalten, die Sparrenlinien werden immer steiler, bis sie endlich in einer lothrechten Linie sich vereinigen, wogegen in Fig. 34 das Ende c ein Punkt ist, wie an jeder anderen körperlichen Ecke. — Das Ende an Fig. 23 ist eine Kante, deren Höhe der Dachhöhe gleich kommt.

Windische Dächer sind stets etwas Unangenehmes ebensowohl im Betracht ihres Aussehens, als auch hinsichtlich ihrer Konstruktion, da wir sie aber dennoch nicht immer vermeiden können, ja da sie sogar sehr häufig zu Aufgaben benutzt werden, weil sie zu ernstem Nachdenken zwingen und in der Bearbeitung Schwierigkeiten bereiten, so macht es sich nöthig, daß wir ihre Eigenthümlichkeiten näher beleuchten.

35. 36. In Fig. 35 und 36 sind Grundrisse solcher Dächer dargestellt, deren beide langen Umfassungslinien ad und bc sehr weit

Digitized by Google

hinaus verlängert werden müßten, bis sich dieselben berührten. — Fig. 35. 36.
Da Fig. 35, Taf. IV., als Walmdach angenommen wurde, so findet man die Forstlinie ef durch die Bestimmung der beiden Anfallspunkte e und f.

Es kommen uns aber eine Menge Fälle vor, in denen Walmen nicht vorhanden sind; da müssen andere Hülfsmittel zur Feststellung der Forstlinie in Anwendung gebracht werden.

Wären z. B. in Fig. 35 die beiden Anfallspunkte e und f nicht bekannt oder überhaupt gar nicht vorhanden, so könnte man den Forst auf folgende Weise suchen: mit der Linie ad lege aus dem Punkte c eine Linie gc parallel, nehme von c aus zwei gleiche Entfernungen ci und ch, halbire hi, ziehe die Mittellinie lc, errichte in einem beliebigen Punkte k eine winkelrechte Linie no und halbire dieselbe, so ist m ein Forstpunkt; der Forst ef läuft mit lc parallel.

Ein anderes, doch ähnliches Verfahren zeigt Fig. 36, welches darin besteht, daß man aus einem beliebigen Punkte auf der Linie ab nach cd hinüber winkelt, wodurch der Punkt e auf cd gewonnen wird. Aus e winkelt man wieder nach der Linie ab herüber, wodurch der Punkt g gewonnen wird, und der spitze Winkel heg entsteht, welchen man mittelst der Linie ie halbirt. Der Halbirungspunkt k auf ie ist ein Forstpunkt, durch welchen der Forst winkelrecht gelegt werden muß.

Auch findet man den Forst, wenn man parallel mit ie die Linien bm und al legt, und dieselben halbirt.

Hierbei muß man sich vor einem leicht zu begehenden Fehler 37.
in Acht nehmen, welcher darin besteht, daß man die Forstlinie nach den Halbirungspunkten der Giebellinien einlegt. — In Fig. 37 liegt der Forst an seiner richtigen Stelle, die Halbirung der Linie ab in e, fällt also mit dem Forste nicht zusammen. — Je schiefer die Giebellinie liegt, z. B. ac, desto weiter entfernt sich der Halbirungspunkt vom Forste, und rückt um so näher, je mehr sich die Giebellinie dem Perpendikel der Forstlinie nähert. — Sämmtliche Halbirungspunkte der verschiedenen Giebellinien liegen immer von der längsten Seite bf gleichweit entfernt, d. h. wird durch diese Halbirungspunkte eine Linie gelegt, so läuft dieselbe mit bf parallel. Diese Eigenschaften wollen wir noch näher betrachten.

Wie schon an Fig. 29 und 34 nachgewiesen wurde, sind die Umfassungslinien windischer Dächer stets zusammenlaufende (con-

Digitized by Google

Fig. vergirende) Linien, welche bei ihrer Verlängerung ein Dreieck bilden, worin die Forstlinie die Halbirungslinie des Winkels ist.

38. Nehmen wir Fig. 38, a b c, als ein so entstandenes Dreieck an, in welchem die Forstlinie in den Winkel b laufen müsse. — Mit einer beliebigen Zirkelöffnung ist das Kreisstück d e geschlagen, die Sehne d e hineingelegt und aus den Punkten d und e wiederum mit beliebiger Zirkelöffnung der Durchschneidungspunkt der beiden Kreisstückchen bei f gesucht und die Linie f b gezogen worden. — Die Linie f b steht perpendikulär auf d e und halbirt dieselbe in g, wodurch die beiden congruenten Dreiecke d g b und e g b entstanden sind. Betrachten wir nun die Linie a c, so finden wir, daß sie in h von der Forstlinie durchschnitten wird, während ihr Halbirungspunkt in i liegt; es springt also in die Augen, daß i b für den Winkel a b c die Halbirungslinie nicht sein, mithin auch nicht als Forstlinie gelten kann, weil sie das Dreieck d b e nicht in zwei congruente Dreiecke zerlegt. Der Grund, weshalb c h größer als a h ist, liegt darin, daß der Punkt c von b weiter entfernt ist als a. Zieht man die winkelrechten Linien c l und a k, so sind zwei Dreiecke a k b und c l b, welche einander zwar ähnlich, aber nicht congruent sind, entstanden, sowie auch die beiden Dreiecke h k a und h l c, von denen dasselbe gilt. Man hat hier:

$$ch > ah$$

weil $ak : lc = ah : ch$

und $bk : bl = ak : lc$

Je schiefer die Linie a c liegt, z. B. wie a m, desto größer wird diese Abweichung, und umgekehrt desto kleiner, je näher sie der winkelrechten Linie a k kommt.

Daß die Halbirungspunkte i und n, Fig. 38, von b c oder b m gleiche Entfernung haben, beruht darin, daß, wenn auch a b halbirt und die Linie o i oder o n gezogen wird, die ähnlichen Dreiecke a i o und a c b, oder a n o und a m b entstehen, in denen man hat:

$$ao : ob = ai : ic,$$

oder $ao : ob = an : nm$

folglich auch $ai : ic = an : nm$

und es ist klar, daß, wenn aus a nach b c eine Perpendikuläre gezogen, dieselbe durch o i ebenfalls halbirt wird, d. h. die Linie o i, wenn sie auch noch so weit fortgesetzt wird, behält von b c stets gleiche Entfernung.

Digitized by Google

Da Fig. 37 als ein unvollendetes Dreieck angesehen werden kann, so ist auch klar, warum die Punkte g, e, h, i, k von cm gleiche Entfernung haben. Fig.

Ein dritter Weg, für solche Dachungen die Forstlinie zu suchen, beruht auf dem bereits an Fig. 15 und 16 kennen gelernten Verfahren, die Winkel zu halbiren. — Es wird in Fig. 39 angenommen: das zu überdachende Gebäude liege zwischen anderen noch viel unregelmäßiger gestalteten, wie die angedeuteten Widerkehrlinien angeben, so daß von keiner Abwalmung die Rede sein kann. Da die Linienkonstruction an Ort und Stelle ausgeführt werden muß, so zieht man an beliebigem Orte ungefähr in der Mitte die Linie ab in ganz beliebiger Richtung, halbirt die durch sie entstandenen vier Winkel und legt durch die beiden Durchschneidungspunkte c und d eine Linie; so hat man die Forstlinie erhalten. 39.

Wir gehen nun zu einer anderen Eigenthümlichkeit der windischen Dächer über, betrachten aber vorher noch einmal Fig. 38, um den Grund für das Folgende daran zu erkennen. — Die Halbirungslinie lb des Winkels abc theilt die schiefe Linie ac in zwei ungleiche Theile ah und hc. Wenn wir nun den Winkel hba halbiren, so wird die Linie ha ebenfalls in zwei ungleiche Theile zerlegt werden; und halbiren wir den Winkel hbc, so geschieht dasselbe. Weil aber $hc > ha$ ist, so wird auch jeder der beiden Theile ebensowohl auf hc größer sein, als auf ha, und zwar wird der dem Punkte c zunächstliegende der größte, der bei a der kleinste sein. — Durch abermaliges Halbiren der Winkel erhält man mehr Theile auf ac, die in demselben Verhältnisse zu einander stehen; nämlich: nach a hin werden sie kleiner, nach c hin nehmen sie fortwährend zu.

Ein ähnliches Resultat wird man erhalten, wenn man statt der Theilung des Winkels abc die Theilung der geraden Linie dc, welche im genannten Winkel ein gleichschenkeliges Dreieck abschneidet, vornimmt.

Diese Theilung und die dadurch zu gewinnenden Hülfslinien sind in den windischen Dachungen das einzige Hülfsmittel für die zu suchenden Ausmittelungslinien, und deshalb müssen wir uns recht vertraut mit ihrem Gebrauche machen.

In Fig. 40, A, adcd liegt der Grundriß zu einem windischen Dache. — Die Linien gd und bf entsprechen den Linien 40.

Digitized by Google

b m und a l in Fig. 36, und sind auf dieselbe Weise gesucht worden. Nachdem durch Halbirung der beiden Linien der Forst bestimmt ist, werden sie in eine beliebige Anzahl gleicher Theile getheilt und zwar so, daß beide Linien gleichviele Theile erhalten; durch die Theilungspunkte 11, 22, 33 u. s. f. werden gerade Linien gelegt. Durch die Verlängerung dieser Hülfslinien bis an b c wird b c in ungleiche Theile getheilt, welche von b nach c hin zunehmen.

Um recht klar zu werden, was diese Hülfslinien bedeuten, oder wozu sie uns dienen, kehren wir zu Fig. 22, Taf. II. zurück, wo wir uns auch schon derselben bedienten. Sie schneiden sich dort paarweise auf den Graten und laufen mit den Umfassungslinien parallel. — Denken wir uns die in den Profilen **B** und **D**, Fig. 22, durch die Punkte i, k, c oder l, m, g gelegten Linien seien *horizontale Ebenen*, welche den Dachkörper in den ihnen gegebenen Höhen *durchschneiden*, so wird z. B. die durch den Punkt i gehende Ebene den Dachkörper **B** so durchschneiden, daß die Schnittfläche die Breite i n haben wird. Im Grundrisse **A** ist dieselbe Breite durch 22 ausgedrückt. — Die Höhe, in welcher eine Schnittebene liegt, bestimmt die Breite derselben, und es ist wohl leicht zu begreifen, daß die höher liegende Schnittebene k k schmäler als i n sein muß, weil der Dachkörper nach Oben an Breite abnimmt. — Eine Ebene durch den Punkt i gelegt, kann den Dachkörper **B** nicht mehr schneiden; dagegen in **D** erlangt sie noch eine ansehnliche Breite.

Diese Schnittebenen zerlegen die Dachkörper (hier reine Prismen) in proportionirte Theile, die um so kleiner ausfallen, je höher die Ebene liegt, und, da in Fig. 22 Prismen dargestellt sind, so laufen auch die Grenzen der Schnittebenen parallel.

In den Profilen **B** und **C**, Fig. 40, sind die über g d und b f des Grundrisses **A** stehenden Sparren dargestellt. — Da die Schnittebenen, wie wir vorhin sahen, proportionirte Theile bilden, und die Basen hier in gleiche Theile getheilt wurden, so müssen erstere in gleichen Höhen übereinander liegen; da aber ferner die Grundlinie in **C** nicht so lang als die in **B** ist, so müssen auch die Schnittflächen beider Profile verschiedene Breiten haben, und zwar ist z. B. h h schmäler als g g. — Die Höhen beider Profile sind gleich, mithin können in jedem eine gleiche Anzahl Schnittebenen liegen, die auch unter sich wiederum gleiche Entfernungen haben.

Digitized by Google

Läßt man von den Schnittpunkten gg, hh u. s. f. Lothlinien herab, so erhält man auf der Grundlinie die Punkte 6, 5, 4 u. s. f., wie sie im Grundrisse A auf den Linien gd und bf wiederzufinden sind. — Diese Linien für die Schnittebenen bedingen also gegenseitig ihre Lage sowohl im Grundrisse als im Profile, und, was vorzüglich wichtig ist: im Profile berühren sie sich an der Sparrenlinie, gleichviel ob der Sparren winkelrecht oder schief über die Forstlinie hi hinläuft, und es gilt dasselbe für die Grat- und Kehlsparren.

Untersuchen wir hierauf bezüglich den schieflaufenden Giebelsparren bc, dessen Profil in D vorliegt, so finden wir, daß die Sparrenlinien il und kl nicht geradlinig sein können, weil die Theile auf der Grundlinie ik von i nach k hin an Breite fortwährend zunehmen, indem sie den Theilen auf der Linie bc im Grundrisse entsprechen müssen. Wenn nun die lothrechten und wagerechten Hülfslinien gezogen sind, so finden wir die Durchschneidungspunkte derselben für den Sparren il oberhalb der geraden Linie, für den Sparren kl unterhalb der geraden Linie.

Etwas deutlicher ist diese Aus- und Einbiegung im Profile E zu sehen, welches entstehen würde, wenn bm die Giebelgrenze im Grundrisse wäre. Weil bm in einer schieferen Richtung als bc die Hülfslinien 11, 22 u. s. f. durchschneidet, so werden die Zwischenräume m1, 12, 23 u. s. f. länger, als auf der Giebellinie bc; bm ist länger als bc, folglich sind auch die einzelnen Theile auf bm länger als auf bc, und daher kömmt es, daß die Abweichungen der Sparrenlinien größer werden. — Je mehr sich die schiefe Giebellinie der Lage von bf nähert, desto unmerklicher werden die Abweichungen.

Die eben kennen gelernte Biegung der Sparren erfolgt in senkrechter Richtung, d. h. die gerade Linie op (im Profile E) liegt mit der krummen Sparrenlinie in einer senkrechten Ebene, oder, von Oben angesehen, decken sie sich. Im Grundrisse Fig. 10, A, sind beide Linien über der Linie nm befindlich.

Auf jeder Ebene liegt jede gerade Linie, nach welcher Richtung sie immer gehe, mit jedem ihrer Punkte in der Ebene, so daß sich kein einziger Punkt außerhalb der Ebene befindet. An der windischen Fläche ist dieses nicht möglich, und kann nur nach zwei Richtungen, nämlich von t nach d oder parallel mit td, und in der Richtung von 11, oder 22 oder 33 u. s. f. geschehen. Wollte

Digitized by Google

Fig. man auf der Dachfläche hicd eine gerade Linie von h nach c, oder von i nach d, oder überhaupt in diagonaler Richtung legen, so würde sie außerhalb der Dachfläche liegen. Z. B. zieht man von u nach m eine gerade Linie, so ist dieselbe länger als um, und schneidet die Hülfslinien 11, 22, 33 in größeren Zwischenräumen; da wir aber schon in den Profilen D und E gesehen haben, daß die Biegungen immer stärker werden, je weiter die Durchschneidungspunkte auseinander liegen, so wird die gerade Linie noch weiter von der Dachfläche entfernt sein, als im Profile E.

Diese gebogenen Sparren (krumme Sparren) bezeugen die Unregelmäßigkeit des Dachkörpers; sie kommen weder am Prisma, noch an der Pyramide vor.

Das windische Dach unterscheidet sich von jenen beiden wesentlich dadurch, daß jeder Sparren einen anderen Neigungswinkel hat, weil jeder derselben auf einer anderen Basis steht; denn jede Linie (Balken) zwischen gd und bf wird eine andere Länge haben.

Bevor wir weiter gehen, müssen wir noch einmal auf die oben entwickelten allgemeinen Wahrheiten zurückblicken, um andere Sätze aus ihnen herzuleiten und verständlich zu machen.

In dem ersten Satze dort wurde gesagt: daß alle Grat- und Kehllinien ihren Winkel, aus dem sie entspringen, halbiren, vorausgesetzt, daß die Gebäude gleiche Tiefe behalten, wie dies in Fig. 9, 10, 11 der Fall ist.

Umgekehrt geht hieraus hervor, daß, wenn die Gebäude nicht gleiche Tiefe haben, die Dachhöhen aber gleich sind, **die Grat- und Kehllinien ihre Winkel nicht halbiren.**

41. Fig. 41, A, Taf. V, ist eine aus zwei verschiedenen Gebäudetiefen zusammengesetzte Widerkehr, deren Forste in gleicher Höhe bleiben sollen. Die Umfassungen eines jeden Gebäudes laufen parallel, mithin haben beide Dächer prismatische Gestalt und ihre Ausmittelungen werden geradlinig; der Forst liegt überall in der Mitte, wie dieses auch die Profile B und C andeuten, und daher kömmt es, daß, wie in Fig. 9, Taf. I., Grat und Kehle in eine gerade Linie zusammenfallen. Aber daß durch die Verlängerung der Linien fa und ea das längliche Rechteck abcd entsteht, dessen Winkel durch die Diagonale nicht halbirt werden, ist augenscheinlich; denn die Diagonale halbirt die Winkel im Viereck nur dann, wenn die Schenkel der gegenüberliegenden Winkel gleich sind.

Digitized by Google

Theilt man die fh in gleiche Theile, hier deren vier, trägt Fig.
diese Theilung in das Profil C, so wird eine wagerechte Schnitt-
ebene in der halben Höhe entstehen; führt man dieselbe in das
Profil B herüber, so schneidet sie dasselbe ebenfalls in der halben
Höhe, und, geht man von den auf den Sparrenlinien entstandenen
Schnittpunkten herab, so wird auch hier der Balken in vier gleiche
Theile getheilt, welche den Theilen auf da entsprechen. Da sich
nun auch diese Schneidungslinien auf ca berühren, so muß ca
eine gerade Linie sein.

Nach den an Fig. 9 und 10 entwickelten Gesetzen müßte die
eben betrachtete Ausmittelung eine falsche sein, indem man sich
vorstellen kann: hcdf, Fig. 40, A, sei ursprünglich ein Walm-
dach gewesen, dessen Walmpunkt von g nach i herein eine Ent-
fernung hatte, welche der halben Tiefe von fh gleichkam und
dessen Grate in ic und id lagen. — Wirklich kann auch diese
Ausmittelung nur als Abweichung von der Regelmäßigkeit ange-
sehen werden, indem es eine Vermischung oder Zusammensetzung
verschieden gestalteter, oder nicht-ähnlicher Körper ist. Nichtsdesto-
weniger ist eine solche Vermischung die einfachste.

Die Vermischung unähnlicher Körper erzeugt sehr interessante
und wohl auch schwierige Aufgaben; nur muß man nicht in den
Fehler verfallen, welchen zuweilen die Innungen begehen, bei
Prüfung ihrer Stückmeister die Aufgaben so unsinnig als möglich
zu stellen. — Doch eben deshalb ist es nothwendig, die Unregel-
mäßigkeit in ihrer ganzen Fülle kennen zu lernen.

In Fig. 42 ist ein windisches und ein prismatisches Dach 42.
zusammengesetzt. Das erstere ist in seiner Regelmäßigkeit genom-
men worden, indem das Trapez abcd durch die Forstlinie ef in
zwei symmetrische Theile efcd und efba getheilt wird, indem
die Winkel b und c, sowie a und d paarweise gleich sind, d. h.
wenn die Linien cd und ba verlängert werden, entsteht ein gleich-
schenkeliges Dreieck. Die Schneidungslinien können in diesem Falle
ohne Weiteres auf bc und ad eingetheilt und danach gezogen
werden. Hierauf theilt man auch eine Linie gh, welche im an-
deren Gebäude winkelrecht steht, in ebensoviele gleiche Theile und
legt die Schneidungslinien ein, welche genau auf der Linie bc die
aus dem ersten Gebäude kommenden berühren. — Daß diese
Berührung auf der Linie bc erfolgen muß, ist natürlich; denn
verlängert man cb und hg bis zu ihrer Berührung, so hat man

Digitized by Google

Fig. ein Dreieck erhalten, in welchem die Theilung auf gh und bc proportionirt ist. — Die Hauptsache bleibt in diesem Falle, daß der Grat cf mit der Kehle fb eine gerade Linie bildet.

Stehen aber die Berührungspunkte der Umfassungslinien beider Gebäude bei b und c einander nicht so gegenüber, daß die Linie bc bei b und c gleiche Winkel mit ba und cd, sondern
43. ein ungleichseitiges Dreieck bildet, wie z. B. icd in Fig. 43, so daß ein Winkel icd größer als der andere idc ist, so können die Durchschneidungspunkte 1, 2, 3, 4 u. s. f. nicht in gleichen Entfernungen von einander liegen, da dies nur auf der Basis ab für das gleichschenkelige Dreieck gilt; da aber die Theilungspunkte der Hülfslinien 6, 7, 8 u. s. f. im anderen Gebäude in gleichen Entfernungen aufgetheilt sind, so können sie ebenfalls nicht in den Punkten 1, 2, 3 u. s. f. einlaufen, sondern berühren jene Hülfslinien an ganz anderen Stellen, wodurch die krumme Linie dec entsteht. — Der eine krumme Theil de ist der Grat, der andere Theil ec ist die Kehle; beide zusammen bilden eine krumme Linie, deren sanfte Biegung keine Unterbrechung erleidet, obgleich die Biegung von ce stärker ist, als die von de. — Der Grat- und Kehlsparren sind hier zwar gebogen, und sie heißen deshalb „krumme Grat- und Kehlsparren", allein ihre Biegung ist hier nur in wagerechter Richtung erfolgt.

Diese Art von krummen Linien machen bei anderer Gestaltung der Gebäudeformen die sonderbarsten Biegungen; nimmt man z. B. den Winkel cid etwas größer oder kleiner, so ändert sich die Biegung der Linie ced, oder nimmt man den Winkel icf etwas anders, so erfolgt ebenfalls eine Aenderung der Biegung. Aendert man beide Winkel zugleich, oder auch noch einen Winkel icd, oder nimmt man die Linien cf und dg als nicht parallele an, so wirkt dieses alles auf der Biegung der Linie ced ein. — In senkrechter Richtung können diese krummen Sparren im vorliegenden Falle keine Biegung erleiden, weil sie die Grenzen der zwei ebenen Dachflächen kedg und kecf sind.

Wir haben also zwei Biegungen an den Sparren kennen gelernt, nämlich: die eine in senkrechter (Fig. 40), die andere in wagerechter Richtung (Fig. 43), welche jetzt vereinzelt erscheinen, und es geschah das aus dem Grunde, daß sie von dem Schüler in ihrer Einfachheit erkannt und genau verstanden werden konnten. Betrachten wir nun Fälle, in denen beide Biegungen vereinigt vorkommen.

Digitized by Google

In Fig. 44 liegt zu einem windischen Dache der Grundriß in möglichster Regelmäßigkeit, indem ab und dc rechtwinkelig auf der Mittellinie ef stehen, und diese den Grundriß in zwei symmetrische Hälften zerlegt. — Die Bestimmung der beiden Walmpunkte g und h ist das Erste was geschehen muß, der Forst ergiebt sich dann von selbst. Fig. 44.

Da wir an den Figg. 14 bis 17 gesehen haben, daß um jeden Walmpunkt drei gleichlange Sparren rechtwinkelig auf den Umfassungslinien stehen, so muß dasselbe auch hier stattfinden, wie sich endlich von selbst versteht und eigentlich wieder zu erwähnen hier nicht nöthig war, wenn nicht die Auftheilung der Theilungslinien unsere Aufmerksamkeit erregte. Nämlich die Auftheilung derselben geschah in Fig. 40, 42 und 43 auf denjenigen Linien, welche winkelrecht auf dem Forste stehen, und das wäre hier die Linie lm. Aber es entsteht die Frage: ob die Theilung nicht auf den winkelrechten Sparren ih und kh vorzunehmen sei? Denn an der Walmseite kann sie nur auf hf gemacht werden, und dann könnte man sie von hier auf die beiden gleichlangen Halbmesser ih und kh übertragen.

Allein wir müssen im Betracht der Fig. 38 bedenken, daß, wenn die Abwalmung nicht vorhanden wäre, die Theilung auf der winkelrechten Linie cd vorgenommen werden würde, also auf einer Linie, mit welcher die ml parallel läuft. Ein anderer Grund ist, daß man bei Ausführung eines solchen Daches die Sparren stets so zu stellen sucht, daß die ihnen zugehörigen Balken so liegen, wie die Linien ml, no, pq, rs andeuten. Die sämmtlichen Sparren in solcher Stellung gegeneinander zu verbinden, wie hi und hk haben, fällt keinem vernünftigen Zimmermann ein.

Wird indessen die Theilung dennoch auf dem Halbmesser gemacht, und verbindet man dabei die Sparren so, daß sie auf den Linien ml, no u. s. f. stehen, so werden sie nach Fig. 40, D und E, eine kleine senkrechte Einbiegung zu erleiden haben, was dem Zimmermann bei der Ausführung eine sehr lästige Arbeit macht.

Sind endlich die nöthigen Hülfslinien gezogen (auf der Zulage werden sie mit Schnurschlägen gemacht), so legt man durch die Berührungspunkte derselben die krummen Gratlinien hd, hc, gb und ga, wobei beiläufig bemerkt wird, daß sich die Krümmung derselben stets nach der Erweiterung der Umfassungslinien richtet, wie auch schon an Fig. 43 erklärt wurde.

Digitized by Google

Fig. Die Gratsparren der windischen Dachungen haben, wie wir an Fig. 40, E, und Fig. 43 kennen lernten, eine doppelte Biegung, eine senkrechte und eine wagerechte. — Die geraden Gratlinien in Fig. 34, A, und Fig. 35 sind, genau genommen, falsch, und dennoch kann man sie als gerade annehmen. Was dadurch aber herbeigeführt wird, wollen wir näher betrachten, wenn wir zuvor die Behandlung der krummen Grate kennen gelernt haben.

45. In Fig. 45, A, liegt ein windisches Dach mit schiefen Walmen vor, dessen Ausmittelung genau so wie in Fig. 44 gefunden wird..

An dem längsten Gratsparren a b ist die Biegung am auffallendsten, weil seine Richtungslinie so durch die Hülfslinien geht, daß die Durchschneidungspunkte d, f, h am weitesten auseinander liegen. Deshalb wollen wir auch an ihm vorzugsweise die Natur der Gratsparren untersuchen.

Es wurden hier drei Schnittebenen angenommen, deren äußerste Grenzen, in c, e und g den krummen Grat bestimmen. Zieht man die gerade Linie a b und winkelt von den Punkten c, e und g herüber, so geben die Entfernungen c d, e f, g h das Maß der wagerechten Abweichung an.

Um aber die senkrechte Abweichung zu erhalten, muß der Gratsparren besonders herausgetragen werden, was in C. I. geschehen ist. — Bevor dieses geschieht, ist die Dachhöhe zu bestimmen und dazu braucht man einen Lehrsparren, wobei man auf folgende Weise zu Werke geht:

In Fig. 40, B und C sahen wir, daß diese beiden Sparren bei ihrer verschiedenen Grundbreite oder Balkenlänge verschiedene Neigungswinkel haben, daß also der eine flächer, der andere steiler steht. Da dieser Umstand bei allen windischen Dächern eintritt, so nimmt man denjenigen Sparren, dessen Balken die mittlere Länge zwischen den Balken g d und b f hat, und gleicht die Sparren dieser Linien so aus, so daß der eine nicht zu flach, der andere nicht zu steil ausfällt. Da aber Fig. 45, A, ein Walmdach ist, so ist der mittlere Sparren m n zwischen beiden Walmpunkten zu nehmen. Das Profil B ist nach diesem Sparren zu Winkeldach eingerichtet worden. Hierauf trägt man die wagerechte Linie a b in C mit den übergewinkelten Punkten d, f und h auf, giebt in a' die Dachhöhe aus B, nebst den Schneidungslinien an, winkelt von d, f und h in die Höhe und erhält für den krummen Grat

Digitized by Google

die Punkte g, e und c in I; das giebt die ſenkrechte Biegung. — Die gerade Linie ba' giebt die Richtung des wirklichen Grates an und bildet, wenn man denſelben umkantet, die Drehachſe. — In C. II. liegt derſelbe Grat einmal umgekantet, was in der Zeichnung (Ausführung) auf folgende Weiſe bewirkt wird: mit ba' in I. lege eine parallele Linie ba' in II. und winkele aus I. die Punkte b, g, e, c, a' herüber nach II.; alsdann nehme aus der Zulage A die winkelrechten Breiten von cd, ef, gh und trage ſie in II. ſo auf, wie ſie hierſelbſt mit denſelben Buchſtaben bezeichnet ſind. — Auf dieſe Weiſe erhält man in II. die Biegung in wagerechter Richtung. Dieſelbe iſt ſtärker als die ſenkrechte Einbiegung.

Wenn gleichzeitig Abweichungen nach zwei Richtungen vorkommen, ſo iſt die wirkliche Abweichung weder eine wagerechte noch eine ſenkrechte, ſondern eine ſchiefe, D macht dieſe Abweichung anſchaulich. In der Mitte iſt if die ſenkrechte, fe die wagerechte Abweichung, d. h. durch den Punkt i würde der Gratſparren gehen, wenn er geradlinig wäre, er liegt aber um if tiefer, und würde durch f gehen, wenn die Einbiegung nur eine ſenkrechte wäre, da ſie ſich aber gleichzeitig von f nach e entfernt, ſo iſt die Diagonale ie das Maß der Entfernung. Am Punkte e iſt das Maß der Entfernung von der geraden Linie

$$= \sqrt{if^2 + fe^2}.$$

Soll die Gratſparrenlänge, z. B. über ab, durch Rechnung gefunden werden, ſo ſtellt ſich uns die Aufgabe folgendermaßen:

Der Grundriß ibxy iſt gegeben und nach ihm der Berührungspunkt z gefunden worden, ſo daß die Hauptfigur als Dreieck zib erſcheint, an welchem nun die drei Seiten zi, ib, bz bekannt ſind.

Hiernach iſt der Walmpunkt a (wie in Fig. 32) zu ſuchen, wobei auch der Radius at, ſowie die Ausmittelungslinie ab bekannt werden.]

Nachdem dieſes geſchehen, ſuche das gleichſchenkelige Dreieck zbw, lege in dasſelbe das Perpendikel bv, verlängere die Hülfs- oder Schneidungslinie bis an die Linie bw, ziehe parallel mit bw aus i und s die Linien iq und sr, parallel mit zs die Linie qp, verlängere die Schneidungslinie 2e bis α, ſo ſind mehrere Dreiecke gebildet worden, die uns zu verſchiedenen Rechnungsanſätzen dienen, wie ſich aus Folgendem ergiebt. Zunächſt iſt unſer Hauptaugenmerk dahin gerichtet, die Abweichung bei e zu beſtimmen; da e auf der Fläche βabx liegt, ſo iſt zu ermitteln, welche Länge sb hat, dann iſt γe zu ſuchen, dann ef, dann ei in C. I., um nach beiden letzteren das Diagonalmaß bei e zu beſtimmen, und die wirkliche Länge nach der Hypothenuſe ba' in C zu erhalten; denn der Gratſparren beſteht hier aus vier Theilen oder Sectionen, welche einzeln als Hypothenuſen unter der Hypothenuſe ba' liegen. — Der

Digitized by Google

Kürze wegen wollen wir jetzt den krummen Grat ba' nur in zwei Sectionen zerlegen und dazu den Punkt e annehmen. Die dadurch entstehende Differenz wird außerordentlich gering sein, da man von e aus nach beiden Seiten hin den Grat so ziemlich als geradlinig betrachten kann.

1) sb zu suchen.

$$\triangle zui \sim \triangle zvb$$
$$zi : zu = zb : zv$$
$$\text{also } \frac{zu \cdot zb}{zi} = zv$$

ferner in denselben Dreiecken:

$$zi : iu = zb : bv$$
$$zw = zb$$
$$zw - zv = vw$$
$$\sqrt{vb^2 + vw^2} = bw$$
$$\sqrt{zb^2 - b\delta^2} = \delta z$$
$$\triangle ziq \sim \triangle zwb$$
$$zb : bw = zi : iq$$
$$\text{also } \frac{bw \cdot zi}{zb} = iq$$

ferner:

$$bw - iq = 2 \cdot bp$$
$$\frac{bw - iq}{2} = bp.$$

Im $\triangle qpb$ ist, da

$$zb - zq = qb$$
$$\sqrt{qb^2 - bp^2} = qp$$

ferner:

$$\triangle w\delta s \sim \triangle wpq$$
$$wp : pq = w\delta : \delta s$$
$$\frac{pq \cdot w\delta}{wp} = \delta s.$$

Im $\triangle s\delta b$ hat man

$$\sqrt{\delta s^2 + \delta b^2} = sb.$$

2) ye zu suchen.

Im $\triangle b\delta z$ hat man

$$\sqrt{zb^2 - \delta b^2} = \delta z$$

Im $\triangle \delta\varepsilon z$ hat man

$$\sqrt{\delta z^2 + \delta\varepsilon^2} = z\varepsilon$$
$$z\delta - s\delta = zs$$
$$\triangle \varepsilon\delta z \sim \triangle rsz$$
$$\delta z : \delta\varepsilon = sz : sr$$
$$\frac{\delta\varepsilon \cdot sz}{\delta z} = sr$$

ferner in denselben Dreiecken:

$$\delta z : z\varepsilon = sz : zr$$

Digitized by Google

$$\frac{z\varepsilon \cdot sz}{\vartheta z} = zr$$

(oder auch $zr = \sqrt{sz^2 + sr^2}$)

$\triangle\ s\eta b \sim \triangle\ \vartheta\varepsilon b$

$b\varepsilon + sr = b\eta$

$b\eta : \eta s = b\varepsilon : \varepsilon\vartheta$

$$\varepsilon\vartheta = \frac{\eta s \cdot b\varepsilon}{b\eta}$$

ferner:

$b\eta : bs = b\varepsilon : b\vartheta$

$\triangle\ zs\vartheta \sim \triangle\ z\gamma e$

$sb - b\vartheta = s\vartheta$

$zs : s\vartheta = z\gamma : \gamma\varepsilon$

$$\frac{s\vartheta \cdot z\gamma}{zs} = \gamma\varepsilon.$$

3) ef zu suchen.

$$\frac{th}{2} = \gamma\alpha \text{ (im } \triangle\ abt)$$

$$\frac{ts}{2} = 2\gamma \text{ (im } \triangle\ ast)$$

$2\gamma + \gamma e = 2e$

$2\alpha - 2e = e\alpha$

$\triangle\ abt \sim \triangle\ e\alpha f'$

$ab : at = e\alpha : ef$

$$ef = \frac{at \cdot e\alpha}{ab}$$

4) ei zu suchen (im Profil C. I.).

$$\frac{ab}{2} = a\alpha \text{ (Grundriß A.)}$$

Im $\triangle\ \alpha fe$

$\sqrt{e\alpha^2 - ef^2} = \alpha f$

$a\alpha - \alpha f = af$

$af = af = 2e$ im Profil C. I.

ferner im Profile C. I.

$$\frac{ab}{2} = 2\lambda$$

$\triangle\ \lambda ei \sim \triangle\ ba'a$

$\sqrt{ba^2 + a'a^2} = ba'$

$ba : a'a = \lambda e : ei$

$$ei = \frac{a'a \cdot \lambda e}{ba}$$

5) $\sqrt{ef^2 \times ei^2}$ = der diagonalen Entfernung des Gratsparrens; es werde dieselbe mit D bezeichnet.

$\sqrt{D^2 + ia'^2}$ = wirkliche Länge des Gratsparren von ea'.

$\sqrt{D^2 + ib^2}$ = wirkliche Länge des Gratsparren von eb.

$\sqrt{D^2 + ia'^2} + \sqrt{D^2 + ib^2}$ = Gratsparrenlänge.

Digitized by Google

Fig. 46. Vordem wurde angedeutet, daß man die Theilung der Schneidungslinien auch auf den Halbmessern machen könne. In Fig. 46, A, ist es auf den Linien ab, ca, fd und ed geschehen. Die Gratsparren sind gerade Linien.

Wir betrachten hier nur eine Dachfläche, denn was von der einen gilt, gilt auch für die andere.

Ist der Gratsparren ga eine gerade Linie und ist die Theilung auf ab gemacht worden, so bildet das Dreieck gab eine Ebene, denn die Theilungslinien liegen parallel; ebenso bildet das Dreieck hdf eine Ebene. Die Dachfläche adfb ist windisch, weil die Theilungslinien nach dem gemeinschaftlichen Berührungspunkte i laufen. — Nach Herstellung der Theilungslinien sieht man schon die Unregelmäßigkeit der Ausmittelung; denn der Sparren ba bildet gewissermaßen eine Kehle, wogegen sich der Sparren fd erhebt und einen schwachen Grat bildet.

Auf dem Gespärre kl schneiden die Theilungslinien nicht mehr in gleichen Theilen, sondern von dem Forstpunkte nach dem Fuße herab erweitern sich dieselben und bewirken dadurch eine senkrechte Einbiegung des Sparrens, wie das Profil C darstellt. — Hierzu ist folgendes Verfahren nöthig: man nehme zu dem mittelsten Sparren kl eine beliebige Dachhöhe (der Deutlichkeit wegen wird hier immer die halbe Tiefe genommen, da wir wissen, daß die Dachhöhe auf die Ausmittelung keinen Einfluß hat), lege in gleichen Entfernungen die wagerechten Schnittebenen durch mn und ziehe die Lothlinien, die aus dem Grundrisse zu holen sind, so werden die Punkte 1, 2, 3 die Einbiegung des Sparrens angeben.

B ist der Sparren über ba. Derselbe ist gerade; denn die senkrechten und wagerechten Hülfslinien berühren sich an der Sparrenlinie und bilden ähnliche Dreiecke.

Jedes Walmdach besteht, wie wir früher sahen, aus zwei halben Pyramiden und einem Prisma; bei den windischen Dächern ist dies nicht ganz so, weil die zusammengesetzten Körper, wie solche hierbei vorkommen, ihre Regelmäßigkeit verloren haben. So ist cabgo ein Theil einer dreiseitigen Pyramide, deren Ergänzung cabi sein muß; edfhp ist ein Theil einer vierseitigen Pyramide, deren Ergänzung nach dem Halbmesser df von d nach a hin unter beliebigem Winkel angenommen werden kann; das Mittelstück abfdec ist ein unregelmäßig sich verjüngender Körper mit zwei windischen Flächen. — Im Bezug hierauf finden wir

Digitized by Google

an Fig. 45 noch mehr Unregelmäßigkeit als hier, weil auch nicht Fig.
einmal zwei Pyramidentheile vorhanden sind, welche sich mit Sicherheit berechnen ließen. Denn die Pyramide, wie unregelmäßig immer ihre Grundfläche sei, hat dennoch stets ebene Flächen und in Folge derselben geradlinige Kanten, welche letztere dem Dachkörper Fig. 45 ebenfalls fehlen.

Das windische Dach ist sonach eine eigenthümliche von allen regelmäßigen Körpern abweichende Gestaltung, welche auch auf die innere Konstruction desselben einen wesentlichen Einfluß ausübt. Betrachten wir z. B. Fig. 41 und nehmen an: in der Höhe der Schnittebene liege die Kehlbalkenlage und in den Profilen **B** und **C** seien die lothrechten Linien die Stuhlsäulen, so ist die Zulagenarbeit eine ganz einfache, da sich die Stuhlrähmen oder Plattstücken in **A** (das sind die Linien **m n o** und **p q r**) nicht allein genau der Richtung der Gebäudelinien anschließen, sondern sich auch genau auf der Grat- und Kehllinie berühren. — In Fig. 45, **A**, folgen diese Ausmittelungslinien zwar nicht überall der Richtung der Gebäudelinien, doch gehen sie, z. B. **o c**, in gerader Linie ungehindert unter der windischen Fläche von einem Grate zum anderen, was in Fig. 46, **A**, nicht möglich ist, indem das Plattstück **q r s t** eine zweimalige Brechung erleiden muß.

Eine Verbesserung des Daches tritt ein, wenn für die Auftheilung der Schneidungslinien nicht die Halbmesser **b a, f d** u. s. f., sondern, wie in Fig. 47, die auf dem Forste winkelrecht stehenden 47.
Vermittelungslinien **a b, b c, d e, e f** genommen werden, da hierdurch die Sparren **a c** und **d f** geradlinig werden, und mithin auch alle anderen zwischen denselben, z. B. **k l**, denn der Theilungspunkt **m** liegt in derselben Höhe wie **n** und **o**. Das Profil **B** zeigt dieses deutlich an. In derselben Höhe liegen auch die Punkte **p, q, r, s** im Profile **C**. — Die Punkte **m, n** und **o** theilen die Sparrendreiecke in proportionirte Dreiecke, wenn die horizontalen und vertikalen Linien durch sie gelegt werden. Dasselbe gilt auch für die wagerecht liegenden Dreiecke in **A**, z. B. für △ **a b z, k n z, e d z**, oder △ **g a b, p n b** u. s. f.

Welchen Einfluß die windschiefe Gestalt eines Daches auf die innere Konstruction des Stuhles hat, wollen wir an einem Beispiele untersuchen:

Der Stuhl soll ein liegender sein, wie er in **B, D** und **E** angedeutet ist. — Die beiden Sparren über **a c** und **d f** in **A**

Digitized by Google

sind für die windische Fläche maßgebend, daher wurde der Stuhl nach beiden angenommen und in **B** eingezeichnet.

Da es sich beim Abbinden eines Daches um das Auflegen der Stuhlrähmen (Stuhlpfetten, Plattstücken) handelt, auf welche vorkommenden Falles die Kehlbalken gelegt werden, so ist dieses für den Zimmermann wichtig und derselbe geht dabei folgender Weise zu Werke:

Nachdem die Kehlbalkenlage eingerichtet (eingetheilt) worden, legt er die beiden Sparrenpaare über **ac** und **df** vor, wonach sich, weil die Sparren ihrer verschiedenen Balkenlänge wegen verschiedene Neigungswinkel mit der horizontalen Ebene bilden, verschiedene Querschnitte der Stuhlrähmen in **D** und **E** ergeben. — Da nun **D** für den Sparren auf **df**, und **E** für den Sparren auf **ac** in **A** gilt, beides aber die Enden eines und desselben Stuhlrähmens auf die Länge **no** sind, so ist natürlich, das sämmtliche Flächen (außer der wagerechten, worauf die Kehlbalken liegen) jeden Augenblick ihre Lage verändern müssen, also ebenfalls windschief sind. — Das ist aber nicht alles, sondern das Stuhlrähmen hält weder vom Mittel (Forstlinie), noch von der äußeren Dachfläche aus gemessen gleiche Entfernung, wie wir aus Folgendem sehen: betrachten wir das Profil **D**, so finden wir, wie im Profile **B** angenommen wurde, die horizontale Schnittebene in **x3** wieder und sie berührt die äußere Dachlinie im Punkte 3. Nach den zu verwendenden Holzstärken, die sich je nach der Größe oder dem Zwecke eines Daches richten, sind Sparren und Stuhlsäulen hier anzugeben, letztere aber so stark anzunehmen, daß das Rahmholz **v** gehörig in dieselbe gelegt werden kann, wodurch sich ferner die Punkte 1 und 2 bestimmen. Der Punkt 1 ist der wichtigere, weil nach ihm aus dem Mittel **y**, Profil **B**, die Entfernung **y1** gemessen und in der Zulage **A** von **c** nach **o** aufgetragen wird, d. h. das Stuhlrähmen wird nach der Kante 1 „**gut gelegt.**" Dasselbe geschieht mit dem Punkte 4 in **E**, dessen Entfernung vom Mittel **y** in **B** auf der Zulage **A** von **b** nach **n** aufgetragen wird, wonach dann das Stuhlrähmen **no** seiner Lage nach bestimmt ist. — Da der Neigungswinkel in **E** ein anderer ist, als in **D** und in **E** alle einzelnen Theile sich mit ausdehnen, so ist auch die Breite von 6 bis 4 größer, als die von 3 bis 1, folglich muß auch das Rahmholz selbst in **E** breiter sein, als in **D**. — Sie stehen im Verhältnisse zu ihren Balkenlängen und zwar hat man

(in **A**) **df : ac = 01 : n4.**

Digitized by Google

Stehen die Stuhlsäulen auf Schwellen, so folgen letztere in 64.
ihren Querschnitten (Schablonen) dem Neigungswinkel der Stuhlsäulen, d. h. sie werden ebenfalls windisch.

Auch der Längenverband solcher windischen Stuhlwände muß mit vorzüglicher Aufmerksamkeit ausgeführt werden, da sich diese auf einem Ende erheben, während eine Stuhlsäule beim Abbinden in horizontaler Lage verbleibt. Die Differenz im gegenwärtigen Falle ist f w in **B**. — Denken wir also die Stuhlwand von a n o d in **A** auf die horizontale Ebene niedergelegt, so wird von ihr nur die Stuhlsäule f t in derselben liegen, wogegen die Stuhlsäule c u sich mit ihrem Fußpunkte c erhebt, ihr oberster Punkt u aber in dem wagerecht liegenden Rahmholze verbleibt. — Beim Abbinden des Längenverbandes wird die Stuhlsäule aus **D** so gelegt, daß ihre obere oder äußere Kante 2 w wagerecht liegt. Bevor jedoch dieses geschieht, hat man sich den Abstich für die Erhebung anzugeben, nämlich: an der Stuhlsäule bei f in **B** legt man an dem untersten Punkte der oberen Kante das Winkeleisen an und merkt den Winkelpunkt an der oberen Kante der Stuhlsäule u c an. Das Maß dieser Entfernung giebt die Erhebung an. — Kommen noch mehrere Stuhlsäulen zwischen diese beiden zu stehen, so hat man die Erhebung derselben in gleicher Weise zu suchen.

Wir verlassen diesen Gegenstand und kehren zur Betrachtung der allgemeinen Dachformen zurück.

Noch einen Fall für die Ausmittelung der windischen Dachung 48.
haben wir zu besprechen, welcher darin bestehen könnte, die geraden Gratsparren, Fig. 48, für die Auftheilung der Schneidungslinien zu benutzen. Untersuchen wir, was dadurch an den Dachflächen vor sich geht.

Die vier Gratsparren werden in je zwei gleiche Theile getheilt und die Halbirungspunkte a, b u. s. f. durch gerade Linien verbunden, so daß auf der windischen Dachfläche die Linie a b als Schneidungslinie gilt. Durch die beiden Walmpunkte und durch den Halbirungspunkt zwischen denselben sind die Vermittelungslinien gezogen, auf welche wir uns die nöthigen Sparren denken. Diese liegen in **C** und **D** zur Hälfte gezeichnet vor; sie erleiden eine senkrechte Biegung, weil k c > d k und f l > e l. — **B** ist der Gratsparren über i c, und er ist g e r a d e, weil das durch ihn gebildete Dreieck an allen Seiten halbirt, also in proportionirte Theile zerlegt wurde, wie es in **C** und **D** nicht sein kann.

Digitized by Google

48. In den Profilen C und D kann man bemerken, daß die Ausbiegung über k, gegen die gerade Linie d p verglichen, nicht soviel beträgt, als die Einbiegung über l, was seinen Grund darin hat, daß in A der Punkt k dem Punkte a näher liegt als l dem Punkte b.

Zwischen diesen beiden Sparren muß ein dritter liegen (oder gedacht werden können), welcher keine Biegung erleidet, und zwar muß er sich an einer Stelle befinden, an welcher er durch die Schneidungslinie a b halbirt wird. Werden die Linien e f und c d halbirt und danach die Linie u t gezogen, so schneidet dieselbe im Punkte m die Linie a b, und es ist also m der Punkt, durch welchen der dritte gerade Sparren läuft. — Da aber die beiden Linien a b und u t sich unter sehr schiefen Winkeln durchschneiden, so ist der Durchschneidungspunkt mit Genauigkeit nicht gut zu bestimmen, weshalb besser folgendes Verfahren angewendet werden kann: man halbirt a b in n und trägt die Entfernung o n von o nach m auf.

Ein solches Dach ist weit mühsamer abzubinden, als das in Fig. 47 betrachtete, und hat, wegen seiner verschiedenen Ein- und Ausbiegungen, welche auf jedem Sparren andere sind, kein schönes Ansehen. Windische Dächer sind zwar überhaupt keine Schönheiten und sie können nicht immer vermieden werden, doch fehlt es nicht an Hülfsmitteln, sie dem Auge zu entziehen.

49. Ein dergleichen Hülfsmittel lernen wir an Fig. 49, Taf. VI, kennen. A ist die Balkenlage für das windische Dach, dessen Fronte a b nach der Straße, c d nach dem Hofe liegt; das Gebäude steht zwischen anderen, deshalb bleibt es ohne Walmen. — Die Behandlung dieses Daches ist folgende: errichte auf dem mittelsten Balken e f den zugehörigen Sparren, wodurch sich über dem Halbirungspunkte k der Forstpunkt i bestimmt. Beide Punkte k und i sind hier gleichbedeutend, denn durch beide geht der Forst g h parallel mit a b. Die vordere Dachfläche a g h b wird dadurch eine ebene, g h c d aber eine windschiefe, wie aus den Profilen C und D hervorgeht.

Ein anderes Mittel, die windschiefe Fläche eines Daches zu mildern, ist die möglichste Verringerung der Dachhöhe.

50. Dieses darzuthun liegen in Fig. 50, A und B, zwei Gespärre von verschiedener Dachhöhe vor, die beide dem Grundrisse Fig. 49 angepaßt sind. — Da sich nach Fig. 47, B, der Abstich

Digitized by Google

für die Verwindschiefung findet, indem man von dem kürzesten Sparren nach dem längsten herüberwinkelt, so lehret an Fig. 50 der bloße Anblick beider Profile, daß der Abstich cd geringer sei, als der ab, und daß er um so kleiner werden müsse, je mehr sich der Forst dem Punkte m oder der horizontalen Ebene nähert, weil der Neigungswinkel bei o immer kleiner wird, folglich auch die Entfernung der Punkte d und c. Fig. 50.

Die gänzliche Vermeidung der windischen Dachfläche ist in Fig. 51 gegeben. — Das Dach sei am Giebel ab Winkeldach, wie das Profil B zeigt, und habe prismatische Gestaltung, indem man dem Sparren ef in C vom Mittel aus dieselbe Entfernung wie nach h giebt, d. h. man denkt sich das Gebäude dabc sei ganz vorhanden gewesen und nach der Linie bc abgeschnitten worden. — Da sich die Schnittlinie bc von b nach c hin der Forstlinie nähert, so ist natürlich, daß sie, wenn sie in der Dachfläche liegend gedacht wird, sich allmählich erhebt, und in c ihren höchsten Punkt erreicht. Denken wir uns ferner das Prisma nach der Linie bc durch eine senkrechte Ebene wirklich zerschnitten, so ist die entstandene Schnittfläche ein senkrecht stehendes Dreieck, dessen Höhe c'e im Profile C ist. 51.

Bei Bearbeitung der Zulage müßte sonach eine dreieckige Erhöhungswand auf die Dachbalkenlage gestellt werden.

Welchen praktischen Werth dergleichen abgestumpfte Dachformen haben, werden wir sogleich zu besprechen Gelegenheit finden; vorher jedoch wollen wir noch ein Mittel, windschiefe Dachflächen zu vermeiden, kennen lernen.

In Fig. 52, A, liegt eine Dachung vor, welche aus drei verschiedenen Dächern zusammengesetzt ist. Zwei windische Dächer stoßen mit ihren schmalen Enden zusammen, und das mittlere schließt sich rechts an ein Prisma. — Verlängert man die zusammenlaufenden (convergirenden) Linien, so erhält man die Berührungspunkte a und b, mit deren Hülfe man, wegen Gewinnung der Forstlinien, leicht die Winkel bei a und b halbiren kann. Die beiden Forste berühren sich in c, wodurch sich die Kehllinien cd und ce ergeben. Der Forst fg im Prisma erreicht bei f sein Ende und bestimmt durch die Berührung mit cf die Lage der beiden Grate hf und if, womit die Ausmittelung vollständig hergestellt ist. — Aus dem Vorhergegangenen ist uns bekannt, daß die beiden Dachflächen cfhc und cfid bedeutend windschief sind 52.

Digitized by Google

und die Ausführung derselben viele Mühe verursacht. — Zweckmäßig zerlegt man diese beiden Dachflächen je in zwei Dreiecke, entweder nach den Diagonalen fe und fd, oder nach den Diagonalen ci und ch, je nachdem es vortheilhaft erscheint. Dreiecke sind, wie wir wissen, stets ebene Flächen, daher fällt hier die Verwindschiefung weg und die Ebenen begrenzen sich in geraden Linien, welche, wenn wir cf und ei annehmen, in ef eine flache Kehle, in ci aber einen schwach erhobenen Grat bilden.

Hätten wir die Dachfläche clhe durch die Diagonale ch in Dreiecke zerlegt, so hätten wir an ch einen schwach erhobenen Grat erhalten. Dagegen hätte die Diagonale fd eine Kehle gebildet.

Wie es kommen mag, daß die eine dieser Diagonalen einen Grat, während die andere eine Kehle bildet, wollen wir nun untersuchen, sowie die dazu nöthigen Hülfsmittel kennen lernen.

Auf der Dachfläche lhfg sind in beliebigen Entfernungen die Punkte 1 und 2 angenommen worden, von denen wir wissen wollen, in welchen Höhen sie liegen? — Zu dem Zwecke errichte die winkelrechte Linie tk und zeichne das Profil über ihr, d. h. lege den Sparren auf tk vor. Unter C ist dieses geschehen. Nun trage die Punkte 1 und 2 in das Profil (welches hier nur zur Hälfte gezeichnet ist) und gehe winkelrecht von ihnen bis zur Dachlinie, so zeigen m und n die Höhen für 1 und 2 an. — Ist für 3 auf dem Grate hf die Höhe zu suchen, so trägt man die Länge fh nebst dem Punkte 3 im Profile C auf; o ist die Höhe für denselben. — Auf gleiche Weise findet man für den Punkt 4 auf der Kehle ec die Höhe p im Profile; denn nachdem die windschiefen Dachflächen in ebene Dreiecke zerlegt worden sind, sind alle vorhandenen Kehl- und Gratsparren geradlinig und es lassen sich vorkommende Höhenpunkte schnell auffinden. So einfach übrigens das Verfahren dabei ist, so hat man dennoch mit großer Genauigkeit zu arbeiten. — Weniger einfach ist die Profilirung der in Dreiecke zerlegten Dachflächen selbst. In B sind beide Profile gezeichnet, wegen Deutlichkeit der Darstellung wurden sie getrennt; die Punkte x und n müßten eigentlich zusammenfallen.

Bevor wir an die Aufstellung dieser Profilirung gehen, müssen wir uns noch bei Zertheilung der windischen Flächen über Einiges verständigen.

Digitized by Google

Schon in Fig. 10 und 11, Taf. I, betrachteten wir die Durchdringung verſchiedener Dachflächen, und fanden, daß, wenn ſich z. B. itso und lkbc in Fig. 11 durchdringen, eine Kehle entſteht, während oits und kit einen Grat bilden. Ob ſich die Ebenen durchdringen, oder nur berühren, iſt einerlei; es entſteht immer, je nach ihrer gegenſeitigen Lage, ein Grat oder eine Kehle.

Betrachten wir nun die Ebene fci in Fig. 52, A, ſo finden wir, daß ihre oberſte Begrenzung im Forſte cf parallel mit der horizontalen Ebene liegt; ihr niedrigſter (unterſter) Punkt iſt i am Fuße des Daches, während dagegen die Ebene dci einen einzigen höchſten Punkt hat und ihre unterſte Begrenzung di in der horizontalen Ebene liegt.

Beide Ebenen fci und dci laſſen ſich eine jede nach rechts und links verlängern, indem man cf nach beiden Seiten verlängert, wie unter D beſonders gezeichnet iſt, und durch i eine Parallele mit cf legt; ebenſo verlängere man die Linie di und lege parallel mit ihr durch c eine Linie $\alpha\beta$. — Nun iſt zu merken, daß beide Ebenen einerlei Höhe haben; da aber in beiden der Forſt vom Fuße, horizontal gemeſſen, verſchiedene Entfernung hat, ſo ſind die Neigungswinkel ungleich, wie aus dem Profile B erſichtlich iſt. Hier iſt ye′ der aus D entnommenen Breite be gleich (be ſteht winkelrecht auf ai und $\alpha\beta$, und geht durch den angenommenen Punkt 6), wonach der Sparren e′x in B ſehr ſteil liegt; yh iſt die aus D entnommene Breite gh, welche letztere Linie ebenfalls durch den Punkt 6 gelegt iſt, und auf cf und hi winkelrecht ſteht. Denken wir uns über hg und eb Sparrenlinien, ſo müſſen ſich dieſelben über dem Punkte 6 durchſchneiden; beide haben alſo den Punkt 6 mit einander gemein. — Trage ferner aus D die Breite g6 in B aus y nach 6, gehe von 6 lothrecht zur Sparrenlinie hx, ſo iſt r der Höhenpunkt über 6. Hierauf nimm aus D die Breite 6e und trage ſie in B aus 6 nach h hinaus auf, ſo ergiebt ſich der Fußpunkt e für den über eb in D ſtehenden Sparren, welcher mit dem vorhin geſuchten Sparren e′x gleiche Lage und Länge hat. — erx zeigt die Brechung der beiden dreieckigen Dachflächen cif und cid in A, woraus hervorgeht, daß ci ein Grat ſein muß.

Zu unterſuchen, ob der Brechungspunkt r richtig ſei? trage aus A oder D die Gratſparrenlänge ci in B aus y nach s hinaus und ziehe die Linie sx, ſodann trage aus A die Länge c6 in B

Digitized by Google

aus y nach s hin auf, winkele von dem letztaufgetragenen Punkte zum Gratsparren in die Höhe, so ergiebt sich der Punkt u, welcher mit r in gleicher Höhe liegen muß. — Dasselbe Resultat muß man erhalten, wenn man aus D die Breite b6 in B aus y nach 6′ hin aufträgt und von da an den Sparren e′x winkelt, so muß auch der hierdurch gewonnene Berührungspunkt mit r in gleicher Höhe liegen. — Sobald diese drei Punkte nicht genau in einerlei Höhe liegen, ist die Zeichnung fehlerhaft und muß verbessert werden.

Betrachten wir nun in A die beiden vorderen Dachflächen efc und efh, so finden wir, daß die Ebene efc mit einem Punkte e im Fuße des Daches steht, wogegen efh mit einem Punkte f den Forst erreicht. Beide Ebenen haben also, wie die beiden vorher betrachteten, einerlei Begrenzungslinien und Punkte, während sie verschiedene horizontale Breite, aber gleiche Höhe haben. Ihre Breiten ergeben sich, wenn wir durch f parallel mit eh, und durch e parallel mit cf gehen, wonach die Breitenmaße 8, 9 und f10 entstehen.

In B ist die Breite f10 aus z aufzutragen, wodurch der Sparren 10m gefunden wird; hierauf nimm in A die Breite 117 und trage sie in B aus 10 nach z herüber und winkele aus 7 in die Höhe, so ergiebt sich der Brechungspunkt o. Nun nimm in A die Breite 97 und trage sie in B aus v nach 8, so ist 8n der zweite Sparren, welcher mit 10m die einwärts gerichtete Brechung bildet, derzufolge ef in A eine Kehle sein muß. — Es ist zu bemerken, daß der Punkt 7 auf der Linie ef ganz willkührlich angenommen worden ist, und man hätte statt dessen ebensowohl einen Punkt 12 oder 13 annehmen können. Nur muß man dann, um die richtige Sparrenlage zu finden, von diesen Punkten Perpendikel auf cf und eh errichten.

Auch hier läßt sich durch die Kehlsparrenlinie über ef die Richtigkeit für den Brechungspunkt o nachweisen, indem man die Länge ef in B aus z (oder auch aus v) nach e hinaus, und das Maß o7 aus dem Punkte e rückwärts nach 7′ aufträgt, von da in die Höhe winkelt und den Punkt p erhält, welcher mit o in gleicher Höhe liegen muß. — Die Linie op muß also, wie ur, mit der horizontalen Ebene parallel liegen, und, wenn das in der Zeichnung der Fall ist, so hat die Linienkonstruction ihre Richtigkeit.

Digitized by Google

Durch die Zerlegung der windischen Dachfläche in Dreiecke wird der unregelmäßige Dachkörper wieder zu den regelmäßigen zurückgebracht; sobald dieses geschehen, können wir auch seinen kubischen Inhalt mit Genauigkeit berechnen. Fig.

Der Theil **lhic** ist ein Prisma, dessen winkelrechter Querschnitt über **tc** mit der Länge multiplicirt wird. Verlängert man die Linie **hf** bis **s**, so wird die mittlere Länge auf der Linie **fg** gefunden. Dann ist aber noch das Stück über **fis** zu ermitteln und als Pyramide zu berechnen, deren Spitze im Forstpunkte über **f** liegt. Beide Theile gehören dem prismatischen Dachkörper an. — Der Theil **hecdif** zerfällt in vier Pyramiden: die erste z. B. liegt über **hcef** (als Grundfläche) deren Spitze über **f** befindlich. Die zweite ist durch die Ausmittelungslinien **cfe** angedeutet, ihre Grundfläche steht lothrecht und ist ein rechtwinkeliges Dreieck auf der Linie **ec**, ihre Höhe wird gefunden, wenn man **ec** über **c** hinaus verlängert und auf die Verlängerung von **f** ein Perpendikel fällt. Diese Pyramide liegt auf der ersten und hat mit ihr das Dreieck **efc** gemein; **efc** stellt aber auch eine Dachfläche dar; die vierte derselben Pyramide angehörige Fläche steht lothrecht unter **cf** und hat bei **c** einen rechten Winkel, die Forstlinie ist die eine, die Dachhöhe unter **c** die andere Cathede. Diese Pyramide hat vier Flächen, während die erstere von fünf Flächen eingeschlossen ist. — Die dritte Pyramide liegt über **cif**, ihre Grundfläche ist ein lothrecht stehendes Rectangulum auf **cf** und ihre Höhe wird bestimmt durch ein von **i** auf **cf** gefälltes Perpendikel. — Die vierte Pyramide hat zur Grundfläche **cid** und zur Spitze den Punkt **c**; sie ist von vier Flächen begrenzt oder eingeschlossen, während die dritte, über **cif** liegende, fünf Flächen hat.

Ein anderes, sehr bequemes Mittel, sich von der Richtigkeit einer Ausmittelung zu überzeugen, besteht im Auslegen der Dachflächen und im Ausschneiden derselben aus Papier. Es ist dieses der sicherste Weg, dem Schüler das Verhalten der Dachformen und der daran vorkommenden Linien anschaulich zu machen. Indeß wollen wir zunächst noch eine Abweichung der Anfangs aufgestellten Regeln kennen lernen.

An Fig. 22 wurde bewiesen, daß Dächer von verschiedenen Gebäudetiefen und gleichen Neigungswinkeln, verschiedene Dachhöhen haben. — An Fig. 41 wurde bewiesen, daß Dächer von verschiedenen Gebäudetiefen und gleichen Dachhöhen, verschiedene Neigungswinkel haben. — Beide Fälle sind natürlich Gegensätze. — Beides kann vermieden werden, wenn wir die Erhöhungswände in Anwendung bringen, durch welche wir bei verschiedenen Gebäudetiefen gleiche Neigungswinkel und gleiche Dachhöhen erzielen.

In Fig. 53 und 54 liegen zwei derartige Ausmittelungen vor. — In Fig. 53 kömmt der Seitenflügel **A** der halben Tiefe des Hauptgebäudes **B** gleich; also ist **A** die Hälfte des in **B** 53. 54.

Digitized by Google

liegenden Prismen, wie aus dem Profile **D** hervorgeht. — In Fig. 54 überschreitet die Tiefe des Seitenflügels das Maß der halben Tiefe um **fi**. Der Forstpunkt ist **u**, im Profile **B** mit **l** bezeichnet, von welchem ein kurzer Sparren in gleichem Neigungswinkel nach **o** herabgeht.

Eine Wand, wie sie in Fig. 53 über **gc** liegt, nennen wir **eine hohe Wand**; wie sie in Fig. 54 über **nt** liegt, eine **Erhöhungswand**. Die hohe Wand ist stets der Dachhöhe gleich.

Durch Rechnung ist die Höhe der Erhöhungswand schnell zu finden, da

$$\triangle\ \mathbf{lrk} \cong \triangle\ \mathbf{szx}$$
$$\triangle\ \mathbf{cpk} \sim \triangle\ \mathbf{lrk}$$

wonach man hat

$$\mathbf{rk} : \mathbf{pk} = \mathbf{rl} : \mathbf{po},$$

pk aber ist die Differenz beider Gebäudetiefen, also $= \mathbf{bc} - \mathbf{gt}$.

Für die Berechnung des kubischen Inhaltes stellen sich in Fig. 53 drei Körper dar, nämlich das Prisma **fadq**, das Prisma **cghr** und die Pyramide **aghe**. Die den Walmen bildende halbe Pyramide **adhe** wird zur Hälfte vom Prisma **cghr** überdeckt und von diesem in sich aufgenommen, so daß nur noch **aghe** übrig bleibt. Man hat also

$$\frac{\mathbf{om} \cdot \mathbf{pn}}{2} \cdot \mathbf{af} + \frac{\mathbf{ik} \cdot \mathbf{kl}}{2} \cdot \mathbf{cg} + \mathbf{hg}^2 \cdot \frac{\mathbf{pn}}{3} = \text{Kubikinhalt.}$$

Die Körper, welche Fig. 54 ausmachen, sind folgende: das Prisma **dabc**, dessen Profil **swx** in **A** ist und **ab** zur Länge hat; das Prisma **hitg**, dessen Profil **B** nach der Linie **op** abgeschnitten ist und **it** zur Länge hat; zwei dreiseitige Pyramiden über **aud** und **auh**, deren Grundflächen **swx** in **A** und **lkm** in **B** sind und zur Höhe **vu** und **fu** haben, von letzterer Pyramide ist die fehlende Pyramide über **ain** abzuziehen; die Grundfläche derselben ist **opk**, und ihre Höhe ist **in**, und endlich die große Pyramide, deren Grundfläche **hadq** ist. Man hat also

$$\frac{\mathbf{sw} \cdot \mathbf{zx}}{2} \cdot \mathbf{ab} + \left(\frac{\mathbf{mr} \cdot \mathbf{lr}}{2} + \frac{\mathbf{lr} + \mathbf{op}}{2} \cdot \mathbf{rp}\right) \cdot \mathbf{it} +$$

$$\left(\frac{\mathbf{sw} \cdot \mathbf{zx}}{2} \cdot \frac{\mathbf{uv}}{3}\right) \cdot 2 - \frac{\mathbf{op} \cdot \mathbf{pk}}{2} \cdot \frac{\mathbf{in}}{3} + \mathbf{ah}^2 \cdot \frac{\mathbf{zx}}{3} = \text{Kubikinhalt.}$$

Welchen Einfluß die äußere Gestalt des Daches auf die innere Einrichtung (Dachstuhl) haben müsse, lehrt der bloße Anblick der Profile Fig. 53 und 54; überhaupt bedingt jede Dachform eine ihr entsprechende Konstruction, sowohl hinsichtlich des Stuhles, als auch der Kehlbalken- und Spannriegellage. Dem Zimmermanne ist hierbei einige Kenntniß der statischen Gesetze unerläßlich; wenn er auch nicht gerade jene gelehrten Rechnungen aufzustellen vermag, so muß er aber doch bestimmt wissen: woher ein Druck kömmt, welche Richtung die Wirkung einer Last nimmt, wie sie aufzuheben und zu vernichten oder zweckmäßig fortzuleiten ist u. s. f.

Digitized by Google

In der bürgerlichen Baukunst kommt es sehr häufig vor, die Fig. Umfassungswände, namentlich die Frontewände wegen Anbringung schöner Gesimse und Verzierungen, über die Dachbalkenlage zu erheben, auch wohl Fenster in diesen Erhöhungswänden anzubringen, wodurch gleichzeitig der Zweck, eine weniger hohe Dachfläche zu erhalten, erreicht wird.

In Fig. 55, **A** und **B**, sind zwei Dachprofile der Art gege- 55. ben; ihr gegenseitiges Verhalten zu untersuchen sei unsere nächste Aufgabe. — Die Gebäudetiefe, oder richtiger die Balkenlänge in **A** ist = **ab**, ebensogroß als **de** in **B**; die Erhöhung der Frontewand ist **ac** in **A** = **df** in **B**, dagegen ist die Dachhöhe **gh** größer als **ik**. Das heißt mit anderen Worten: bei gleicher Gebäudetiefe und gleicher Erhöhung der Frontewand, soll das Profil **B** ein flaches Dach erhalten, während **A** ein Winkeldach ist.

Die Eigenthümlichkeit dieser Profile besteht darin, daß die Forstpunkte, wenn sie auf den Balken herabgelothet werden, nicht in gleicher horizontaler Breite liegen, denn **ag** > **di**.

Hieraus geht hervor, daß, *je flächer ein Dach ist, der Forst der Erhöhungswand desto näher liegt*. Der Grund davon ist folgender: das △ **clh** ist ähnlich dem △ **hgb**, und △ **fmk** ähnlich dem △ **eik**. Da sowohl der Punkt **c** als auch **f**, von denen aus sich die Linien **ch** und **fk** unter denselben Neigungswinkeln, wie die ihnen gegenüberliegenden Linien **bh** und **ek**, erheben müssen, so ist natürlich, daß die ebenfalls ähnlichen Dreiecke **nac** und **odf** um so größer sein müssen, je kleiner die Dreiecke **clh** oder **fmk** sind. Denn wäre der Neigungswinkel **mfk** noch kleiner, so würde die Verlängerung der Linie **kf** noch weiter über **o** hinausreichen, woraus umgekehrt wieder hervorgeht, daß, je größer das Ergänzungsdreieck **fdo** ist, das △ **fmk** um so kleiner sein muß; aber je kleiner das Dreieck **fmk** ist, desto kürzer wird auch die Linie **fm**, d. h. desto näher rückt der senkrecht über **m** liegende Forstpunkt **k** an die Frontewand.

Durch Rechnung läßt sich der Ausmittelungspunkt **i** im Profile **B** leicht finden, wie folgt:

Gegeben seien die Balkenlänge **ed**, die Erhöhung **fd** (= **im**) und die Dachhöhe **ik**.

Man denke sich **ed** bis **o**, und **ek** bis **q** verlängert, so daß die beiden rechtwinkeligen Dreiecke **eoq** und **eik** entstanden seien, sodann verlängere **df** bis **p**; denkt man sich ferner von **k** nach **s** eine Parallele mit der horizontalen Linie **eo**, so entstehen mehrere Dreiecke, welche einander theils ähnlich, theils congruent sind.

Digitized by Google

Nun ist zu bemerken, daß

$$km = ik - fd$$
$$dp = df + 2 \cdot mk$$
$$oq = 2 \cdot ik$$

In $\triangle edp \sim \triangle eoq$ hat man

$$dp : oq = ed : eo$$

Durch diese Proportion ist die ganze Gebäudetiefe eo gefunden worden, nach welcher sich ergiebt $\frac{eo}{2} = ei$. Die Länge ei bestimmt den Ort des Ausmittelungspunktes I.

Ferner in $\triangle edp \sim \triangle eik$ hat man

$$dp : ik = ed : ei$$

Durch diese Proportion ist die Entfernung des Punktes i von e aus unmittelbar bestimmt worden.

Ferner in $\triangle edp \sim \triangle fmk$ hat man

$$dp : mk = ed : fm$$

Da $id = fm$, so ist die Entfernung des Ausmittelungspunktes i von d aus ebenfalls unmittelbar bestimmt worden.

Anders könnte eine hierauf Bezug habende Rechnungsaufgabe gestellt werden, wenn die Balkenlänge ed, die als voll anzunehmende Gebäudetiefe eo und die Erhöhung fd gegeben würden, und sollte nach diesen drei Maßen die Dachhöhe ik gesucht werden.

Hierzu müßte eine Proportion aus den ähnlichen Dreiecken odf und oik entwickelt werden, wie folgt:

da $od = eo - ed$

und $oi = \frac{eo}{2}$, so hat man

$$od : oi = df : ik$$

Da bei allen regelmäßigen Dächern die Neigungswinkel der Sparren gleich sein müssen, so ist die Lage des Forstes (nach Breiten- und Höhenmaß) durch Zeichnung so zu bestimmen, daß man in den Fußpunkten c, b oder f und e gleiche Winkel anlegt, deren Schenkel in ihrer Verlängerung nach Oben den Forst ergeben. Die Lage des Forstes kann bei solchem Querschnitte nicht anders, als eben beschrieben, gefunden werden, indem für jede andere Dachhöhe eine andere Lage des Forstes erscheint und derselbe niemals in der Mitte des Gebäudes liegt. — Nimmt man die Dachformen Fig. 55 als Profile abgestutzter Prismen, was sie auch wirklich sind, so ist zu ersehen, daß bei jeder Veränderung der Höhe gh oder ik sich auch die Grundbreite nb und oe verändert, woraus hervorgeht, daß, je weiter sich die Gebäudetiefe über a oder d hinaus erstreckt, der durch Halbirung gefundene Mittelpunkt g oder i sich mit verrückt. — Hieraus läßt sich ferner erklären, daß die Ausmittelungen solcher Dächer

Digitized by Google

nicht ohne Profile hergestellt werden können, also von diesen ab- 55.
hängig sind.

Die beiden Profile, Fig. 55, mit einander verglichen, zeigen an, daß der Forst bei dem Kleinerwerden der Dachneigung (Neigungswinkel) eine zweifache Bewegung, nämlich: abwärts und seitwärts macht, und daß diese Bewegung keine willkührliche ist, sondern einer bestimmten Richtung folgt, welche sich als Linie folgendermaßen darstellen läßt:

Figur 56, **A** und **B**, sind die Profile zweier Dächer von 56.
gleicher Tiefe **ab**, aber mit ungleichen Erhöhungswänden **ac**. — Schlage aus **c** und **b** Kreisstücke von beliebigem, doch gleichem Halbmesser, gebe von **f** und **d** mehrere ebenfalls beliebige, doch immer je zwei gleiche Schnittpunkte, z. B. **fg = de**, an, durch welche aus den Mittelpunkten **d** und **c** die Linien für die verschiedenen Dachneigungen gezogen werden. Wo sich zwei unter gleichen Winkeln errichtete Dachlinien berühren, wie z. B. in **h**, liegt der Forst. — Ohne weitere Erklärung sieht man ein, wie der Forst im Herabsinken zugleich seitwärts nach der Erhöhungswand hingeht, bis er endlich mit dem Punkte **c** zusammenfällt. Erfolgt endlich Letzteres, so ist eine vordere Dachfläche nicht mehr vorhanden, sondern das Dach ist ein **einseitiges**, oder **Pultdach** geworden. — Je höher dagegen der Forst erhoben wird, desto langsamer bewegt er sich in entgegengesetzter Richtung seitwärts, und der Weg, den er nun beschreibt, nähert sich allmählich der zwischen **a** und **b** befindlichen senkrechten Mittellinie, ohne jedoch in dieselbe wirklich überzugehen.

Der Weg von **c** nach **h** hinauf bildet eine eigenthümlich gebogene Linie, deren Krümmung abhängig ist von der Gebäudetiefe **ab** und der Erhöhung **ac**; die geringste Aenderung eines der beiden Maße bewirkt eine Abweichung in der Krümmung. — Vergleichen wir z. B. die Lage zweier Forstpunkte **h** und **k** in **A** und **B**, welche nach den Winkeln **fbg** und **fbi** entstanden sind, so finden wir sie nicht allein in verschiedener Höhe über **ab**, und in verschiedener horizontaler Entfernung von **a**, sondern ihre horizontale Entfernung von einander selbst ist nicht gleich, wie die Punkte **l** und **m** in **A** und **B** deutlich darthun.

Die Zeichnung dieser Linie gewährt uns den Nutzen, daß wir, wenn die Gebäudetiefe und die Erhöhungswand gegeben sind, für jede beliebige Dachhöhe sofort den Ausmittelungspunkt finden

Digitized by Google

56. können. — Wäre z. B. für Fig. 56, entweder für **A** oder für **B** eine Forsthöhe gegeben, welche in der Höhe **no** läge, so wäre der Berührungspunkt **o** der Forstpunkt, von dem die Sparrenlinien nach **c** und **b** herabgehen müßten. —

Alle die Veränderungen, die wir bisher an der einfachen Dachform betrachteten, können auch mit jeder anderen vorgenommen werden, und es beziehen sich dieselben hauptsächlich auf die Veränderung der Gebäudetiefen, Dachhöhen oder Neigungswinkel der Dachflächen, sowie auf die Winkel, unter welchen die Gebäude zusammengesetzt sind, und endlich auf die Zusammensetzung verschiedenartiger Dachformen, wodurch eine endlose Reihe von Aufgaben entsteht.

Von der in Rede stehenden Dachform wollen wir jetzt nur noch zwei Veränderungen betrachten.

57. Fig. 57, **A**, der Grundriß eines Eckhauses, mit beiden Giebeln an Nachbarhäusern stehend, hat nach beiden Außenseiten, wie nach dem Hofe, Dach- oder Traufrecht. — Da also an der Seite **ab** Dach anzubringen ist, so hat man sich vorzustellen, das Gebäude bilde eine Widerkehr, deren Tiefe **be** = **cd**. Der Forstpunkt **f**, aus dem Profile **B** gefunden, wird von **g** nach **h** so aufgetragen, daß **gh** = **cf**. — Die drei Punkte **a**, **h**, **e** müssen in einer geraden Linie liegen. Von **h** geht der Forst parallel mit **ab**.

Bei demselben Grundrisse könnte ein anderer Fall eintreten, wenn **i**, der Grenzpunkt des Nachbarhauses, über **e** hinweg, etwa nach **k** gerückt würde; dann müßte die Kehle **he** nach **k** hin gerichtet werden, wodurch die dreieckige Dachfläche **eih** einen kleineren Neigungswinkel erhalten würde, vorausgesetzt, daß die Forsthöhe unverändert bleiben solle. Da aber nach Fig. 55 und 56 bei zunehmender Gebäudetiefe, und das würde nun hier eintreten, die Lage des Forstes sich in zweifacher Beziehung ändert, so wollen wir untersuchen, wie die gedachte Veränderung auf die Ausmittelung einwirkt.

58. Wir betrachten deshalb, Fig. 58, eine Widerkehr mit zwei verschiedenen Gebäudetiefen, deren Forste in einerlei Höhe liegen, deren äußere Erhöhungswände gleiche Höhe haben und die Neigungswinkel der Dachflächen gleich sind. — Hiernach bestimme man das Profil **B** für die größere Gebäudetiefe und demnächst im Grundrisse die Lage des Forstes, dessen Entfernung **cd** = **ab**

Digitized by Google

ist. Das Profil C hat weniger Breite als B, weil der Seiten- Fig.
flügel weniger Tiefe hat, als das Hauptgebäude, folglich muß der Seitenflügel im Hofe eine Erhöhungswand, wie bereits an Fig. 54, B, erklärt, erhalten, wonach sich auch, wie dort, der Kehlpunkt e findet. Daß der Kehlpunkt e wirklich an dieser Stelle liegen muß, ist einzusehen, wenn man aus C die Breite fg in B von h nach i hereinsetzt, und von i mit ak parallel geht. — Träfe diese Parallele den untersten Kehlpunkt nicht, so müßte derselbe Punkt an zwei verschiedenen Orten liegen, was offenbar nicht möglich ist. In solchem Falle wäre entweder in der Ausmittelung oder in der Profilirung ein Fehler.

Nachdem wir das bei ungleichen Gebäudetiefen und bei erhöhtem Dachraume anzuwendende Verfahren kennen gelernt haben, wird es nicht schwierig sein, dasselbe auf den in Fig. 57 angenommenen Fall, daß das Nachbarhaus bis k reiche, anzuwenden oder zu untersuchen: ob es für denselben wirklich anwendbar sei.

In Fig. 59, Taf. VII., liegt ein für dieselben Verhältnisse 59.
angelegter Grundriß, nämlich, daß die nachbarliche Gebäudetiefe ab die Tiefe cd übertreffe. Das Profil B enthält die Bestimmung für die Dachhöhe, sowie für die Erhöhung des Dachraumes, und nach ihm soll das Profil C eingerichtet werden, wodurch sich hier im Hofe die Erhöhung ef ergiebt. Trägt man nun die abgeschnittene Länge eg aus C in B von h nach i, und was dasselbe ist, wenn man diese Länge in A aus b nach k trägt, so wird k der unterste Kehlpunkt. — D ist die Ansicht von der Hofseite mit dem an dem Nachbarhause über ab stehenden Giebel. In dieser Ansicht ist der unterste Kehlpunkt ebenfalls mit k bezeichnet, und die Linie kl ist die Dachtraufe der Erhöhung.

Sowohl die Ausmittelung A, als auch die Ansicht D antworten auf unsere fragende Voraussetzung, daß k für die Ausmündung der Kehle ein falscher Ort sei, weil die Dachfläche kmnc in der durch den kleinen Pfeil angedeuteten Richtung, also winkelrecht gegen den nachbarlichen Giebel das ablaufende Wasser senden, folglich letzteren auf die Länge kb ernässen würde, was keineswegs erlaubt ist.

Demnach bleibt kein anderes Mittel übrig, als die Kehle von m nach b zu richten, wodurch die Dachfläche bmnc in die steilere Lage eo im Profile C gebracht werden muß. Dadurch verlängert sich die Kehle bis b, und die Traufe kl rückt nach bp herab.

Digitized by Google

514. Sollen aber die Dachflächen gleiche Neigungswinkel behalten, so können die Forste nicht in gleicher Höhe liegen, wonach sich natürlicherweise die Profile ändern. Wie das geschieht, betrachten wir später; jetzt gehen wir zu einem anderen Gegenstande über.

c. Das Austragen oder Auslegen der Dachflächen

ist den bisher kennen gelernten einfachen Hülfsmitteln einestheils zu Herstellung der Ausmittelungen deshalb unmittelbar anzureihen, weil es dem Schüler in vielen Fällen ein unentbehrliches Hülfsmittel ist, sich den Dachkörper anschaulich zu machen, anderntheils ist eine genaue Kenntniß von der Lage und Gestalt der Dachflächen erforderlich um ihren Quadratgehalt berechnen zu können.

Fig. 60, A, abcd ist der Grundriß eines zweiseitigen Da-
60. ches, mit zwei Giebeln, dessen Querschnitt efg in B die Dachhöhe und demzufolge die Sparrenlängen eg und fg bestimmt. — Die beiden Dachflächen aihd und bihc erscheinen, wie überhaupt alle Dachflächen, in der Ausmittelung verkürzt, und haben zu ihrer Höhe die Sparrenlänge; ad und bc sind die Grundlinien, welche bei Auslegung der Dachflächen die Drehachsen bilden. Da kd = eg, cn = fg, so sind die ausgelegten Dachflächen ladk und bmnc in ihrer wahren Größe sichtbar. Das Profil B denke man sich nun mit seiner Grundlinie ef an dc herangerückt, so gilt dasselbe für den wirklichen Giebel, gleichwie abo der andere Giebel ist. — Schneidet man diese ausgelegten Dach- und Giebelflächen aus Papier oder Pappe und biegt die vier Flächen nach oben zusammen, so daß lk mit mn zusammenfällt u. s. f., so erhält man den Dachkörper über abcd, welcher ein Prisma ist.

Der Grundriß dieses Daches ist ein rechtwinkeliges Viereck abcd, die Forstlinie hi liegt parallel mit den Langseiten, mithin sind die beiden Dachflächen ihcb und ihda ebenfalls rechtwinkelig, und müssen diese Eigenschaft auch in ihrer Auslegung behalten, folglich liegen die Punkte m, n, l und k den Punkten i und h so gegenüber, daß die Linien im und hn, il und hk rechtwinkelig auf den Linien bc und ad stehen. Die beiden letztgenannten Linien bilden also die Drehachsen, um welche sich die

Digitized by Google

ausgetragenen Flächen bmnc und adkl bewegen, wenn das Fig.
Prisma geschlossen werden soll. — In gleicher Weise liegt der Giebelpunkt o dem Punkti i so gegenüber, daß die Linie oi auf ab rechtwinkelig steht, ab also ebenfalls die Drehachse für die Giebelfläche abo bildet.

Hieraus ergiebt sich die Regel, daß alle für die auszulegenden Flächen zu suchenden Punkte der entsprechenden Umfassungslinie des Grundrisses rechtwinkelig gegenüberliegen und es tritt niemals eine wirkliche Aenderung derselben ein.

Bemerkenswerth ist noch, daß an allen einem Dachkörper angehörige ausgelegten nebeneinander liegenden Flächen je zwei Linien z. B. al und ao gleiche Länge haben müssen, weil sie einer und derselben Kante angehören, wenn der Dachkörper geschlossen wird. Auch hierin kann nie eine Aenderung eintreten.

Den Quadratinhalt der Dachflächen zu berechnen ist in diesem Falle sehr einfach, da dieselben zwei Rechtecke sind. Man hat nämlich:

$$2 \cdot bm \cdot mn$$

Sind jedoch von dem Dachkörper nur die Gebäudelänge bc, die Tiefe ab und die Dachhöhe io gegeben, so muß vorher die Sparrenlänge bm = bo durch Wurzelausziehen gesucht werden, und die Rechnung wird folgende:

$$2 \cdot \sqrt{\left(\frac{ab}{2}\right)^2 + io^2} \cdot bc = \text{Inhalt beider Dachflächen.}$$

Fig. 61 abcd ist ein an beiden Enden schief abgeschnittenes 61.
Prisma, dessen Querschnitt bei A liegt. — Der Querschnitt ist stets nach einer winkelrechten Linie, z. B. ef, zu bestimmen. — Für die Auslegung der Dachflächen errichte aus g und h, den beiden Endpunkten des Forstes, winkelrechte Linien ik, ml, gn und so. Die beiden Giebellinien gn und ho sind der Dachhöhe im Profile A gleich zu machen, wodurch sich die verstreckten Sparren cn, dn, ao und bo ergeben, deren Längen nach m und l, i und k herumgetragen werden; da wo die Kreislinien in die winkelrechten einschneiden, liegen die zu suchenden Punkte. — Außerdem läßt sich die Entfernung der Forstlinien kl und im bestimmen, indem man die Sparrenlänge z aus A von f und e winkelrecht nach p und q hin aufträgt.

So lange die Umfassungswände bc und ad parallel liegen, müssen auch der Forst hg, und folglich auch die ausgelegten Forstlinien im und kl einander parallel liegen, daher müssen die mit

Digitized by Google

verschiedenen Halbmessern d n und a o geschlagenen Kreise, in den Durchschneidungspunkten m und i gleiche Entfernungen von der Drehachse a d ergeben.

62. In dem regelmäßigen Walmdache, Fig. 62, lege durch die Walmpunkte a und b so viele winkelrechte Linien, als Dachflächen vorhanden sind; errichte in A den Querschnitt, nimm aus diesem die Sparrenlänge z und trage sie aus c nach d, aus e nach f, und so ringsum; so bestimmen sich überall die Entfernungen der Forstpunkte und Forstlinien. — Auch ergiebt sich die Länge der Linien h i, h f, g f u. s. f., wenn man die Ausmittelungslinie b h = b g aus dem Punkte k in A nach m hin aufträgt und die Gratsparrenlänge m l aus den Eckpunkten h, g u. s. f. nach i, f, d u. s. f. aufträgt, so daß sie in die winkelrechten Linien c d, e f u. s. f. einschneidet. —

63. Fig. 63, a b c d, ein Gebäude mit schiefen Walmen, hat in e f g sein Dachprofil, von welchem die Sparrenlänge e f = g f an sämmtlichen auszulegenden Dachflächen in i k aufgetragen wird. Die Dachflächen ergeben sich nach den bisherigen Erklärungen sehr leicht. — Werden die Ausmittelungslinien der Gratsparren l d, l c aus h nach m und n aufgetragen, so sind die Gratsparrenlängen f n, f m für die Linien d k, c k aufzutragen.

64. In dem Dache von quadratischem Grundrisse, Fig. 64, liegt, wenn es Winkeldach ist, sein Dachprofil in der Ausmittelung selbst; a b c ist der rechte Winkel über a c, mithin sind a b und c b die Sparrenlinien, welche für die auszulegenden Dachflächen in i k aufzutragen sind. — In dem danebenliegenden Profile ist a m c, dasselbe Dreieck, gefunden worden, indem die halbe Grundlinie a c in o m aufgetragen wurde.

Sehr gern nimmt man für auszulegende Dachflächen das Winkeldach an, weil dasselbe solche eben kennen gelernte Erleichterungen gewährt. — Ist das Dach höher oder niedriger als das Winkeldach, so ist die Zeichnung des Profiles unerläßlich, denn weder die Sparrenlänge a c, noch die a n findet sich in der Ausmittelung, wogegen die Länge a m = a b von selbst entsteht, wenn die Ausmittelungslinien gezogen werden.

65. In dem Dache mit rautenförmigem Grundrisse, Fig. 65, ist das Profil zu zeichnen. — Beim Winkeldache findet es sich sehr leicht, indem man die halbe Tiefe a b von b nach c trägt, a c ist dann die Sparrenlänge, welcher i k gleich gemacht wird.

Digitized by Google

Für das dreieckig gestaltete Dach, Fig. 66, gilt dieselbe Erklärung wie für Fig. 65. Fig.

Fig. 67 ist eine Widerkehr, an welcher das Auslegen der Dachflächen nicht schwierig ist. Die beiden Flächen **abcd** und **fade** decken sich theilweise, wenn sie ausgelegt sind; für die erstere ist **abki**, für die andere **afed** die wirkliche Fläche. — Will man ein solches Dach ausschneiden, so sind diese beiden Flächen außerhalb der Figur besonders zu zeichnen und an **af** und **ab** anzukleben. Oder: da der Forst **ik** = **ln**, so kann man auch die Fläche **ikba** mit der Seite **ik** an **ln**, desgleichen die Fläche **fahg** mit **gh** an **op** legen. 67.

Die Flächen des windischen Daches, Fig. 68, werden auf folgende Weise gefunden: nachdem die Ausmittelung, wie an Fig. 44 und 45 erklärt wurde, hergestellt worden ist, sucht man zuerst die beiden Forstpunkte **g** und **h**, indem die Breiten **ci** und **dk** im Profile **A** aus **m** aufgetragen werden, wodurch die Sparrenlinien **kl** und **il** entstehen, und für die Dachflächen die Maße **kg** und **ih** ergeben. — Da für die Ausmittelung zwei Schnittebenen in gleichen Entfernungen angenommen wurden, so ist auch im Profile **A** die Dachhöhe **ml** in drei gleiche Theile zu zerlegen, wonach durch die durch die Theilungspunkte gelegten Linien auch die Sparrenlinien **kl** und **il** in gleiche Theile zerschnitten werden; da nun **il** = **ih** und **kl** = **kg**, so sind auf der Dachfläche **B** **ih** und **gk** in je drei gleiche Theile zu theilen und durch die erhaltenen Punkte die Linien **mn** und **op** zu legen. Nun ist zu bemerken, daß die Linie **ch**, auf **qr** rechtwinkelig stehend, genau in dem Forstpunkte **h** endigt. Dasselbe gilt von **dg**. Beide Linien sind also parallel. — Hiernach müssen durch die Durchschneidungspunkte **a**, **b**, **e**, **f** mit **ch** und **dg** parallele Linien gelegt werden, um die Punkte **p**, **n**, **m**, **o** zu erhalten. — Die Linie **hnpr** ist auswärts, **gmoq** einwärts gebogen. 68.

Auf den Flächen für die Walmen laufen die Hülfslinien **u1**, **v2** u. s. f. parallel mit **rs** und **qt**, und die Punkte **u**, **v** u. s. f. werden durch die winkelrecht über **rs** gehenden von **a**, **b**, **c** u. s. f. kommenden Linien bestimmt. — Die beiden Grate der Walmfläche **D** sind einwärts, die der Walmfläche **C** auswärts gebogen.

Die Punkte **g** und **x** haben von **q**, **x** und **y** von **t**, **h** und **w** von **r**, **z** und **w** von **s** gleiche Entfernung; ebenso müssen die Entfernungen **nr** und **vr**, **pr** und **ur** gleich sein u. s. f.

Digitized by Google

Fig. Im Bezug auf die Berechnung der Oberfläche von Walmdächern blicken wir auf Fig. 62 u. f. zurück. Fig. 62 besteht aus zwei Trapezen und zwei Dreiecken. Es ist jedoch nicht nothwendig jedes derselben einzeln zu berechnen, denn denkt man sich die Walmfläche **ghk** halbirt und von ihr das Dreieck **efg** mit **gf** an **gd** gelegt, ebenso die halbe Walmfläche der anderen Seite, so entsteht das Rechteck **ngot**, dem gegenüber ein ebensogroßes liegen wird. — Die Rechnung stellt sich demnach gerade so wie für Fig. 60.

In Fig. 63 erleidet dies weiter keine Aenderung, als daß man zwei Rechtecke das eine von der Länge **bc**, das andere von der Länge **ad** in Rechnung bringt; denn es ist das Dreieck **A** = dem Dreieck **B**, das Dreieck **C** = dem Dreieck **D** u. s. f., und sonach ergänzen die Walmdreiecke die beiden großen Rechtecke. — $\frac{\mathbf{ad} + \mathbf{bc}}{2}$. **ik** . 2 ist der abgekürzte Ausdruck.

Von Fig. 64 und 65 gilt dasselbe. — In Fig. 66 sind drei Dreiecke zu berechnen.

Die Dachfläche von Fig. 67 bestimmt sich, wie Fig. 63, nach der mittleren Gebäudelänge $\frac{\mathbf{fa} + \mathbf{ab} + \mathbf{rs} + \mathbf{sm}}{2}$. **ql** . 2

In Fig. 68 hat man keine Paralleltrapeze, sondern Trapezoide, und man kann auch die Walmen nicht herumtragen. Aber dennoch kann man sich die Berechnung vereinfachen, indem man die Gratlinien **hr**, **wr**, **sw**, **sz** als gerade Linien annimmt, weil die Biegungen immer soviel einwärts, als auswärts betragen.

Bei Berechnung des Quadratgehaltes der gesammten Dachfläche an Fig. 68, hat man nach vorausgehender Erklärung die beiden Walmflächen als Dreiecke anzunehmen und die beiden Langflächen in je zwei Dreiecke und ein Trapezoid zu zerlegen, so z. B. besteht die Langfläche **qrhg** aus △ **q3g**, △ **h4r** und **34hg**.

Sollte belieben die Langflächen anders zu zerlegen, so kann es vielleicht auch so geschehen: 1) △ **qkg**, △ **hir** und Paralleltrapez **gkih** oder 2) man zerlegt das Viereck **qrhg** in zwei Dreiecke entweder durch die Diagonale **qh** oder **rg**.

69. In Fig. 69 ist die Ausmittelung in der Weise erfolgt, daß die windschiefen Langflächen in Dreiecke zerlegt wurden. — Zwischen den Walmpunkten **g** und **p** gibt **ab** die mittlere Gebäudetiefe an, und es ist auf ihr das Profil **acb** errichtet worden, nach welchem unter der Profilirung **B.** die Dachhöhe **de** genommen wurde. Da um den Walmpunkt **g** die drei Fußpunkte **f** von **g** gleiche Entfernung haben, so gibt in **B.** die Sparrenlänge **he** die Höhe der Dachflächen an, d. h. **fi** = **he**, wonach sich die dreieckigen Flächen **lin**, **nim** und **mik** ergeben. Sodann ist die Walmfläche **A.** zu suchen, deren Spitzpunkt **q** durch die Sparrenlänge **re** in **B.** gefunden wird. Da nun **kq** = **ko**, so schlage aus **k** von **q** nach **o** ein Kreisstück, nimm alsdann den Forst **gp** in den Zirkel und

Digitized by Google

schlage aus i für das Dreieck C ein Kreisstück, so entsteht bei o Fig. ein Durchschneidungspunkt, welcher als Forstpunkt dem Punkte p entspricht.

Bemerkenswerth ist, daß im Dreiecke C der Punkt o dem Walmpunkte p nicht winkelrecht gegenüber liegt, d. h. eine von p rechtwinkelig über mk gehende Linie schneidet nicht im Punkte o.

Ferner: geht man von p rechtwinkelig auf gk, und von da rechtwinkelig über mk, so liegt der Punkt s dem Punkte o ebenfalls nicht rechtwinkelig gegenüber.

Beides hat seinen Grund darin, daß die Ausmittelungslinie gk keine Grundlinie, mithin keine Drehachse ist, sondern eine steigende Linie, die im Profile B durch ek dargestellt ist und gefunden wird, wenn man die Länge gk aus d nach k hin trägt. — ek in B ist gleich der Linie ih in C.

Das Auslegen der Dachflächen schiefwinkeliger Widerkehren erfolgt in derselben Weise, wie an Fig. 67 erklärt wurde, und ändert sich in Nichts, wenn die beiden Gebäude über einander hinaus verlängert werden, wie Fig. 70, Taf. VIII., zeigt, in wel- 70. chem Falle man die Zusammensetzung als eine viermalige Widerkehr zu betrachten hat. —

In Fig. 71 ist das Gebäude ghlm für sich allein dargestellt, 71. um die dreieckigen Ausschnitte bei ad und bc, welche durch das zweite hindurchgeschobene Gebäude entstehen, zu zeigen. — Ganz gleiche Ausschnitte finden sich am anderen nur theilweise gezeichneten Gebäude Fig. 72. — Denken wir uns Fig. 72 auf Fig. 71 so ge- 72. legt, daß die beiden Gebäude, wie die punktirten Linien sie andeuten, auf einander fallen, so entsteht die vierfache Wiederkehr Fig. 70.

Die Körper, aus welchem Fig. 70 besteht, haben wir schon an Fig. 11 erklärt, doch wollen wir gelegentlich hier nachholen, daß für die Ermittelung des Kubikinhaltes eine Abkürzung eintreten kann, wenn man die beiden Prismen lmgh und kefi als voll berechnet und von der Summe beider die Pyramide abcd abzieht; denn Fig. 71 und Fig. 72 zeigen, daß der über abcd befindliche Körper zweimal, also einmal zu viel, berechnet wird. Hierzu kommen dann noch die halben Pyramiden an ml, ki, gh und fe.

Ist der Quadratinhalt der Dachflächen zu berechnen, so berechnet man sämmtliche Flächen als voll und zieht von der ganzen Summe die vier der mittelsten Pyramide abcd angehörigen Dreiecke ab. Denn diese Dreiecke sind nicht vorhanden, weil sie im inneren Dachraume liegen.

Digitized by Google

II.

Zusammensetzung und Durchdringung ebener und windschiefer Dachformen.

Fig. Unter den im vorigen Abschnitte aufgestellten Grundwahrheiten erkannten wir unter Nr. 6 an Fig. 22, daß ein Dach von größerer Tiefe einen höher liegenden Forst habe, als ein Dach von weniger Tiefe. — Durchdringen oder berühren sich demnach Dächer von verschiedenen Tiefen, so liegen ihre Forste in ungleichen Höhen, und der Unterschied der verschiedenen Sparrenlängen
73. 74. ist die Verfallung, z. B. ab und ac in Fig. 73, B, weil der Forst de tiefer liegt als der Forst a, und sonach ab und ac nach ihm herabfallen, verfallen.

Verfallungen kommen vor, es mögen Dächer von gleichen Neigungswinkeln und verschiedenen Tiefen zusammengesetzt sein wie sie nur wollen.

In Fig. 73, A, durchdringen sich zwei Prismen, von denen das kleinere von dem größeren zum Theil überdeckt wird und dessen Forst hi auf die Länge fg eine Unterbrechung erleidet. Wäre die Ansicht B nicht vorhanden, in welcher sich die Anfallspunkte b und c des tieferliegenden Forstes von selbst bestimmen, so fänden sich die Punkte g und f im Grundrisse, wenn man die halbe Tiefe des kleineren Daches von k aus winkelrecht nach g hereinsetzt; k aber wird bestimmt durch die Umfassungs- oder Traufenlinie lm. — Daß dieses seine Richtigkeit habe, wird durch die Ansicht B erklärt; denn mit der Sparrenlinie ao liegt en parallel, weil die Neigungswinkel bei o und n gleich sind, und da die Höhe bp = eq, so muß auch op gleich sein nq, das ist die halbe Tiefe. — Dasselbe gilt in Fig. 74. Daß hier die Gebäude unter schiefen Winkeln einander durchdringen, ändert im Verfahren für die Ausmittelung nichts.

Digitized by Google

Denkt man sich in Fig. 73, A, den einen Theil rstl kleiner, Fig.
indem die Länge rs kürzer wird, so rückt der Walmen rul näher an die Durchdringung beider Dächer heran, bis endlich bei fortgesetzter Verkürzung der Länge rs der Punkt r mit dem Punkte s zusammenfällt, d. h. die Walmfläche rul mit der Fläche whiv in einer Ebene liegt, dann werden die Linien sf und tg von den Linien ru und lu bedeckt, so daß erstere gänzlich verschwinden, weil sie, in einerlei Ebene liegend, weder Grat noch Kehle bilden. Auf diese Weise sind Fig. 75 und 76 entstanden.

Fig. 75 ist eine doppelte Widerkehr mit zwei Verfall- 75. 76.
graten ab und ac. Diese Verfallgrate gehören den Graten da und ea an, deren Theile ec und db in der Dachebene klmn verschwinden; sie gehören also einem Gebäude an, dessen Umfang fedg ist. Den Theil fhig kann man demnach nicht als ein nur angesetztes Stück betrachten, sondern es findet eine Durchdringung Statt. — Von Fig. 76 gilt dasselbe.

Wird von Fig. 75, 76 noch ein Seitenflügel, etwa hn, weggenommen, so entsteht die einfache Widerkehr, Fig. 77, 78, mit 77. 78.
einem Verfallgrate. Der Theil abcd gehört beiden Gebäuden an, und deshalb ist es erklärlich, daß af ein vollständiger Gratsparren sein würde, wenn der kleinere Seitenflügel nicht vorhanden wäre, und wäre derselbe allein und ganz, d. h. bis cd, verhanden, so müßte gc der vierte Grat sein, der aber in vorliegendem Falle ganz, af aber nur theilweise verschwindet. Ebenso verschwindet vom Forste hg das Stück eg, welches der Länge fg, in Fig. 73, A, oder bc, in Fig. 75, vollkommen entspricht.

Für die Berechnung des kubischen Inhaltes der in den Figuren 73—78 tritt im Betracht der Fig. 10 und 11 noch ein Körper hinzu und zwar ein Prisma, dessen Länge durch fg ausgedrückt ist. Berechnet man nämlich beide in einander geschobenen Dachkörper, als volle Körper, so sind von der Summe beider abzuziehen 1) die zwei halben Pyramiden über sxyz und t123, deren Profil in hop liegt, und 2) das Prisma über 12yz, dessen Länge fg ist und das zugehörige Profil in C 567 vorliegt.

Nicht nur an Widerkehren, d. i. wenn die Langwände zweier Gebäude gegeneinanderlaufen, sich also, sei es recht- oder schiefwinkelig durchkreuzen, kommen Verfallungen vor, sondern auch da, wo die Langwände des einen Gebäudes gegen die Stirnwand des anderen laufen, wie an Fig. 73, 75 und 77 durch stark punktirte Linien angedeutet ist.

Die Bearbeitung windschiefer Dachflächen in der erwähnten

Digitized by Google

78. Beziehung ist etwas mühsamer, als die der ebenen und deshalb benutzt man die windischen Dachungen nicht selten gern zu Meisterstücksaufgaben. Die Zusammensetzung solcher Dächer geht meist in's Unsinnige über, denn in einen rechtwinkeligen Bauplatz den Hof, z. B. wie in Fig. 79 oder 80, anzubringen, wird einem verständigen Menschen nicht leicht in den Sinn kommen, und doch sind es gerade solche und ähnliche Figuren, die wir gelegentlich näher betrachten müssen.

79. Fig. 79, Taf. IX, eine zweimalige Widerkehr, besteht aus drei mit einander verbundenen Gebäuden, welche einen übereckliegenden Hof bilden. — Die Ausmittelung der Forst-, Kehl- und Gratlinien erfolgt nach dem an Fig. 45 kennen gelernten Verfahren.

Da in der vorliegenden Dachung die Forste in gleicher Höhe liegen sollen, so müssen auch die Durchschneidungsflächen, obgleich ihre Breiten verschieden sind, in gleichen Höhen liegen, so daß die ihnen angehörigen Begrenzungslinien sich durchschneiden oder berühren und somit die erforderlichen Grat- und Kehllinien bestimmen können. Besondere Schwierigkeiten kommen hier nicht vor.

Sollen dagegen windische Dächer mit Verfallungen ausgeführt werden, so kömmt man wegen gehörig guter Anordnung der Ausmittelungslinien öfters in Verlegenheit; verfolgt man jedoch mit Aufmerksamkeit den Entwickelungsgang der Hülfslinien, so wird man selten irren. — Wir betrachten vorläufig nur noch ein solches Beispiel, um das Verhalten der prismatischen Dachkörper in ihren Zusammensetzungen kennen zu lernen und die daraus entstehenden Formen dann mit größerer Leichtigkeit auf die windschiefen übertragen zu können.

80. In dem rechtwinkeligen Gebäude, Fig. 80, A, wie das vorige aus drei Gebäuden bestehend, sollen die Forste nicht in gleicher Höhe liegen, sondern nach verschiedenen Gebäudetiefen ermittelt werden.

Die erste Verrichtung für die Ausmittelung besteht im Aufsuchen sämmtlicher Walmpunkte, von denen der eine a, im linken Seitenflügel verschwindet, weil er niedriger liegt als der Forst bc, der Forst ka dagegen sich bis an die nächstliegende Dachfläche fortsetzen muß. Nach Einzeichnung der Forstlinien halbirt man dieselben und zieht winkelrecht auf sie die de, fg und hi, nach denen, als die mittleren Breiten, sich die Forsthöhen bestimmen.

Digitized by Google

Da fg die längſte und de die kürzeſte, ſo liegt der Forſt bc am höchſten, ak am tiefſten. Die Breite hi unterſcheidet ſich von fg ſo wenig, daß man die Differenz nicht beachtet, und die Forſte beider gleich hoch annimmt.

Die punktirten Linien in B ſind die Sparrenprofile über fg und de. Die Linie lm, durch den niedrigeren Forſtpunkt gelegt, iſt als Schnittlinie anzunehmen, mittelſt welcher der Einfallspunkt zwiſchen a und p des Forſtes ka gefunden wird. Dieſes zu bewerkſtelligen, verlängere die Forſtlinie ka bis zum Forſte bc, nimm alsdann die halbe Tiefe pr in den Zirkel, trage ſie im Profile B aus dem Mittel nach s hin auf und ſuche den Sparren ns, welcher von lm durchſchnitten wird. Die horizontale Entfernung dieſes Durchſchneidungspunktes vom Mittel giebt in der Ausmittelung die Entfernung des Einfallspunktes, von p nach a hin aufgetragen, an. — Hierbei hat man die Linie ka als eine ſenkrechte Schnittebene anzunehmen, die an Ort und Stelle durch den Punkt gelegt werden muß, welcher durch Profilirung beſtimmt werden ſoll. Sehr unrecht würde man thun, wollte man für die Beſtimmung des Forſtpunktes zwiſchen p und a das Profil auf fg benutzen; denn da fg größer als r7, ſo hat auch im Profile B der durch lm entſtehende Durchſchneidungspunkt, vom Mittel aus gemeſſen, auf on eine größere Entfernung als auf sn. — Man kann alſo nicht jedes beliebige Profil annehmen, ſondern man hat es allemal da und in einer Richtung aufzuſtellen, wo der fragliche Punkt zu beſtimmen iſt. — Hiernach ſind die Kehlpunkte t und u zu ſuchen. Setze deshalb die Breite vw, d. i. die halbe Tiefe, welche durch die Hülfslinie v'v'' gegeben iſt, in dem Profile B aus dem Mittel nach w heraus, ſo wird die Sparrenlinie wn von der Schnittebene 12 durchſchnitten; die Entfernung dieſes Durchſchneidungspunktes, vom Mittel aus gemeſſen, wird in der Ausmittelung vom Forſtpunkte v, welcher durch die Linie v'v'' beſtimmt wird, nach t hin aufgetragen, ſo iſt der Punkt beſtimmt, durch welchen die krumme Kehle geht. — Werden mehr Punkte für die Kehle geſucht, wie es bei größerem Maßſtabe nöthig iſt, ſo bleibt das Verfahren immer daſſelbe, wobei zu bemerken iſt, daß jede Schnittlinie ein anderes Profil giebt, welche rechts von r immer breiter, links von r immer ſchmäler werden. Iſt alſo der Kehlpunkt u zu beſtimmen, ſo trage die Grundbreite xy im Profile B auf, wonach ſich mittelſt der Schnittebene 12

Digitized by Google

Fig. die Entfernung x u ergiebt, indem man die Entfernung des durch 12 und y n entstandenen Durchschneidungspunktes, vom Dachmittel aus gemessen, an der verlängerten Forstlinie c x auf die Hülfslinie nach u herüber trägt.

Die Forstlinie k a mit ihrem anliegenden Kehlen entspricht im Allgemeinen in Fig. 73 u. f. der Forstlinie h f mit ihren Kehllinien, wo ein niedrigeres Dach in ein höheres dringt.

An der anderen Widerkehr in Fig. 80 stoßen wir auf einen Fall, welcher bereits in Fig. 24 und 25 angedeutet wurde, nämlich: daß sich durch das Ausmittelungsverfahren zunächst eine wagerechte Kehle ergiebt, welche beseitigt werden muß.

Die beiden Walm- oder Anfallspunkte c und α wurden gleich Anfangs festgestellt. — Da die beiden Forste b c und $\alpha\beta$ in einerlei Höhe liegend angenommen wurden, so muß dasselbe auch mit den Schneidungslinien der Fall sein, wie die Profile C und D anzeigen. Das Profil C ist nach der Linie γ c genommen, also in der Verlängerung der Forstlinie b c; dasselbe zeigt deutlich, wie die nach dem Punkte c gehende Walmfläche innerhalb des Dachraumes vom rechten Seitenflügel liegt und nur auf eine sehr kurze Strecke oberhalb desselben, von δ bis c frei austritt. Diese Walmfläche und die vom rechten Seitenflügel in den Hof gehende Dachfläche durchschneiden sich im Punkte δ, welcher, in wagerechter Breite gemessen, im Grundrisse A von c nach γ hin aufzutragen ist. Dadurch ergiebt sich der mittelste Punkt der wagerechten Kehle.

Ferner sind noch zwei Punkte derselben auf beiden nach c laufenden Graten zu suchen, wie folgt: trage die beiden Längen c ε und c z im Profile D auf, wodurch sich die Gratlinien ergeben, alsdann gehe aus C vom Durchschneidungspunkte δ wagerecht in das Profil D, so erhält man auf den Graten zwei Durchschneidungspunkte, welche in A von c aus aufgetragen werden und somit die Lage der wagerechten Kehle erhält. —

Die beiden Punkte η und ϑ sind durch die Durchschneidungslinien gegeben, die Kehllinien schließen sich an die Punkte μ und ν an.

81. Da aber wagerechte Kehlen nirgends vorkommen dürfen, so erhebt man die beiden Kehlen $\lambda\mu$ und $\eta\nu$ bis zum Forste $\alpha\beta$, bis sich beide im Punkte π berühren; nunmehr gehört π auch dem Forste b c an und ist derselbe von c bis π zu verlängern, wie Fig. 81 zeigt.

Digitized by Google

Außerdem muß hier noch bemerkt werden, daß der Gratsparren $\alpha\eta g$ und der Kehlsparren $\pi\eta g$ bei η zusammenlaufen und von da nach g hinab verschwinden, indem sie in der Dachfläche liegen. Fig.

Ferner ist zu bemerken, daß, obgleich in den an Fig. 79 und 80 betrachteten Fällen drei Gebäude zusammengesetzt sind, doch jedesmal nur zwei derselben sich durchdringen. Es ist also die Zusammensetzung von drei oder mehreren Gebäuden wohl zu unterscheiden von der gleichzeitigen Durchdringung aller, wobei jedes Gebäude von allen übrigen durchdrungen oder berührt wird.

In den bisher betrachteten Fällen, Fig. 10 und 11, sowie Fig. 73—78, fanden wir hauptsächlich zwei zu berücksichtigende Umstände, nämlich, daß 1) die sich durchdringenden Dächer gleiche Tiefe, oder 2) ungleiche Tiefe, mithin bei gleichen Neigungswinkeln 1) gleiche oder 2) ungleiche Dachhöhe haben.

Lassen wir zu diesen beiden Fällen den an Fig. 41 kennen gelernten noch hinzutreten, so finden wir, daß Gebäude von der verschiedensten Tiefe doch auch gleiche Dachhöhe haben können, wenn die Neigungswinkel der Dachflächen nicht gleich sein müssen, wie an den windischen Dächern vorkömmt. Hierdurch erlangt die Verschiedenartigkeit in der Zusammensetzung sich durchdringender Dachkörper ihre höchste Ausdehnung.

Die eben betrachteten Arten von Dächern untereinander vermengt und zusammengesetzt, gewähren oftmals schon an sich selbst sehr nette Ausmittelungen, obgleich ihre Zusammensetzung die einfachste ist, indem immer nur zwei Gebäude mit einander in Verbindung kommen; weit mannichfaltiger und reicher wird das Formenspiel, sobald noch ein drittes Gebäude hinzutritt.

In Fig. 82 sind drei Gebäude abcd, efgh und iklm so mit einander zusammengesetzt, daß sie sämmtlich sich durchdringen, d. h. jedes einzelne von den beiden anderen durchdrungen wird. Fig. 82.

Die Ausmittelung dieser Zusammensetzung verursacht keine Schwierigkeit, denn sie besteht ganz einfach aus vier Widerkehren mit Verfallungen und ist gar nichts Anderes als eine Wiederholung der Fig. 75.

Denken wir uns an Fig. 82 von dem Gebäude abcd die beiden äußersten Theile bcgo und amnd weggenommen, so daß die beiden anderen Gebäude efgh und iklm in ihrer ge- Fig. 83.

Digitized by Google

Fig 83. genseitigen Lage bleiben, so entsteht die in Fig. 83 dargestellte Zusammensetzung.

Bemerkenswerth ist in derselben, daß, wenn die Ausmittelungslinien der beiden Gebäude hergestellt sind, eine wagerechte Kehle op entstanden ist, über welche der Forst qr hinweggeführt werden muß. Zwischen den beiden großen Dachflächen ist ein kleiner Dachkörper opqr nöthig geworden, dessen gesammte Oberfläche aus vier Dreiecken besteht, nämlich: opq und opr, von denen die erste auf der langen Dachfläche qik, die andere auf der Langfläche rhe aufsitzt, sodann pqr und oqr, von denen sich erstere der Walmfläche von im, die andere der Walmfläche von hg anschließt. Die Kante op sitzt in der wagerechten Kehle, qr bildet den Verbindungsforst, welcher dem Gebäude mgwn angehört.

Bei Berechnung des kubischen Inhaltes dieses kleinen Körpers hat man sich denselben in zwei Pyramiden zerlegt zu denken, deren dreiseitiger Querschnitt in der senkrechten Ebene über op liegt und yx zur Höhe hat; die Höhe beider Pyramiden selbst ist qr. Man hat also

$$\frac{op \cdot yx}{2} \cdot \frac{qr}{3} = \text{Kubikinhalt von } oqpr.$$

Hieraus geht hervor, daß bei so ineinander verbundenen Dächern, deren in Fig. 83 anfänglich nur zwei vorzuliegen scheinen, ein drittes angenommen werden muß, welches entsteht, wenn die Linie gt nach n, und ms nach w hin verlängert wird. — In Fig. 82 war dasselbe wirklich vorhanden.

Betrachten wir Fig. 83 aufmerksam, so finden wir, daß derjenige Theil über sith, soweit nämlich beide Hauptdächer in einander dringen, ein Körper ist, welcher vollkommen einem Walmdache gleicht und dessen Forst op ist. — Hier begegnen wir abermals der an Fig. 24 und 25 gegebenen Erklärung, wie sich die an den langen Seiten liegenden Dachflächen nach Oben fortsetzen und in ihrer Durchschneidung eine wagerechte Kehle bilden. Die sich fortsetzenden Flächen sind ipot und spoh und die oberhalb derselben entstehenden Flächen sind poq und por.

Sollten übrigens Fälle vorkommen, in denen man zweifelhaft sein könnte, wie die Lage des über die wagerechte Kehle hinzuführenden Forstes sein müsse, indem die Auffindung des zugehörigen Gebäudes (wie hier mwgn) unmöglich oder schwierig sei, so steht uns folgendes einfache Hilfsmittel zu Gebote: man verlängert die beiden Kehllinien sp und to bis an die Gratlinien bei r und q,

Digitized by Google

so ist die Linie, welche zwischen q und r gezogen werden kann, Fig. der über op rechtwinkelig laufende Forst. — An den windischen Dächern ist das erstere Verfahren nicht immer möglich, jedoch die Verlängerung der Kehllinien ergiebt stets die Lage und Höhe des Forstes, wie wir bereits bei π, Fig. 81, sehen.

Für die Ermittelung des Kubikinhaltes von der Dachung, Fig. 83, sind folgende Körper in Betracht zu ziehen: 1) das Walmdach efgh; 2) das Walmdach iklm; 3) die kleine dreiseitige Pyramide opqr; der Kubikinhalt dieser drei Körper wird addirt und von der Summe der Kubikinhalt des eingebildeten Walmdaches über sith abgezogen.

Die in Rede stehende Zusammensetzung von drei Gebäuden (Fig. 82) läßt drei Fälle zu, nämlich:

1) abcd ist seiner Tiefe nach geringer, als jedes der beiden andern,

2) dasselbe kömmt seiner Tiefe nach einer der beiden anderen oder beiden gleich,

3) die Tiefe von abcd überschreitet jede der vorhandenen Gebäudetiefen.

Diese drei Fälle sind davon abhängig, wie weit die beiden Gebäude eghf und iklm nach der Richtung it oder hs, oder nach beiden Richtungen zugleich in einander dringen. — Je größer die Ausdehnung dieser Längen wird, desto höher steigt der Forst qr, bis er sich endlich über die beiden Dächer erhebt und durch Verfallungen mit ihnen in Verbindung gebracht werden muß, wie Fig. 84 zeigt.

Fig. 84 ist aber nichts Anderes als die Abkürzung von drei 84. 85. sich durchdringenden Gebäuden, wie Fig. 85 darstellt. — Das eingebildete Walmdach abcd, dessen Forst ef ist, entspricht dem sith in Fig. 82 und 83.

Der den Zwischenraum über der wagerechten Kehle ausfüllende Körper eutfrs ist hier eigenthümlich gestaltet und muß, will man seinen kubischen Inhalt berechnen, in mehrere Körper zerlegt werden, wie folgt: zunächst muß muß man ihn aus zwei dreiseitigen Pyramiden bestehend annehmen, deren Querschnitt (Grundfläche) durch die Linien ef (Grundlinie) und gh (Höhe der Grundfläche) bestimmt wird; die Höhen für beide Pyramiden sind $hi + hk = ki$. — Hiervon sind in Abzug zu bringen die beiden kleineren ähnlichen Körper knl und moi, deren Querschnitt bestimmt wird durch $\frac{rs \cdot op}{2}$ oder $\frac{tu \cdot op}{2}$; die Höhe der Körper ist $\frac{kl}{3}$ oder $\frac{mi}{3}$. — Ist dann also der Körper eutfrs berechnet, so tritt der Kubikinhalt der beiden Hauptdächer hinzu, von deren gemeinschaftlichem Kubikinhalte wieder abgeht: der Kubikinhalt des einge-

Digitized by Google

Fig. bildeten Daches **abcd**. — Einfacher wird die Berechnung, wenn man zuerst den Kubikinhalt des großen Daches $\alpha\beta\gamma\delta$ sucht und dazu die beiden Anbaue addirt.

Hieraus geht hervor, daß durch die Zusammensetzung der beiden anfänglich angenommenen Dachkörper in Fig. 84 ganz andere Körper entstanden sind; denn jene beiden erscheinen jetzt nur als kleine Anbaue an dem Hauptgebäude $\alpha\beta\gamma\delta$. Fig. 85 bestätigt, daß dieses auch wirklich das Hauptgebäude sei.

86. Dieselbe Veränderung tritt ein, wenn sich zwei Gebäude an ihren Langwänden nur berühren, wie **abcd** und **efgh** in Fig. 86. In diesem Falle tritt **akgi** als neues, vermittelndes Gebäude hinzu, dessen Forst eigentlich von n bis l reichen würde, wenn er nicht bei m am Verfallgrate sein Ende erreichte.

87. Stoßen zwei Gebäude, wie in Fig. 87, mit ihren Walmseiten an einander, so bleibt das Ausmittelungsverfahren ganz dasselbe, nämlich: die neu auftretende Gebäudetiefe **ab** wird in **c** halbirt (das ist der Halbirungspunkt der wagrechten Kehle), und der Forst **de** liegt zwischen zwei Graten. — Wäre man zweifelhaft über Lage und Länge des Forstes, so dürfte man nur aus **a** und **b** die Kehlen aufsteigen lassen, so würden sie durch die Berührungspunkte **d** und **e** denselben bestimmen.

Stoßen Gebäude mit ihren Walmseiten an einander, so kann sich der Forst **de** niemals höher erheben, als der Forst des kleineren Gebäudes, und erreicht denselben, wenn die Langwände **fa** und **gh** in **eine gerade** Linie zusammenfallen. Außerdem muß er stets tiefer liegen, weil **ba** kleiner ist als **bg** (d. i. die kleinere Tiefe).

Die Berechnung des Kubikinhaltes kann hier nicht anders geschehen, als zur Summe des Inhaltes beider Dächer den Inhalt des Körpers **dbea** zu addiren.

Hierbei wollen wir noch einmal den Körper **dbea** näher betrachten, wo-
88. 89. zu uns Fig. 88 und 89 dienen sollen, indem wir zwei Pyramiden (Walmdächer, Zeltdächer) von gleicher Größe aneinander rücken. **ab** würde die wagerechte Kehle sein, durch deren Halbirungspunkt **c** der Forst **de** laufen müßte. — Aus Fig. 89 sieht man noch deutlicher, daß der Zwischenraum **abde** einem dreiseitigen Prisma angehört, dessen Grundbreite = **ab**, Höhe = **ch**, Länge = **de**. Die Länge **de** ist aber gleich der Länge einer Pyramide, also = **ap** = **at**; denn **dh** = **nc** = **ia**, und **he** = **co** = **ak**. — Man würde also auch den Kubikinhalt des Körpers **abde** finden, wenn man von dem Prisma über **ikml** den Kubikinhalt der zwei halben Pyramiden **iabl** und **abmk** subtrahirte.

Derselbe Körper läßt sich auch folgender Weise darstellen: Sowie das dreiseitige gleichschenkelige Prisma im Würfel zum Würfel, und die Pyramide

Digitized by Google

zu ihrem Prisma in unveränderlichem Verhältnisse stehen, ebenso steht der betrachtete Ergänzungskörper zum Prisma und zur Pyramide in einem bestimmten Verhältnisse.

Vergleichen wir das dreiseitige Prisma und die Pyramide, beide auf der Grundfläche **abqp**, Fig. 89, stehend, so finden wir, daß die Kanten der Pyramide **ad, bd, qd** und **pd** senkrecht über den Diagonalen **aq** und **pb** sich erheben, folglich paarweise je eine senkrechte Ebene bilden, welche das Prisma (sowie auch die Pyramide) in vier gleiche Theile zerlegen und die Ergänzungskörper **pdqr** und **abhd** über der Pyramide abschneiden. — Der Ergänzungskörper **pdqr** liegt über der Grundfläche **pnq** und hat **sr** zur Höhe; er muß also gleich sein dem Theile der Pyramide, welcher über derselben Grundfläche **pnq** liegt und **nd = sr** zur Höhe hat. Ebenso ist die Ergänzung **abhd** gleich dem Pyramidentheile über **anb**, folglich ebenfalls gleich $^1/_4$ der auf **abqp** stehenden Pyramide. Die beiden Theile der Pyramide über **pnq** und **anb** sind zusammen die Hälfte derselben; also ist das Prisma **rqpahb** aus drei gleichen Theilen bestehend zu denken, von denen die beiden Ergänzungen gleich sind $^1/_3$ des Prisma.

Da nun die Ergänzung **abhe** genau so groß ist, als die anderen einzeln genommen, so läßt sich der kubische Inhalt des Ergänzungskörpers **abde** bestimmen, indem man von dem Prisma **idlmek** den dritten Theil nimmt. — Dieses Prisma wird aber bestimmt durch die Linien **ab**, **no** und **ch**, welche in Fig. 87 den Linien **ab**, **de** und **ik** entsprechen, wonach der Kubikinhalt des Ergänzungskörpers **adbe**, Fig. 87, gleich ist $ab \cdot \frac{ik}{2} \cdot de \cdot \frac{1}{3} = \frac{ab \cdot ik \cdot de}{6}$ d. h. die Ergänzung über **adbe** ist der sechste Theil eines Parallelepipeds, dessen Dimensionen durch die Linien **ab**, **ik** und **de** angegeben werden.

Ferner ist zu bemerken, daß das Quadrat **naob**, in Fig. 89, die Hälfte des Quadrates **ikml** ist. Multiplicirt man also **naob** mit der Höhe **ch**, so hat man ein vierseitiges Prisma, von welchem die Ergänzung **abde** der dritte Theil ist.

Für die kubische Berechnung des Zwischen- oder Ergänzungsdaches über **abde**, Fig. 87, hätte man also

$$\frac{db \cdot eb \cdot ik}{3} = \frac{db^2 \cdot ik}{3}$$

Dieser Dachkörper ist in der That nichts Anderes, als eine Pyramide, und der vorstehenden Erklärung zufolge denken wir uns denselben als eine vierseitige Pyramide, deren Grundfläche **abde** und **ik**, d. i. die zugehörige Dachhöhe zur Höhe hat. Diese Annahme erleichtert die Rechnung gar sehr.

Genau genommen ist der Körper **abde** eine dreiseitige Pyramide, deren vier Flächen einander gleich sind, wenn das Dach ein Winkeldach ist. Nähme man in dem Falle das $\triangle$ **abe** als Grundfläche an $\left(= \frac{ba \cdot iy}{2}\right)$, so wäre **ix** die Höhe der Pyramide; man hätte also

$$\frac{ba \cdot iy}{2} \cdot \frac{ix}{3} = \text{Kubikinhalt.}$$

Digitized by Google

Fig. Wollte man in gleicher Weise den Kubikinhalt desselben Körpers in Fig. 88 ermitteln, so wäre die Grundfläche **abe** $\left(= \frac{ab \,.\, ie}{2}\right)$, auf welcher das Perpendikel **yd** als Höhe der dreiseitigen Pyramide stehen müßte. Also hätte man

$$\frac{ab \,.\, ie}{2} \cdot \frac{yd}{3} = \frac{ab \,.\, ie \,.\, yd}{6} = \text{Kubikinhalt.}$$

Bemerkenswerth ist hierbei, daß, wenn nur die Länge, Breite und Höhe des Daches gegeben sind, **yd** durch Rechnung erst ermittelt werden muß, wodurch man nichts Anderes gewinnt, als daß die Berechnung ohne Noth complicirter wird. —

Daß diese Erklärungen auch für die in den vorigen Figuren vorkommenden Ergänzungskörper gelten, versteht sich von selbst. Sobald übrigens der Zwischenraum von **de**, Fig. 88 und 89, von zwei gleich tiefen Gebäuden gebildet wird, deren vordere und hintere Langwände je in einer geraden Linie liegen, so entsteht das gewöhnliche Walmdach, in welchem der Ergänzungskörper **abed** nicht mehr selbstständig auftritt, sondern mit den beiden rechts und links anliegenden halben Pyramiden das Prisma **adlmek** bildet.

Bei der Zusammensetzung der Gebäude von Fig. 82 an bis 87 ist zu bemerken, daß immer zwei derselben in einerlei Richtung liegen, indem sie von einem dritten durchdrungen werden. Aendern aber auch jene beiden ihre Richtung, so daß keines mit einem anderen parallel läuft, so treten uns ganz andere Grundformen entgegen, deren Ausmittelungen natürlicherweise auch ganz andere werden, wie wir im Folgenden untersuchen wollen.

90. Fig. 90, Taf. X., ist eine Zusammensetzung von drei an Tiefe gleichen Gebäuden, von denen jedes eine andere Richtung hat. Ihre Mittellinien, das sind ihre Forste, durchschneiden sich in einem Punkte i, und da die Forste in Folge der gleichen Gebäudetiefen in gleicher Höhe liegen, so laufen auch sämmtliche Kehlen in denselben Punkt ein. — Die Ausmittelung ist also an sich selbst sehr einfach.

Für die Berechnung des Kubikinhaltes ist es nothwendig, sich eine genaue Kenntniß der hier vorkommenden Körper zu verschaffen, da die Zerlegung in die einzelnen Bestandtheile verschieden sein und man deshalb sehr leicht Irrungen unterliegen kann.

Bei der Durchdringung der beiden Gebäude I. und II. entsteht im Grundrisse das Viereck **bnep**, über welchem sich eine Pyramide befindet, deren Spitze in **i** liegt; ein ebensolches Viereck entsteht bei Durchdringung der Gebäude II. und III.; und ein ebensolches Viereck entsteht bei Durchdringung der Gebäude III. und I. — Diese drei in einanderliegenden Vierecke schneiden die Dreiecke **bom**, **cmn** u. s. f. ab, und umschließen ein Sechseck **pomn** u. s. f. — Da die drei ersten Vierecke Pyramiden über sich haben, so müssen die Körper, welche beim Ineinanderdringen dieser vierseitigen Pyramiden entstehen, ebenfalls

Digitized by Google

Pyramiden sein; folglich ist das Dreieck **bom** die Grundfläche einer solchen, Fig.
deren sechs vorhanden sind und ihre Spitze gemeinschaftlich in **i** haben. — Die Pyramide über **bom** liegt ebensowohl im Gebäude **I.**, als auch in **II.** ganz, d. h. ihr kubischer Inhalt gehört einem jeden dieser Gebäude an. Wenn der Kubikinhalt der Gebäude **I.** und **II.** ohne Berücksichtigung der Durchdringung, wie an jedem anderen Walmdache, berechnet wird, so ist die Pyramide über **bom** zweimal berechnet worden; sie muß also **einmal** in Abzug gebracht werden.

Von der Summe des Kubikinhaltes aller drei Gebäude ist die Summe der sechs kleinen Pyramiden **bom, cmn** u. s. zu subtrahiren.

Die sechsseitige Pyramide **pomn** wird bei Ermittelung des Kubikinhaltes der Gebäude **I., II., III.** dreimal gerechnet, folglich muß sie **zweimal** subtrahirt werden.

Auf eine andere Art kann man diesen Dachkörper zerlegen, wenn man ihn nach den Linien **ad, be** und **cf** zerschnitten denkt, so daß z. B. vom Gebäude **III.** der Theil **fiakl** seinem kubischen Gehalte nach zu berechnen wäre.

Nachdem hier die halbe Pyramide **hgkl** und das Prisma **fagh** ermittelt worden sind, stellt sich der über **fia** befindliche Theil des abgeschnittenen Prismas dar, welcher aus zwei Pyramiden bestehend gedacht werden muß, von denen eine Pyramide zur Grundfläche das Dreieck **fia** und zur Höhe die Dachhöhe hat, und der großen Pyramide **abcdef** angehört; die andere Pyramide liegt auf der erstern und hat den Querschnitt des Daches zur Grundfläche und zur Höhe **iq**. Sie ist ebenfalls sechsmal vorhanden.

Die einfache, regelmäßige Grundform, Fig. 90, läßt wesentliche Veränderungen zu, welche darin bestehen, daß

1) zwei der vorhandenen Gebäudetiefen gleich sind, oder

2) jede einzeln genommen von beiden anderen verschieden ist.

Der erste Fall geht im zweiten auf, daher ist in Fig. 91 die 91.
Zusammensetzung von drei verschiedenen Gebäudetiefen für die Bearbeitung der Ausmittelung gewählt worden.

Die Mittellinien der drei Gebäude durchschneiden sich, wie in Fig. 90, in einem einzigen Punkte.

Das Aufsuchen der vier Forst- oder Einfallspunkte a, b, c, d, welche auf den großen Dachflächen liegen, haben wir schon an Fig. 73 bis 78 kennen gelernt, und es ist nur zu erinnern, daß, während die Ausmittelung vorgenommen wird, man sich immer eines der Gebäude als nicht vorhanden denken muß, d. h. wir betrachten gleichzeitig immer nur zwei Gebäude.

Bewirkt man also die Ausmittelung für die Gebäude **I.** und **II.**, so laufen von den beiden Einfallspunkten **a** und **c** die Kehllinien nach den Durchschnittspunkten o, i, m und g herab. — In gleicher Weise laufen, wenn das Gebäude **II.** als nicht vorhanden gedacht wird, von den Einfallspunkten d und b die Kehl-

Digitized by Google

linien nach l, k, n und h herab, ganz so, wie wir es bereits in Fig. 74 sehen.

Sämmtliche nach a und d laufende Kehlen liegen in der Ebene $\alpha\beta\gamma\delta$, mithin durchschneiden sich die beiden Kehllinien ia und kd im Punkte e.

Jetzt muß man sich das Gebäude I. wegdenken (so daß sich II. und III. im Punkte u in der Dachfläche $\varepsilon\zeta\eta\vartheta$ einfallen oder endigen und es würden rp und rs die beiden zugehörigen Kehlen sein. — Sobald aber das Gebäude I. wieder in Funktion tritt, befindet sich der Punkt r, sowie die ganze Kehle rs, und ein Theil der Kehle rp, innerhalb seines Dachraumes, und die letztgenannte Kehle tritt erst im Punkte e als wirkliche Kehle ep auf.

Jedes der hier vorhandenen Gebäude verbirgt oder überdeckt Ausmittelungslinien, so z. B. liegen innerhalb des Dachraumes III. die Kehlentheile ei und gf, im Dachraume II. die Kehlentheile ke und fh verborgen. — Ohne diese theilweise bedeckten Kehlen ia, kd, gf, bh vollständig gesucht zu haben, ist diese Ausmittelung nicht wohl herzustellen.

Auch diese Figur mit ihren drei verschiedenen Gebäudetiefen läßt wieder ihre besonderen Veränderungen in der Zusammensetzung zu, indem man z. B. mit dem Gebäude I. etwas rechts oder links rückt, so daß die Forstlinie $\gamma\delta$ nicht mehr durch den Durchschnittspunkt der beiden andern Forsten geht; oder mit dem Gebäude II. eine ähnliche Verrückung; oder mit beiden zugleich, vernimmt. — So lange die Punkte p oder q, l oder n, o oder m von den zunächstliegenden Umfassungslinien nicht überschritten werden, bleibt die Ausmittelung im Wesentlichen dieselbe, nur daß, wenn z. B. das Gebäude I. näher nach q rückt, die Kehllinie qf kürzer wird, weil die Einfallspunkte b und c weiter auseinander gehen; wogegen sich die Kehllinie pe verlängert, weil die Punke a und d einander näher kommen, bis endlich, bei weiterem Zusammengehen die Kehle pr vollständig erscheint. — Die Kehle qf verschwindet endlich ganz, wenn die Umfassungslinie mn durch den Punkt q geht, oder denselben überschreitet.

Ueberschreitet dagegen die Umfassungslinie $\alpha\beta$ den bisher gemeinschaftlich gewesenen Durchschneidungspunkt der Mittellinien, so entsteht eine neue Grundgestalt, Fig. 92 und 93.

Bei Berechnung des Kubikinhaltes tritt hier eine kleine Veränderung ein, indem man das Gebäude I. als Hauptgebäude und als vollständig vorhanden

Digitized by Google

annimmt. Die beiden anderen betrachtet man als Ansätze, z. B. λgcmϑ, Fig.
ϱnbhμ u. s. f., von denen jeder aus drei Körpern bestehend gedacht werden muß, nämlich aus der halben Pyramide am Walme, aus dem Prisma, dessen mittlere Länge = ησ und aus der dreiseitigen Pyramide über gcm. Ist der Kubikinhalt aller Körper in dieser Weise berechnet, so hat man von ihm zwei kleine schiefstehende, dreiseitige Pyramiden über den Grundflächen ghq und ikp, deren Spitzpunkte in f und e liegen, abzuziehen.

In Fig. 92 ist die Zusammensetzung der drei Gebäude so 92.
angeordnet, daß die einander zugewendeten Umfassungslinien derselben sich in einem Punkte durchschneiden. — Da die Gebäude gleiche Tiefe haben, also die Forste in gleicher Höhe liegen, so können sich letztere in g, h und i durchschneiden. Die den drei einander zugekehrten Dachflächen angehörigen Dreiecke gkh, hki und ikg bilden eine Vertiefung, in welcher eine auf ihrer Spitze stehende dreiseitige Pyramide gedacht werden muß. — Kann in k für den Abfluß des Wassers gesorgt werden, so ist die Ausmittelung fertig; kann dieses aber nicht geschehen, so muß der Raum über ghi überdeckt werden und man hat sich vorzustellen: ghi sei eine Ebene oder Plattform (die in der Ansicht mit lm bezeichnet ist), deren Ueberdachung, falls die Plattform nicht beliebt wird, sich unter demselben Neigungswinkel, wie die übrige Dachung, erhebe. — Da die winkelrechte Breite kn = on, so muß der Forstpunkt k doppelt so hoch liegen als die Forstlinie gh, oder, was dasselbe ist: wird die wirkliche Dachneigung pl aufwärts verlängert, so durchschneidet sie die über k senkrecht stehende Linie im Punkte q, welcher doppelt so hoch liegt als l.

Daß k der Walmpunkt sein müsse, ist uns bereits an Fig. 65 und 30 klar geworden.

In Fig. 93 durchschneiden sich die drei Umfassungslinien ab, 93.
cd, ef nicht in einem, sondern in drei Punkten. Das Dreieck ghi gehört jedem der drei Gebäude an.

Die vorliegende Ausmittelung ist ursprünglich nichts Anderes, als eine Wiederholung der in Fig. 74 kennen gelernten Ausmittelung, indem die tiefer liegenden Forste auf den Dachflächen der größeren Gebäude ihr Ende finden. — Doch entsteht hier, wie in Fig. 92, innerhalb der drei Forstlinien eine pyramidale Vertiefung, welche wiederum mit einem pyramidalen Dache überbaut werden muß.

Da die drei Forste in verschiedenen Höhen liegen, so ist zunächst folgendes Verfahren einzuschlagen: Nehme die halbe Tiefe

Digitized by Google

vom Gebäude I., und trage sie vom Punkte k und von l winkelrecht auf und ziehe durch die aufgetragenen Punkte gleichlaufend mit den Forstlinien II. und III. die Linien wv und wx, wodurch die dreieckige Ebene wvx entsteht, welche in der Höhe des höchsten Forstes (vom Gebäude I.) liegt. Der Walm- oder Spitzpunkt ist m.

Die Höhe des Punktes m läßt sich aus der Proportionalität der Dreiecke opn und oqm bestimmen, nämlich:

op : oq = pn : qm

qm ist die zu suchende Höhe, und in Worten ausgedrückt heißt die vorstehende Proportion: sovielmal größer oq als op, ebensovielmal größer ist qm als qn.

oq in der Ansicht, ist gleich om im Grundrisse, m aber ist der Walmpunkt im Dreiecke otr, welcher sich schnell finden läßt aus den proportionirten Dreiecken slt und som, denn man hat

ls : so = lt : om.

Die drei Gebäude durchdringen sich innerhalb des Dreieckes str, welches die Grundfläche einer Pyramide wird, welche sich über die ursprünglichen Dächer erhebt und die Gebäude I., II., III. nur als Anbaue erscheinen läßt. —

Wir haben somit eine dritte Art der Zusammensetzung dreier Gebäude kennen gelernt, welche sich von denen in Fig. 90 und 91 dargestellten wesentlich unterscheidet, indem die drei sich durchdringenden Prismen ihre ursprüngliche Gestalt verlieren und sich in eine Pyramide verwandeln.

Auch sehen wir hier, daß die verschiedenen Gebäudetiefen der Ausmittelung gar keine Schwierigkeit verursachen, indem die in verschiedenen Höhen liegenden Forsten nach den bisher kennen gelernten Regeln an die Grate der großen Pyramide laufen; denn obgleich z. B. mv Grat- und us Kehllinie ist, so ist jede derselben dem Grate ms angehörig.

Hieraus geht wiederum hervor, daß das Aufsuchen des Punktes m die erste Verrichtung sein muß, weil rst die größte Gebäudemasse darbietet. Nachdem die Gratlinien ms, mt, mr gefunden sind, schließen sich denselben die Forstlinien der Anbaue nebst ihren Kehlen an.

Bei Behandlung und Aufsuchung der Ausmittelung einer Gebäudemasse mit verschiedenen Tiefen hat man stets die größte Gebäudetiefe zuerst vorzunehmen, und nächst dieser wieder die größte, denn an dem größten Gebäude befinden

Digitized by Google

sich die höchsten Ausmittelungslinien, welche als solche unveränderlich sind. Auch gewinnt dadurch die Arbeit an Deutlichkeit. — Fig.

Fortgesetzte Betrachtungen über die Art der Zusammensetzung dreier Gebäude führen uns auf verschiedene Wege. Indeß, wie mannichfaltig diese Zusammensetzungen auch sein mögen, so schließen sie sich doch je einer der bisher kennen gelernten Hauptideen an. Zuweilen mag es allerdings schwierig erscheinen, die Gebäudemassen so zu zertheilen oder zusammen zu legen, daß das Geschäft des Ausmittelns gleich anfangs seinen richtigen Gang nimmt; allein die Menge der uns zu Gebote stehenden Hülfsmittel, welche im ersten Abschnitte dargethan wurden, müssen uns, selbst wenn wir von falschen Annahmen ausgehen, unbedingt zur Wahrheit führen.

Wenn wir zu den Abkürzungen und Veränderungen übergehen, welche die Grundgestalt, Fig. 90, zuläßt, so beginnen wir mit dem Einfachen.

Fig. 94 besteht aus denselben drei Gebäuden, welche unter denselben Winkeln wie dort in einander dringen. Die Ausmittelung enthält nichts Merkwürdiges, denn die in gleicher Höhe liegenden Forste berühren sich im Punkte a, und auch die Kehlen laufen, wie dort, in demselben Punkte ein. 94.

Fig. 95, aus denselben drei Gebäuden bestehend, ist noch weiter abgekürzt. — Da ein Gebäudetheil mehr fehlt, so ist auch eine Kehle weniger vorhanden; dagegen, weil die Gebäude I. und II. sich unmittelbar durchdringen können, so erhebt sich von b nach a ein Grat. 95.

Denken wir das Gebäude I., wie es in seiner gegenwärtigen Gestalt besteht, allein vorhanden, so würde die Linie dc mit bc einen spitzen Winkel bilden, von dessen Scheitelpunkte c sich nach a hinauf der zweite zum Walme bac gehörige Gratsparren erheben müßte. Wäre das Gebäude II. hier nicht vorhanden, so würde die Linie bc dennoch anzeigen, daß in ihrer Richtung ein Gebäude vorhanden gewesen sei.

Durch die weitere Abkürzung der Fig. 95 erhalten wir die in Fig. 96 dargestellte Veränderung. — Da sich hier wirklich nur zwei Gebäude durchdringen, so kann bei der Art der Auffassung dieses Gegenstandes auch nur **eine** Kehle entstehen. Und, wäre die vordere Ecke nicht durch die Linie bc abgestumpft, so ergäbe sich der Grat ad. Jedoch durch die Linie bc, welche von a um die halbe Gebäudetiefe entfernt liegt, wird ein kleiner 96.

Digitized by Google

Fig. Walmen gebildet, dessen Fläche einem dritten Gebäude angehört, wie die in der Richtung von bc liegenden punktirten Linien andeuten.

97. Fig. 97 ist eine nochmalige Abkürzung, so daß nur noch ein Gebäude übrig bleibt, dessen eine Giebel- oder Walmseite durch zwei Linien bc und ce begrenzt ist. Diese beiden Linien aber geben die Andeutung, daß früher noch zwei Gebäude vorhanden waren, wie die letztbetrachtete Figur bestätigt. — Von den Punkten b, c und e erheben sich nach a Gratsparren; Kehlen kann es in einem so einfachen Dache nicht geben.

Wird die Abkürzung eines so einfachen Daches noch weiter getrieben, indem gh und hi die neuen Grenzen werden, so entsteht die sechsseitige Pyramide, deren Spitze in a liegt; die dann noch zugehörigen Gratsparren sind ga, ha und ia. — Je ein Paar parallel laufende Seiten ce und gh, ei und bg, ih und cb, folglich auch zwei einander gegenüberliegende Dachflächen, wie cae und gah ꝛc., gehören einem früher dagewesenen Gebäude an.

Die Figuren 95 bis mit 97 geben uns eine sehr richtige Bemerkung an die Hand, nämlich: wenn an einem Gebäude abgestumpfte Ecken vorkommen, die für die Ausmittelung oftmals lästig werden und mit denen man im Augenblicke nichts anzufangen weiß, so nimmt man die eine Abstumpfung bildende Linie als Hindeutung auf ein früher dagewesenes Gebäude an, für welches man die Tiefe, die es möglicherweise gehabt haben kann, suchen muß. In diese Nothwendigkeit wird man bei größeren Aufgaben nicht selten gebracht, und man kann, ohne dem eben aufgestellten Satze Genüge geleistet zu haben, manche Aufgabe gar nicht lösen. —

Kehren wir zu der Art der Abkürzung von drei zusammengesetzten Gebäuden, wie Fig. 96 darbietet, zurück, so kann uns nicht entgehen, daß die Entfernung der Linie bc vom Kehlpunkte i einen wesentlichen Einfluß auf die Ausmittelung äußern müsse.

98. Ist diese Entfernung kleiner als eine der vorhandenen Gebäudetiefen, so wird die dritte für sie anzunehmende Gebäudetiefe ebenfalls kleiner, folglich muß der zugehörige Forst niedriger liegen, demzufolge zwei Verfallgrate entstehen.

Nähme man hier das dritte Gebäude nicht an, so ergäbe sich eine sehr flache Kehle, deren höchster Punkt der Durchschneidungspunkt der beiden gegeneinander laufenden Gratsparren wäre.

Digitized by Google

Derſelbe Fall wäre in Fig. 99, würde ein drittes Gebäude Fig. 99.
nicht angenommen; die Kehle ac fällt aber ebenfalls ſo flach aus, daß man ſie füglich zu vermeiden hat.

Etwas beſſer wird die Ausmittelung werden, wenn man den Forſt des kleineren Gebäudes bis zum Punkte b führt und von da mit der Traufenlinie df parallel einen neuen Forſt einlegt, welcher am Gratſparren ed endigt. Dadurch entſtehen zwei Kehlen be und he, welche die dreieckige Fläche heb umſchließen. Der Neigungswinkel dieſer Fläche iſt aber immer noch ſehr flach; denn vom Forſte hb iſt die Entfernung des Kehlpunktes e bedeutend größer, als die Entfernung der Traufenlinie df. — Iſt die Lage der Fläche heb nicht gar zu flach, ſo kann man ſich im gewöhnlichen Leben wohl mit dieſer Ausmittelung begnügen.

Handelt es ſich aber darum: die Dachform in ihrer rein prismatiſchen Geſtalt darzuſtellen, ſo hat man die dritte Gebäudetiefe ſo anzunehmen, daß man ihre andere Umfaſſungslinie parallel mit fd durch den Kehlpunkt e legt, wodurch eine Tiefe entſteht, von welcher die beiden vorhandenen weit übertroffen werden. — Die Herſtellung der Ausmittelungslinien iſt einfach.

Die beiden letztbetrachteten Zuſammenſetzungen ſind nichts Anderes, als eine Wiederholung der unter Fig. 78 bearbeiteten Widerkehr.

Wollte man dieſe beiden Fälle nicht in der beſprochenen Weiſe bearbeiten, ſo daß man annähme, es ſeien nur die beiden Gebäude, welche wirklich vorhanden ſind, auszumitteln, ſo erhielt man in Fig. 100, Taf. XI., zunächſt die beiden Walmen abc 100.
und def, von welchem ſich die beiden Grate bc und ef im Punkte g durchſchneiden, wonach die Kehle gh entſteht.

Die Kehle gh hat ihre richtige Lage, wenn man ſich die beiden Gebäude verlängert denkt, wo dann der Forſt ic im Punkte k auf der größeren Dachfläche ſein Ende erreicht; mk wäre die zweite Kehle dazu, fl der höher liegende Forſt.

Fig. 101 würde im angenommenen Falle nach denſelben Ge- 101.
ſetzen auszumitteln ſein. Die vorkommenden Ausmittelungslinien gleichen denen der vorigen Figur vollkommen. Alſo ſind beide Fälle nichts Anderes als eine Abkürzung der unter Fig. 74 vorliegenden Zuſammenſetzung, nur daß dort die Gebäude weniger ſchiefwinkelig zuſammenlaufen.

Daß die beiden Grate bc und ef ſich ſchneiden, geht daraus

Digitized by Google

hervor, daß sie in einerlei Ebene liegen, doch wollen wir dies jetzt auch durch Profilirung untersuchen und nachweisen:

Errichte in beiden Gebäuden die winkelrechten Linien ik und lm und verlängere sie nach beiden Seiten hin. Nachdem die Dachhöhen in den Punkten n und o aufgetragen und die Sparrenlinien gezogen sind, trage im Gebäude I. die Gratsparrenlänge ef aus p nach q, desgleichen fg aus p nach i, gehe sodann von i winkelrecht bis an den Gratsparren qn, so ist r der wahre Höhenpunkt für den Durchschneidungspunkt g. — Ferner trage in II. die Gratsparrenlänge bc nebst dem Punkte g aus dem Mittel nach u und t, winkele von t nach s, so ist s der wahre Höhenpunkt für g. — Liegen nun die Punkte r und s in gleicher Höhe, so ist g beiden Graten angehörig, also der wirkliche Durchschneidungspunkt.

Hiervon konnte man sich auch überzeugen, indem man vom Punkte g parallel mit den Grundlinien der beiden Gebäude nach den Profilen herab Linien zog, welche bei v und w die Sparren schneiden. Die Höhen beider Punkte sind gleich, weil sie von k und l gleiche Entfernung haben.

Die Länge gh von x nach y aufgetragen giebt in vy die wahre Länge der Kehle, sowie ihren Neigungswinkel xyv an. —

Diese Art der Ausmittelung entsteht allerdings zunächst, wenn die beiden sich durchdringenden Dächer nach der Linie ad abgeschnitten werden. — Da aber sowohl die flache Kehle, als auch das unangenehme Aussehen der beiden Walmen die Anforderung an uns stellen, etwas Besseres zu erfinden, so müssen wir uns nach anderen Hülfsmitteln umsehen, falls wir uns nicht der bereits an Fig. 98 und 99 erklärten Bearbeitung bedienen wollen, und wird noch durch die Unmöglichkeit einer gediegenen Construktion des Dachstuhles unterstützt, weil diese Form des Daches schlechterdings keine, oder doch nur eine sehr mangelhafte Verbindung beider Dachstühle zuläßt, da durch die tiefliegende Kehle eine scharfe Trennung beider Dachungen bewirkt wird.

Bei der Berechnung des Kubikinhaltes beider sich durchdringenden Dachkörper hat man von dem Inhalte beider den Inhalt einer Pyramide, deren Grundfläche bhe ist, abzuziehen. Die Höhe dieser Pyramide ist gleich der Höhe, in welcher sich die Grate bc und fe durchschneiden. — Sollte der Kubikinhalt eines der beiden Dächer angegeben werden, z. B. von Ibam, so würde man zuerst das volle Walmdach berechnen, und davon den der gedachten Pyramide angehörigen Theil bzh abziehen.

Digitized by Google

So lange von rein prismatischen Gestalten die Rede ist, Fig.
können die Hülfsmittel, eine schlechte Ausmittelung wie sie eben in Fig. 100 und 101 betrachtet wurden, zu vermeiden, nur in der Annahme eines dritten Gebäudes gefunden werden, und es sind drei verschiedene Arten der Lösung möglich, welche an Fig. 102 bis 107 ihre Erklärung finden.

In Fig. 102 und 103 sind die Forste vom Dache I. und II. 102. 103.
durch Halbirung der Tiefen gefunden, und in dem angenommenen dritten Gebäude die halbe Tiefe eines dieser Gebäudeflügel rechtwinkelig auf ad für den mit ad parallel liegenden Forst aufgetragen worden, und zwar hat man in Fig. 102 die winkelrechte Breite gh = ef, in Fig. 103 aber gh = km, woraus sich ergiebt, daß die winkelrechte Breite hi in Fig. 102 kleiner, in Fig. 103 aber größer als hi ist. — Mithin ist die Dachfläche von hi in Fig. 102 steiler, in Fig. 103 flächer als die übrigen Dachflächen.

Wird dagegen für sämmtliche Forste einerlei Höhe verlangt, so tritt entweder das an Fig. 41 oder an Fig. 54 erklärte Verfahren ein.

In Fig. 104 und 105 sind sämmtliche Forste durch Halbi- 104. 105.
rung der Gebäudetiefen gefunden worden. Jedes Dach hat also einen anderen Neigungswinkel und die Ausmittelung enthält nichts Merkwürdiges. — Doch ist hierbei zu erwähnen, daß man dem Forste für das Gebäude III., um das Ansehen des Daches von Außen möglichst zu egalisiren, von seiner äußeren Umfassungslinie dieselbe Entfernung, wie in einem der Seitenflügel giebt. Die punktirten Linien deuten diese Ausmittelung an. — Für Fig. 105 wäre für diesen besonderen Fall zu bemerken, daß die Forsthöhe im Profile für III. gesucht werden müßte, indem man die mittlere Höhe sämmtlicher Profile wählt, wie solche in A angegeben sind.

Die Dachungen von Fig. 106 und 107 haben im Hofe 106. 107.
senkrechte Erhöhungswände erhalten. — In Fig. 106 wurde das Dach von I., in Fig. 107 das Dach von III. als für die Dachhöhe maßgebend angenommen, nach welcher sich die übrigen Forsthöhen richten.

In Fig. 107 aber ist sehr deutlich zu sehen, daß, obgleich die winkelrechte Breite gh als Gebäudetiefe angenommen wurde, das Dach eben so unvollständig vorhanden ist, als es die Dächer von I. und II. sein können, weil die senkrechten Wände der Sei-

Digitized by Google

tenflügel bis nahe an den Forst von III. laufen. Die Tiefe gh oder gi, folglich auch die zugehörige Forsthöhe, sind übermäßig groß angenommen worden, wie die eben vollendete Ausmittelung zeigt, und aus derselben geht hervor, daß sämmtliche Forstlinien mehr nach Außen hätten gelegt werden können, mit anderen Worten: bei gleichen Neigungswinkeln konnten die Dachhöhen geringer sein.

Wenn die Forstlinien mehr nach Außen rücken sollen, so rückt im Profile für III. der Punkt b näher nach d hin, folglich muß, wenn die Neigungswinkel gleich bleiben, auch c weiter zurücktreten, denn es muß immer cb bleich bd sein. Die gedachte Gebäudelinie durch h kann also nicht gültig sein; sie kann aber nur soviel zurück gezogen werden, daß sie eine Gebäudetiefe angiebt, welche der größten Breite eines Seitenflügels gleichkömmt.

108. Da in Fig. 108 der Seitenflügel I. die größte Breite ab hat, so ist dieselbe als Normalbreite in den anderen Profilen eingesetzt und nach ihr die Ausmittelung hergestellt worden. Die Lage der Forstlinien, mithin auch die der beiden Grate und Kehlen, deren je zwei eine gerade Linie bilden und die Winkel bei c und d halbiren, ergeben sich gewissermaßen von selbst. — Die beiden aus c und d sich erhebenden Gratlinien gehen, sobald sie den Forst überschreiten, in Kehlen über und berühren sich im Punkte e, d. h. die Dachung des dritten Gebäudes erreicht hier ihr Ende. Da aber die Traufenlinie des zweiten Seitenflügels bei i in die Dachfläche von I. schneidet, und i tiefer oder niedriger als e liegt, so muß ei ein Stückchen Kehle sein, was auch daraus hervorgeht, daß, wenn wir aus f die Parallele fg ziehen und die beiden Forste bis zu ihrem Berührungspunkte h verlängern und die beiden einander zugewendeten Dachflächen wirklich so weit hinaus vorhanden wären, hg die Kehle zwischen denselben wäre, von welcher ei ein Theil ist.

Der Unterschied der Höhen für e und i, welcher, da die Kehle hg sehr flach liegt, nur gering sein kann, findet sich, indem man aus ihnen Parallelen in die Profile gehen läßt, wodurch sich die beiden Punkte k und l ergeben und die Höhen über ab angeben.

Die an die Figg. 98—108 geknüpften Betrachtungen wurden durch die an Fig. 96 geschehene Zusammensetzung angeregt und es sind hier die Hauptfälle, welche durch die Annahme eines dritten

Digitized by Google

Gebäudes entstehen können, der Reihe nach aufgeführt. Es ist Fig.
einleuchtend, daß Fig. 96 ebensowohl nach einer der zuletzt besprochenen Verfahrungsarten ausgemittelt werden kann, wenn man die Kehle nicht in ihrer gegenwärtigen Lage beibehalten will.

Die Ausmittelung aber, wie sie in Fig. 96 vorliegt, kann nur in dem einen Falle möglich sein, daß sich die beiden Forste im Punkte a so berühren, daß dessen winkelrechte Entfernung von b c der halben Gebäudetiefe gleichkommt; natürlich müssen beide Seitenflügel gleiche Breite haben. — Nimmt dagegen diese winkelrechte Entfernung a c an Ausdehnung zu, wie in Fig. 109, so 109.
ist die Anwendung aller der vorhin besprochenen Verfahren möglich, obgleich eine, jedoch keinen störenden Einfluß ausübende Aenderung in der Form des dritten Daches eintritt. Nämlich der Forst nimmt hier eine andere Richtung an. Im Uebrigen gleicht diese Ausmittelung der unter Fig. 89 gegebenen vollkommen.

Das einzige Bemerkenswerthe wäre hier, daß zwei windische Dachflächen am Hauptgebäude erscheinen. Da aber der Forst sehr kurz ist, so kann man sie leichthin als ebene Flächen behandeln. — Außerdem könnte man (besonders bei der wirklichen Ausführung eines solchen Daches) solch einen kurzen Forst ganz weglassen und das Hauptdach in eine ungleichseitige Pyramide verwandeln, wonach dann allerdings die vordere und die nach der Kehle gehende Fläche einen etwas kleineren Neigungswinkel bekäme. —

Wir verlassen hiermit die Zusammensetzung zweier Gebäude, durch welche ein drittes entsteht, um über die Zusammensetzung von drei Gebäuden, wozu das Motiv in Fig. 95 vorliegt, Betrachtungen anzustellen. Dasselbe bietet uns zwei Fälle dar, von denen wiederum jeder seine eigenthümlichen Veränderungen zuläßt.

So hat in Fig. 110 nur das dritte Gebäude eine kleinere Tiefe 110.
und dasselbe ist so angebracht, daß es den Winkel, unter welchem I. und II. zusammenlaufen, halbirt. Da in Gebäuden von gleicher Tiefe, wie wir schon an Fig. 9 sahen, die Grat- und Kehllinien die Halbirungslinien ihrer Winkel bilden, so muß auch die Mittellinie von III., das ist der Forst, in dieselbe Linie einlaufen. Der Einfallspunkt a wird gefunden, wenn man die halbe Tiefe von III. aus c winkelrecht nach b hinein aufträgt und die Parallele b a bis an die Kehllinie zieht. In gleicher Weise würde sich der Punkt a ergeben haben, wenn das Maß der halben Tiefe

Digitized by Google

110 von III. aus d nach c getragen und mit der Gebäudelinie d parallel an die Kehle gezogen worden wäre.

Im Bezuge auf das Verhalten der Dachung III. erleidet diese Ausmittelung keine Aenderung, wenn die Tiefen von I. und II. verschieden sind.

111. Ueberschreitet dagegen die Tiefe von III. das Maß der beiden anderen Gebäudetiefen, so wird die Ausmittelung der von Fig. 97 ähnlich und die Forste von I. und II. laufen an die Gratsparren, wodurch die obersten Kehlpunkte bestimmt werden.

112. Weicht die Richtung der dritten Gebäudetiefe von der Richtung der Linie, welche den Winkel, unter dem die beiden anderen Gebäude zusammenstoßen, halbirt, ab, so trifft entweder der Forst die Kehle, oder er trifft sie nicht. Der erste Fall ist in Fig. 112 dargestellt. Der Einfallspunkt des Forstes III. findet sich, wie in Fig. 110, wenn die halbe Tiefe von III. aus b oder d nach a oder c getragen und von da mit der entsprechenden Gebäudelinie eine Parallele nach der Kehle gezogen wird. — Wie immer, müssen auch hier die größeren Gebäude zuerst ausgemittelt wer-
113 den. — Der andere Fall liegt in Fig. 113 vor, und die Ausmittelung ist folgende: Nachdem die Ausmittelung in I. und II. vollendet, wird in III. die Forstlinie gezogen, und tief in das zweite Gebäude verlängert, dieselbe halbe Tiefe trage hierauf in a und b auf, lege durch beide Punkte mit den Forsten von I. und II. parallele Linien, welche den Forst von III. in d und c schneiden. Denkt man sich nun das Gebäude II. weg, so würde de die Kehle von I. und III.; denkt man sich sodann das Gebäude I. hinweg, das zweite aber nach I. hinaus verlängert, so würde cf die Kehle von III. und II., sowie ch die andere Kehle ist. de und cf durchschneiden sich im Punkte g; da aber durch den Punkt g auch die Kehle ik geht, so theilt sich bei g die Kehle ed in die beiden Kehlen gc und gi. — Daß g der gemeinschaftliche Durchschneidungspunkt sein muß, erhellet, indem man erwägt, daß die Kehle ik durch die beiden Dachebenen A und B, desgleichen die Kehle de von den Dachebenen A und C, sowie endlich die Kehle ef von B und C gebildet wird, demzufolge der Punkt g, auf jeder der drei Kehlen liegend, jeder dieser drei Dachflächen angehört. — Trägt man für diese drei Gebäude die Profile aus und legt für jedes die zugehörige Kehllinie mit dem auf ihr befindlichen Punkte g auf, so muß dieser in allen drei Profilen in einerlei Höhe liegen.

Digitized by Google

In Fig. 114 ist die dritte Gebäudetiefe die überwiegende, Fig. 114.
weßhalb die Gratlinien hervortreten, für deren Auffuchung dasselbe Verfahren, wie vorhin für die Kehlen, angewendet wird. Nämlich: man denkt sich das Gebäude II. als nicht vorhanden, demnach, wären die Gebäude III. und I. vollständig vorhanden, abc der Walmen sein müßte, welcher auf I. herab eine Verfallung bildet. Hierauf denkt man sich das Gebäude I. hinweg, demnach, wären II. und III. vollständig, def der Walmen sein müßte, welcher in gleicher Weise eine Verfallung bildete, wenn die Ecke nicht noch anders verbrochen oder abgestutzt wäre. Sonach laufen die Forste von I. und II. an die Grate ab, und bc oder ef, welche letztere sich im Punkte g durchschneiden. In demselben Punkte läuft zufällig der Forst von II. ein, so wie der Grat von I. und II., als auch die Kegel von III. und II.

Die Zusammensetzung in Fig. 115 ist so gewählt, daß das 115.
dritte Gebäude gegen die Ecke der von I. und II. gebildeten Widerkehr läuft. — Denkt man hier II. weg, so würde der Walmen für I. abc sein; denkt man sich III. hinweg, so würde def der Walmen sein. Da nun in III. der Forst so hoch liegt, daß er im Durchschneidungspunkte beider Grate ab und de einläuft, so gehen auch beide Kehlen dahin. Daß beide Kehlen in diesen Punkt gehen müssen, leuchtet ein, wenn man vom Anfallspunkte e parallel mit df, und vom Punkte b parallel mit ac Linien zieht, so durchschneiden sich dieselben in g; zieht man von g nach h eine Linie, so halbirt dieselbe den Winkel ahf, welche in i beide Grate durchschneidet.

Fig. 116 stellt den zweiten Fall der letzt angedeuteten Zu- 116.
sammensetzung, in welcher das dritte Gebäude gegen die Ecke der Widerkehr läuft, dar und zwar läuft sie nicht in einerlei Richtung mit einer schon vorhandenen Gebäudelinie. Dieser Fall unterscheidet sich vom vorigen dadurch, daß sein Forst auf einer Dachfläche endigt, also eine gebrochene Kehllinie hat. — Gebrochene Kehlen entstehen jedesmal dann, wenn die dritte Gebäudetiefe so angesetzt ist, daß die von I. und II. gebildete Ecke (das ist der Berührungspunkt der Umfassungslinien) innerhalb derselben liegt und der Forst nicht auf dem Gratsparren endet. — Die Ausmittelung entspricht der von Fig. 113 und ist folgende: Die mit dem Forste von I. parallel gelegte Linie cd, deren Entfernung von c der halben Tiefe III. gleich ist, giebt in d den Einfallspunkt der Kehle cd;

Digitized by Google

Fig. die Linie ab hat von i dieselbe Entfernung und giebt in b den Einfallspunkt für die Kehle fb; beide Kehlen durchschneiden sich auf dem Grate gk, und es werden von ihnen nur die Stücken ek und kb wirkliche Kehlen, weil fk und kd in der Dachfläche fedl liegen. Vom Grate gh liegt das Stück gk im Dachraume des dritten Gebäudes.

In den letztbetrachteten Fällen hatten wir vorzugsweise mit Grat- und Kehllinien zu thun, welche an sich durchdringenden Walmen vorkommen. Hierdurch werden wir auf neue Zusammensetzungen der Gebäudemassen geführt, indem wir dieselben so miteinander in Verbindung bringen, daß sich ihre Walmseiten unter schiefen Winkeln durchdringen, ohne sich gänzlich zu verdecken.

117. In Fig. 117 stoßen zwei Gebäude von gleicher Tiefe zusammen, in denen sich die in gleicher Höhe liegenden Forste berühren können. Denkt man sich das Gebäude I. vollständig und das zweite bis an die vordere Umfassung von I. verlängert, so durchschneiden sich die beiden Eckgrate im Punkte a, in welchem auch die Kehle aus b anläuft.

bcd erscheint hier als Grundfläche einer angesetzten Pyramide, deren Spitze in a liegt.

118. In Fig. 118 ist die Gebäudetiefe II. größer als I., man verlängert deßhalb ihre Umfassungslinien bis zur vorderen Umfassung von I. und bildet den Walmen abc; ferner verlängert man die hintere Umfassung von I. bis zur Verlängerung von der Linie an der Stirnseite, so daß man nach der dadurch erhaltenen Linie dh den Walmen dih bilden kann. Nun hat man den Grat di bis zur Forsthöhe von II. zu verlängern, d. h. nach der halben Tiefe von II. giebt man rechtwinkelig von ad den Walmpunkt an, welcher hier zufällig mit c zusammentrifft. Da diese beiden Walmpunkte in einem vereinigt liegen, so sind die übrigen Ausmittelungslinien leicht zu finden. — Der Walmpunkt gehört also gleichzeitig einem dritten mit fedg bezeichneten Gebäude an.

119. Wird die zweite Gebäudetiefe kleiner als I., so ändert sich die Ausmittelung und man hat für ihre Herstellung das dritte Gebäude anders aufzusuchen oder zu bestimmen. Nämlich: aus dem Berührungspunkte a, Fig. 119, geht man parallel mit der Langseite des Gebäudes I. und bildet für II. den Walmen bca; der Walmen für I. liegt in def. — Da sich die Grate ed und bc nicht schneiden, so hat man ein drittes Gebäude badg zu

Digitized by Google

suchen, welches von der hinteren Langseite von I. und der (schiefen) Fig.
Walmseite von II. gebildet wird, und in dasselbe den Forst zu
legen. Dieser Forst hi schneidet die Grate ed und bc, denn er
liegt in der hinteren Dachfläche von I. und in der verlängert ge-
dachten Ebene des Walmes von II. — Da das dritte Gebäude
schmäler ist als I. und II., so liegt natürlich sein Forst tiefer und
man erhält von e und c herab Verfallgrate. — Das Auffinden
der beiden obersten Kehlpunkte haben wir bereits in Fig. 83 kennen
gelernt.

Fig. 120 gleicht der vorhergegangenen Ausmittelung voll- 120.
kommen, obgleich die Ecke bei a spitzwinkelig ist.

Zu den beiden letzten Fällen ist zu bemerken, daß, wenn man
über die Lage der Ausmittelungslinien oder deren Auffinden, zwei-
felhaft sein könnte, auch folgendes Verfahren zum Ziele führt:
suche für I. und II. (in Fig. 120) die Walmen aef und bdc,
lege die Kehle de parallel mit ae, gh parallel mit dc; denn
beide Linien halbiren ihre Winkel. Diese Kehlen berühren die
Grate bc und ef in den Punkten i und h, welche in gleicher
Höhe liegen, folglich durch einen Forst verbunden werden können.

Schon in Fig. 87 kam uns ein solcher Verbindungsforst vor.
In dergleichen Fällen ist es einerlei, ob die Gebäude recht- oder
schiefwinkelig gegeneinander laufen.

In Fig. 121, Taf. XII, sind zwei Gebäude von gleicher 121.
Tiefe so zusammengesetzt, daß von der Walmseite fd der größere
Theil frei bleibt. Für die Ausmittelung gilt Folgendes: Ver-
längere von II. beide Langseiten bis a und b und trage den
Walmpunkt c auf, ferner verlängere die hintere Langseite des Ge-
bäudes I. nach d, und trage den Walmpunkt e auf; da die Ge-
bäude gleiche Tiefen haben, so kann man aus e parallel mit fd
bis an den Forst von II. gehen, wodurch sich der Kehlpunkt g
ergiebt. Der andere Kehlpunkt c ist durch Auftragung des Walm-
punktes schon bestimmt worden. — Die drei Punkte c, e, g
liegen in gleicher Höhe, folglich bilden ihre Verbindungslinien ein
horizontales Dreieck, welches, wenn es nicht Plattform bleiben
soll, nun für sich noch ausgemittelt werden muß. Die kleine da-
durch entstehende Pyramide zeigt uns an, daß eine große Pyra-
mide vorhanden ist und wir erkennen dieselbe auch wirklich an der
Grundfläche afh. Sobald wir diese Pyramide einsetzen, ist die
Ausmittelung vollendet.

Digitized by Google

Fig. 122. Fig. 122 stellt dieselben Gebäude in derselben Zusammensetzung dar, doch, indem die Begrenzung des Gebäudes II., wie in Fig. 119, durch den Punkt a geführt wird, wird die Ausmittelung eine ganz andere, als in Fig. 121. — Nachdem die beiden Walmen abc und def hergestellt sind, sucht man die aus a und g entspringenden Kehllinien (ah ist die Durchschneidungslinie der Walmen fde und bae, sie halbirt also den Winkel bad). Aus h geht parallel mit der Richtung des zweiten Gebäudes die neue Forstlinie bis sie die aus g kommende Kehle berührt. Dieser Vermittelungsforst geht über eine horizontale Kehle.

123. Fig. 123 ist genau die Zusammensetzung wie in Fig. 117, die Ausmittelung aber nach der unter Fig. 122 bearbeiteten Weise hergestellt.

Bei dieser Art der Zusammensetzung sind also für die Ausmittelung verschiedene Wege möglich. Das zu beweisen, dienen Fig. 124, 125, 126, in welchen das zweite Gebäude tiefer als I. ist, also in dieser Beziehung der Fig. 118 gleichen. Fig. 118 läßt sich auch nach einer dieser Verfahrungsarten behandeln.

124. Fig. 124 ist nach dem an Fig. 122 gezeigten Verfahren bearbeitet und es ist nur noch zu bemerken, daß der Vermittelungsforst (der Forst des dritten Gebäudes) mit dem Forste I. in gleiche Höhe zu bringen ist, d. h. er kann vom Punkte a dieselbe winkelrechte Entfernung wie dieser erhalten, wodurch die Ausmittelung von Fig. 118 erzielt wird.

125. In Fig. 125 sind die Walmen von I. und II. gesucht worden, allein sie nützen zu weiter nichts, als daß sie bezeugen, daß ihre Ausmittelungslinien mit denen der großen Pyramide zusammenfallen. Das Gebäude II. wurde hier bis an die vordere Langseite von I. gehend angenommen.

126. Fig. 126 unterscheidet sich von Fig. 125 dadurch, daß das Gebäude II., wie in Fig. 124, in dem Punkte b mittelst der Linie ab sein Ende erreicht, also den Walmen acb erhalten muß. Die beiden Grate ac und ef durchschneiden sich im Punkte g, mithin sind ge und gc Verfallgrate. — Bemerkenswerth ist hier, daß ac mit de parallel, weil ab mit dh parallel; ferner bg mit he, weil die parallel liegenden Walmen von einer dritten Ebene ehbg geschnitten werden; endlich bc mit ik, weil sie die Halbirungslinien gleicher Winkel sind, deren Schenkel paarweise parallel liegen.

Digitized by Google

Ist die Richtung des Gebäudes II. so gegen I., vorausgesetzt, ersteres habe weniger Tiefe als letzteres, wie in Fig. 119 und 120, daß der Forst von II. auf der Walmfläche von I. ende, so entsteht auf der inneren Seite eine gebrochene Kehle, deren Ermittelung uns an Fig. 116 bekannt geworden ist. — Fig.

Die Betrachtung der Reihenfolge von drei sich durchdringenden Gebäuden wird hiermit geschlossen, jedoch nicht ohne die Andeutung, daß noch eine unendliche Menge Abweichungen und Veränderungen in der Zusammensetzung derselben vorgenommen werden können. Welche sie auch sein mögen, sie werden sich stets irgend einem der angeführten Beispiele anfügen, und sollte das nicht der Fall sein, so kann die Herstellung der Ausmittelung sicherlich nach einem der kennen gelernten Gesetze bewirkt werden, also keine erheblichen Schwierigkeiten darbieten.

Nur noch einige Fälle außer dieser Reihe wollen wir ins Auge fassen, theils ihre Eigenthümlichkeiten herauszustellen, theils aber auch an ihnen nachzuweisen, wie sie sich unserer Aufstellung unterordnen.

In Fig. 127 würden sich nur zwei Gebäude, wie auf Tafel VIII. durchdringen, wenn nicht durch die Linie **a b** ein drittes angedeutet wäre. **b a** muß sofort nach beiden Seiten verlängert werden, bis sie in **s** und **t** die äußeren Langseiten von I. und II. berühren, also ein Dreieck bilden. Daß zwei Spitzen desselben außerhalb des Grundrisses liegen, hat auf die Ausmittelung keinen Einfluß. — Diese Zusammensetzung ist nichts Anderes, als eine Wiederholung und Veränderung bereits kennen gelernter Formen. 127.

Wollte man bei Ausmittelung derselben Figur von einer anderen Annahme für das dritte Gebäude, welches durch eine Linie **a b** nur angedeutet ist, ausgehen, wie in Fig. 128, geschehen, so würde man doch wieder auf die in Fig. 127 erhaltene Ausmittelung zurückgeführt werden, wie folgt: 128.

Angenommen, das dritte Gebäude ginge mit seiner anderen Umfassungslinie **d e** durch den Berührungspunkt **c**, so würde **f g** sein Forst und dieser bildete mit dem Gebäude I. die Kehlen **a f** und **c f**, mit dem Gebäude II. die Kehlen **b g** und **e g**. Die Gebäude I. und II. aber bildeten die Kehlen **c h** und **i h**. — Die drei Kehlen **i h**, **e g** und **c f** durchschneiden sich in *einem* Punkte und bilden eine pyramidale Vertiefung, was, wenn man das Dach so ausführen wollte, ein offenbarer Unsinn wäre. Das

Digitized by Google

Fig. heißt mit anderen Worten: die Ausmittelung ist jetzt noch nicht fertig und das Linienspiel muß fortgesetzt werden, bis ein besseres Resultat erscheint.

Zu dem Behufe müssen wir zunächst die beiden Dachflächen b g f a und l k h c weiter nach Oben gehen lassen, was wir bewirken, indem wir die Kehlen c h, a f und b g verlängern. Die c h erreicht bei m den Forst p q, die Kehle a f denselben bei n, nun ziehe von n parallel mit f g die Linie n o, und von m parallel mit h k die Linie m o, so sind die drei Forstlinien m n, n o, o m entstanden, welche mit p q in gleicher Höhe liegen und ein horizontales Dreieck bilden, welches, wie in Fig. 92 und 93, mittelst einer Pyramide zu überdecken ist.

Das Dreieck m n o ist dem Dreiecke r s t ähnlich und hat von den Seiten desselben überall gleiche Entfernung, folglich wird auch die Spitze beider sich über ihnen erhebenden Pyramiden in einem und demselben Punkte liegen. Wir erhalten dadurch drei Verfallgrate, welche nach den Punkten r, s, t gerichtet sind und die Punkte m, n, o schneiden. — Wenn die Ausmittelung soweit gediehen ist, wird sie der von Fig. 127 völlig gleich sein.

Also von einer falschen Annahme ausgehend, gelangen wir dennoch zum rechten Ziele. Es ist das die Eigenthümlichkeit dieses Linienspieles, sofern es nur nach den bekannt gewordenen Regeln und mit der erforderlichen Aufmerksamkeit betrieben wird.

Bei allen Arten der Ausmittelung hat man aber ganz besonders auf die möglichste Einfachheit Rücksicht zu nehmen, so daß man über den aus verschiedenen Grundflächen zusammengesetzten Grundrissen möglichst wenig einander durchdringende oder sich berührende Körper verwendet; denn je weniger Kehlen und Grate sich ergeben, desto besser, leichter und wohlfeiler wird die Ausführung. Sonach ist die Ausmittelung von Fig. 125 besser als Fig. 126, ferner Fig. 121 besser als Fig. 122 u. s. f.

129. In Fig. 129 dringt das Gebäude II. nur mit einer Ecke in das erste. — Die Ausmittelung ist ohne Schwierigkeit, und sie gleicht im Wesentlichen der Fig. 87, indem der Forst des Gebäudes III. an den Grat von II. und in die Dachfläche von I. läuft. — Das dritte Gebäude wird durch die Linie a b bestimmt.

Nicht selten kommen uns Gebäudemassen vor, deren Zusammensetzung im Augenblicke sonderbar, und für die Ausmittelung schwierig erscheint. Nach den bisherigen Entwickelungen aber

Digitized by Google

können geradlinige Figuren, wie sie auch zusammengesetzt sein mögen, sehr leicht in ihre Bestandtheile zerlegt werden. Das Aufsuchen der einzelnen Dachkörper (Prismen und Pyramiden) ist stets das Erste, was man vorzunehmen hat; denn hiervon hängt der glückliche Erfolg des Ausmittelns ab. Obgleich wir die Ueberzeugung gewonnen haben, daß wir auch bei unrichtiger Zerlegung der Gebäudemassen dennoch richtige Resultate erlangen, so wird gewiß Niemand behaupten wollen, der z. B. in Fig. 128 eingeschlagene Weg sei der rechte. — In gleicher Weise könnte man dem Vermittelungsforste Fig. 129 eine andere Richtung geben, indem man annähme, das Gebäude III. liefe rechtwinkelig gegen das Gebäude I. Die Ausmittelung kann allerdings so hergestellt werden, aber es ergeben sich mehr Ausmittelungslinien und die Einfachheit geht verloren. Fig.

Noch zwei Dinge, nämlich: das Abstumpfen der Walmecken und das Verkürzen der Gebäude wollen wir an einigen Beispielen darthun.

In Fig. 131 liegt ein Gebäude mit einem sehr schiefen Walmen, dessen lange Spitze abgestumpft ist. In Fig. 130 ist dieselbe durch einen Anbau verdeckt; wo sie aber sichtbar bleibt, wird ihre Ausmittelung am bequemsten durch Halbirung der Winkel hergestellt. 130. 131.

Genau genommen hat man sich zwei verschiedene Gebäudeformen defg und dehi zu denken, deren eine jede für sich allein bestehend behandelt, resp. die Dachausmittelung gesucht werden muß. Man erhält demnach einen rechtwinkeligen und einen schiefwinkeligen Walmen, deren Grate li und mg einander durchschneiden; nk ist die Durchschneidungslinie beider Walmflächen.

Aus diesem Beispiele sehen wir abermals, daß im Grundrisse jede Linie, wie unbedeutend sie immerhin erscheine, einem anderen Gebäude oder einer anderen Gebäudeform angehöre und nicht außer Betracht gelassen werden darf.

Wollte man den Bruch, wie ihn die Ansicht A zeigt, vermeiden, so müßte sich die kleine dreieckige Dachfläche von a bis nach c hinauf erstrecken, so daß die nach b gehenden Grate abgeschnitten würden, wie die Ansicht B in Fig. 132 zeigt. Die verzogene Dachfläche def erhält dadurch einen anderen Neigungswinkel, wie die Linien ac und hg deutlich beweisen. 132.

In Fig. 133 ist ein in derselben Weise abgestutztes Pyramidendach, in welchem man den kleinen Walmen dhe nicht bei- 133.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

Digitized by Google

Fig. behalten will, die betreffende Fläche ebenfalls bis zur Spitze a hinaufgezogen worden, wie die punktirten Linien anzeigen.

Daß für die Berechnung des kubischen Inhaltes solcher Dachkörper die abgeschnittenen Theile, welche dreiseitige Pyramiden sind, in Abzug gebracht werden müssen, nachdem der ganze Dachkörper berechnet worden, bedarf keiner besonderen Erläuterung.

Die Verkürzung der Gebäude anlangend, ist zu bemerken, daß durch sie die Forst- oder Anfallspunkte der Walmen einander selbst oder anderen Punkten oftmals sehr nahe gerückt werden, weshalb man auf einem kleinen Raume eine Menge Ausmittelungslinien erhält, wodurch ebenfalls nicht selten Brechungen der Kehlen und Grate entstehen.

134. Das einfachste Beispiel der Art ist Fig. 134, welches gar keine Schwierigkeit enthält. — Es sind hier drei Gebäude in einander geschoben, die ursprünglich länger gewesen sein können.

135. Der Fig. 135 liegt die Gestalt von Fig. 127 zu Grunde, jedoch mit Verkürzung des ersten und zweiten Gebäudes, in Folge deren eine eigenthümliche Brechung am dritten durch die Linie ab angedeuteten Gebäude entsteht. Die Ausmittelung ist folgende:

Wie in Fig. 127 vervollständige zuerst das Gebäude III., welches, wie dort, ein Dreieck werden muß, dessen Spitze in c liegt. Die Gratsparren dieser Pyramide können natürlich nur theilweise vorhanden sein. Hiernach suche die Forstlinien für I. und II. und steche auf ihnen von ql und fg aus die Walmpunkte an, unbesorgt wohin sie zu liegen kommen. Die Forstlinie für II. ist de, deren Walmpunkt t von der von c kommenden Verfallung nicht berührt wird, also auch die nach g gehende Gratlinie nicht schneiden kann; nun suche die aus b aufsteigende Kehllinie, welche den Grat bei h schneidet; alsdann verlängere die Gratlinie aus f bis an die Verfallung, so wird fik der Walmen für die Abstumpfung der Pyramide, wie deh in Fig. 133. Der Grat ik geht hier zufällig durch den Berührungspunkt h.

Auf der anderen Seite an der Verkürzungslinie ql ist das Verfahren dasselbe, nur daß von der abgestumpften Pyramidenecke der Grat mn nicht durch den Berührungspunkt o geht, sondern den Grat rl in p durchschneidet, also bei p die Brechung erleidet.

136. Der in Fig. 136 vorliegenden Ausmittelung liegt Fig. 98 zu Grunde, doch ist der Winkel abc größer als dort, auch sind

an den zwei vorderen Ecken bei g und q noch besonders vor- Fig.
springende Ecken angebracht, und zwei der hinteren Ecken sind verbrochen oder abgestumpft.

Das vermittelnde dritte Gebäude wird durch den Berührungspunkt b (d. i. der Scheitelpunkt der Winkels a b c) mittelst der Linie m n, parallel mit k r, bestimmt. Der Forst desselben wird durch die beiden Grate h i und o p, welche den Walmen g h i und p o q angehören, begrenzt. — Nachdem somit beide Verfallgrate und beide Kehlen hier gefunden sind, ist die Ausmittelung in den beiden vorspringenden Ecken g k f und q r s herzustellen, wie folgt: Verlängere die Linie f k bis sie in d die a b berührt und suche den Walmpunkt e. Die beiden Walmflächen f d e und g h i durchschneiden sich nach der Linie k l, welche eine Kehle ist. — In gleicher Weise ist die Kehle r v die Durchschneidungslinie der beiden Walmflächen p o q und s t u. — h l und o v sind kurze Verfallgrate.

Die verbrochene Ecke am Gebäude I. wird leicht ausgemittelt, indem man aus dem Walmpunkte parallel mit a w und x f die Linien 1 2 und 1 3 zieht, ferner die Linie 4 5 parallel mit x w in der Entfernung der halben Tiefe von I. Die Durchschneidungspunkte 6 und 7 bestimmen die Lage der von x und w ausgehenden Grate. Beide Grate durchschneiden sich auf dem großen Grate z 1.

Da die verbrochene Ecke am Seitenflügel rechts in ihrer Entfernung der halben Tiefe ziemlich nahe kömmt, so können die beiden Grate nach dem Walmpunkte gezogen werden, ohne daß der Neigungswinkel der zugehörigen Dachfläche eine bedeutende Abweichung erleidet.

Fig. 137 ist nach derselben Grundgestalt gebildet, hat aber 137.
mehr Verbrechungen und Anbaue als Fig. 136. — Bei A ist ein einfacher Ansatz, B und C sind verbrochene Ecken mit an denselben angebrachten Ansätzen oder kleineren Gebäudchen, D ist ein regelmäßiger Anbau, E ein Anbau mit verbrochener Spitze.

Diese Figur enthält hinsichtlich ihrer Ausmittelung nichts Neues. Das einzige Sonderbare sind an ihr die Umfassungslinien, welche viele verschiedene Ecken und Winkel bilden.

Wie viele solcher Auswüchse und Einschnitte an einem Gebäude angebracht werden mögen, sie ändern den Charakter der Ausmittelung nicht, so lange sie ihrer Größe

Digitized by Google

Fig. nach das Hauptgebäude nicht überschreiten, oder ihm sehr nahe kommen.

Die Wiederholung vieler solcher Ecken und Winkel läßt sich leicht bis zur kindischen Spielerei forttreiben. Wir begegnen dieser Tändelei am häufigsten in den ernstesten Lebensmomenten: nämlich bei Meisterstücksaufgaben.

Fig. 137 besteht, trotz aller Ecken und Winkel, doch nur aus zwei Hauptgebäuden. Obgleich jeder Ansatz als einem besonderen Gebäude angehörig betrachtet werden muß, so gehört der gegenwärtige Fall der Durchdringung von nur zwei oder drei Gebäuden an.

Die einwärts gebrochenen Walmen, wie wir sie in Fig. 136 und 137 betrachteten, bestehen aus dem wirklichen Walmen (d. i. die Hälfte einer großen Pyramide) und einer kleineren Pyramide.

138. Die kürzere Linie d g in Fig. 138 gehört jedesmal der kleineren Pyramide an. — Die Ausmittelung wird aber ganz so wie in Fig. 131 gesucht; man verlängert nämlich die Linien d g und b g und sucht die Walmen d e f und a b c, welche sich in der nun bekannten Weise durchschneiden und einen gebrochenen Grat erzeugen.

Die angesetzte Spitze A ist das Ende einer Pyramide, wie aus der Zeichnung deutlich hervorgeht. Daß der Einfallspunkt h den Forst des Hauptgebäudes nicht erreichen kann, wird dadurch erklärlich, daß die Breite l m der Tiefe desselben noch nicht gleichkömmt, oder dadurch, daß die Pyramidenspitze p tiefer als der Forst liegt, folglich o noch niedriger liegen muß. — Läßt sich der Einfallspunkt h nicht aus einem vorhandenen Profile, wie hier, bestimmen, so muß es durch Halbirung der Winkel bei i und k geschehen.

139. Ueberschreitet l m das Maß der Gebäudetiefe, so übersteigt auch die Pyramidenspitze den Forst, Fig. 139.

140. In Fig. 140 dringt die Pyramide nur mit einer Spitze in das Gebäude, das ist der umgekehrte Fall der beiden vorhergehenden Figuren; so wird der Einfallspunkt h, wie in Fig. 138, entweder aus dem Profile bestimmt, oder durch Halbirung der Winkel k und i gefunden.

Es gelten also überall dieselben Regeln und Gesetze, so lange die Dachkörper zu den regelmäßigen gehören; die windschiefen Dächer erleiden Ausnahmen. — Man könnte glauben, die Ausmittelung werde recht schwierig, wenn sich Pyramiden durchdringen,

Digitized by Google

d. h. wenn der Grundriß aus convergirenden und divergirenden Umfassungslinien gebildet werde; doch ist dem nicht so. Wir betrachten noch einige derartige Fälle. Fig.

Fig. 141 wurde aus drei Paaren solcher Linien zusammengesetzt. — Ein Blick auf dieselbe sagt uns, daß hier drei Pyramiden vorliegen. Ihre Ecken l, m, n sind durch die Linien cd, fg, gh weggeschnitten. 141.

Eigentlich ist die Aufgabe so zu stellen, daß sich die Grundflächen abcd und efgh durchdringen, so daß in der Ausmittelung die dritte Pyramide bkfi entsteht. — Die Ausmittelung ist sehr einfach, indem man die Spitzpunkte o, p, q sucht und nach diesen die Gratlinien ob, oa, ol und pb, pi, pm endlich qe, qf, qn zieht, wodurch sich die Verfallgrate und Kehlen wie gewöhnlich ergeben.

Weniger einfach erscheint im Augenblicke die Zusammensetzung dreier Pyramiden, Fig. 142, wenn man deren Ausmittelung nicht planmäßig verfolgt, wodurch sich dann allerdings eine Menge Linien ergeben, aus denen man sich mühsam zurechte findet, weil sich alle durchkreuzen. Mit Leichtigkeit aber erhält man die Ausmittelung, wenn man die sich durchdringenden Gebäude, wie bisher, immer nur paarweise betrachtet und mit den größten derselben beginnt. 142.

Also wird die Pyramide I. in allen ihren Theilen zuerst ausgemittelt: dann folgt die Pyramide III., deren Hauptlinien df und ef in g und h die Linie ag schneiden. Durch Halbirung der Winkel bei g und h ergeben sich die Kehlen ga und ba; ingleichen findet sich der Einfallspunkt λ in bekannter Weise.

Hierauf nimmt man I. und II. vor; die Einfallspunkte und Kehlen finden sich ebenso.

Nun betrachtet man II. und III., welche wiederum zwei Kehlen bilden, von denen jede ein Paar der vorhergefundenen durchschneidet. Also z. B. die aus m-aufsteigende schneidet ga und lk in demselben Punkte, in welchem beide letztere sich schneiden und wir haben in dieser Beziehung denselben Fall, wie wir ihn zuerst an Fig. 113 kennen lernten.

Die abgestumpften und verbrochenen Ecken bei A, B und C zu behandeln, ist bereits an Fig. 131 bis 138 erklärt worden. Auf die Ausmittelung der drei Hauptgebäude haben sie nicht den mindesten Einfluß, obgleich der Ansatz nopq in seiner Verlängerung bis nach s hineinreicht.

Digitized by Google

Fig. Laufen die Linien u o und p q parallel, so verlängere sie bis nach r und s, damit sie f e berühren, und untersuche, ob die Ausdehnung nach der Richtung p r und o s bedeutend genug sei, um einen Forst dahin anzubringen. — Außerdem ist dieser Vorbau nur als ein Theil der Pyramidengrundfläche o t s anzusehen, die nach p q e verbrochen wurde. u v ist dann ein Theil des Grates u s.

Laufen aber o n und p q nicht parallel, so lassen sie in ihrer Verlängerung ein Dreieck entstehen, wie wir es an Fig. 138 bis 140 betrachtet haben. —

Indem wir nun noch einige windschiefe Dachkörper in verschiedenen Zusammensetzungen darlegen wollen, wiederholen wir, daß die prismatischen und pyramidalen Dachkörper nach unveränderlichen Gesetzen sich gestalten; bei den windschiefen ist das nicht so, vielmehr unterliegen sie in den mehrsten Fällen der willkührlichen Annahme und Behandlung des ausführenden Baumeisters.

Zunächst bearbeiten wir dieselben in ihrer möglichsten Regelmäßigkeit, d. h. wir suchen ihre Ausmittelungslinien nach den an Fig. 42 bis 45 gegebenen Regeln.

143. Unter Fig. 143 durchdringen sich drei windschiefe Dachkörper, deren Ausmittelung folgende ist: Im Gebäude I. werden die Traufenlinien a b und c d nach e und f verlängert, um zunächst die Schneidungslinien 1, 2, 3, 4 u. s. f. recht genau und sicher zu bekommen; dasselbe geschieht in den Gebäuden II. und III. Wie sich hiernach aus b, d, g die Kehlen erheben und an den Forsten anlaufen, bedarf keiner weiteren Erklärung.

Zu bemerken ist aber, daß bei der vorliegenden Zusammensetzung die drei Forste nicht in einem, sondern in drei Punkten sich berühren, also ein Dreieck bilden, welches, da die Forste gleich hoch angenommen wurden, eine horizontale Ebene bildet und die Grundfläche einer Pyramide ist. Aus h, i, k erheben sich also kleine Grate.

Will man diese kleine Pyramide vermeiden, so richtet man die Forstlinien der drei Hauptgebäude nach dem Ausmittelungspunkte des Dreieckes h i k. Dann treffen auch die drei Kehlen in demselben Punkte zusammen. — Die Schnittlinien müssen für jede Dachfläche einzeln aufgetheilt werden, denn die Forstlinien liegen dann nicht mehr im Mittel des Gebäudes.

Wird dagegen eine Ausmittelung verlangt, nach welcher jedes Gebäude, nach seiner mittleren Tiefe, eine besondere Dachhöhe

Digitized by Google

erhalten und selbstständig erscheinen soll, so tritt ein, wenn nicht Fig.
schwierig zu nennendes, aber doch äußerst mühseliges Verfahren
ein, indem für jedes Gebäude zwei Walmen zu ermitteln sind,
deren Verbindung mit den übrigen Dachflächen schwer fällt. —
Betrachten wir z. B. das Gebäude I.. so kann man es ebenso-
wohl nach der Linie me, als nach fl abwalmen, und natürlich
müssen für beide Walmen die Anfallspunkte und Gratlinien ge-
sucht werden. — Auf diese Weise ergeben sich sechs Walmen,
von denen sich immer zwei durchschneiden. Und diese Walmflächen,
deren Grundlinien gm, md, dn, nb, bl, lg sind, deuten eine
unregelmäßige sechsseitige Pyramide an, welche entstanden ist aus
der Durchdringung der zwei unregelmäßigen dreiseitigen Pyrami-
den aco und fcp.

Die Durchdringung zweier dergleichen Pyramiden, Fig. 144, 144.
bietet zwar nichts Neues dar, denn ihre Ausmittelung erfolgt nach
wohlbekannten Regeln, doch hat sie etwas Eigenthümliches an sich.

Für das Dreieck def ist a, und für ghi ist b der Spitz-
punkt. Da sich aber die Ebenen daf und gbh durchschneiden,
und weil ihre Grundlinien gh und df unter einem sehr kleinen
Winkel gegeneinander laufen, eine sehr flachliegende Kehle bilden,
so müssen die anliegenden Ebenen eaf, ead und ibg höher ge-
führt werden, wodurch ein neuer Spitzpunkt c entsteht. Dieses
wird folgendermaßen bewerkstelligt: Nach Gewinnung der Grat-
linien in beiden Pyramiden suche durch Halbirung der Winkel bei
k, l, m u. s. f. die Kehllinien und führe sie jedesmal bis zum
nächsten Grate. Die Kehle aus k endigt sehr bald am Grate
af, welcher ebendaselbst in der Fläche ibh verschwindet; denn die
Ecke f tritt nur wenig über ih hervor. Die aus l und m kom-
menden Kehlen erreichen beide den Grat bg in n und o. Es
sind also nc und oc die neuen Verfallgrate, welche einer dritten
Pyramide angehören. Der Grat nc fällt mit der aus p kom-
menden Kehle zusammen, und co fällt in die Verlängerung der
Ausmittelungslinie q, welche nach dem Berührungspunkte der
beiden Linien gi und ef gerichtet ist; ca ist die Verlängerung
des Grates ac.

So einfach im Augenblicke diese Linienconstruktion erscheinen
mag, so läßt sich doch nicht gleich jedesmal bei der bloßen An-
schauung der Umfassungslinien sagen, welche derselben für die
dritte Pyramide maßgebend werden, vielmehr hat man sämmtliche

Digitized by Google

Ausmittelungslinien vorher zu suchen und das oben bezeichnete Verfahren anzuwenden. Inzwischen läßt sich noch Folgendes darüber feststellen: Der ganze Grundriß besteht aus drei Paaren convergirender (zusammenlaufender) Linien, nämlich: 1) gi, ef; 2) fd, hg; 3) de, ih. Die letztgenannten (de, ih) haben zwar die größte Entfernung, und deshalb könnten sie für die dritte Pyramide maßgebend werden, allein die Linie lh bewirkt eine zu große Abwalmung und wirkt also vernichtend auf die dritte Pyramide. Die beiden zweitgenannten Linien (fd, hg) liegen einander zu nahe, als daß sie einen Dachkörper von Bedeutung erzeugen könnten. Es bleiben sonach gi, ef übrig, welche die beiden Abwalmungen nach den Linien pe und lg zulassen, d. h. es können zwei Pyramiden $\beta p e \delta$ und $\beta g l \delta$ angenommen werden; e und o ergeben sich für dieselben als Spitzpunkte; da aber o auf der Linie eq liegt, so liegt er auch tiefer als e. — Nun kann man sagen: $\beta p e \delta$ ist die Hauptfigur, die übrigen Theile sind blos angesetzte Ecken, deren Ausmittelungen leicht zu finden sind.

Fig. 145, Taf. XIII, ist dem Grundrisse von Fig. 143 ähnlich, doch wurde er größer genommen, damit die Hülfslinien deutlich erscheinen.

Nachdem die Lage der Forstlinien gesucht worden, ist ihre Länge durch die Walmpunkte zu bestimmen. Richtiger sucht man die Walmpunkte zuerst, da sich nach ihnen sowohl die Lage, als auch die Länge der Forstlinien von selbst ergeben. Nun sind für jedes Gebäude drei Walmpunkte zu suchen, nämlich: einer an dem schmalen Ende, und die beiden anderen an der breiten Seite, welche dort von zwei einen stumpfen Winkel bildenden Umfassungslinien begrenzt ist.

Zu Gewinnung der Walmen und Kehllinien stelle auf die Forstlinien die Linien ab, cd, ef u. s. f. rechtwinkelig, um auf denselben die Theilung machen zu können. Da dieselben aber in jedem Gebäude eine andere Länge haben, so muß man sie genau vergleichen und bezeichnen, weil nach ihnen die Dachprofile A, B, C entworfen werden. Hierbei findet man, daß das Gebäude II. die größte, und III. die kleinste Tiefe besitzt. Nach dieser Vergleichung wird auch die mittlere Dachhöhe gesucht. Zu dem Zwecke errichte im Profile A die winkelrechten Linien il und ik und mache jede der halben Tiefe gh gleich, trage ferner die halbe Tiefe ef in im und in auf, halbire nk, so ist o der Dach-

höhenpunkt — Forsthöhe — für das Gebäude I. — Dasselbe Fig.
geschieht in den Profilen B und C. —

Wenn die Profile soweit richtig gemacht sind, folgt die Auftheilung der Schnittebenen Da io die mittlere Dachhöhe ist (sie ist auch das Mittel zwischen den Höhen $\alpha\beta$ in B, und $\gamma\delta$ in C), so theile dieselbe in gleiche Theile 1, 2, 3 u. s. f., lege wagerechte Ebenen durch die Theilpunkte und trage dieselbe Höhentheilung in B und C auf. Aus den Berührungspunkten mit den Sparren, also aus 4, 5, 6, und aus 7, 8, 9 fälle senkrechte Linien, durch welche die Grundlinie in proportionirte Theile getheilt wird. Die hierdurch erhaltenen Theilungspunkte auf im entsprechen der Theilung auf ef, die auf il entsprechen der Theilung auf gh u. s. f; wodurch man sämmtliche Theilungs- oder Durchschneidungslinien der drei Gebäude so erhält, daß je vier derselben, z. B. 10, 10, 10, 10 u. s. f. (nämlich an beiden Langseiten und beiden Walmseiten) in gleicher Höhe liegen, sich also schneiden, folglich die Lage und Biegung der Grat- und Kehllinien aufs Genaueste angeben.

Auf dieselbe Weise sind die Theilungspunkte für die kleinen oder freiliegenden Walmen zu suchen, zu denen sich die Profile E, F, G nöthig machen.

Da II. das höchste Gebäude ist, so entstehen an dessen Forste Verfallungen. Die übrigen Ausmittelungslinien ergeben sich ohne Schwierigkeit.

Kömmt man mit einer solchen Ausmittelung nicht alsobald zu 146.
Stande, so ist es räthlich, sich, wie unter Fig. 146, den Grundriß einer ähnlichen, aber regelmäßigen Figur, d. h. deren Umfassungslinien an den einzelnen Gebäuden parallel liegen, zu entwerfen. Aus einer solchen Figur sieht man sogleich wie die Linien fallen müssen.

Hierbei kömmt noch in Betracht: 1) welche Richtung das Gebäude I. gegen den Winkel abc hat, und 2) welche Entfernungen die Punkte a und c von b haben, indem hiervon die Lage der von e, c, a und d sich erhebenden Gratsparren, sowie auch der Kehle aus b abhängig ist. — Absichtlich wurde Fig. 146 in dieser Beziehung etwas abweichend von Fig. 145 genommen, um gleichzeitig die kleinen Veränderungen anzudeuten, welche vorkommen können.

Außerdem aber ist besonders hervorzuheben, daß man sich hüten muß, bei Ermittelung der Walmlinien in Fig. 145 ein un-

Digitized by Google

richtiges Verfahren anzuwenden. — An den kleinen Walmen, welche frei liegen, theilt man die winkelrechte Linie t u in gleiche Theile und legt durch die Theilpunkte mit der Traufenlinie (Grundlinie) des Walmes die Parallelen v w u. s. f., wodurch sich die Schnitte für die Gratsparren ergeben; allein am entgegengesetzten Walmen kann dieses Verfahren nicht mehr gelten, weil jede Walmfläche daselbst mit einer Langseite des nächstliegenden Gebäudeflügels in Verbindung stehen, resp. eine Fläche mit demselben bilden muß. Wollte man z. B. die von q ausgehende Gratlinie, welche sich zu dem Forste von I. erhebt und deren Anfallspunkt durch die Linie g h bezeichnet ist, in derselben Weise suchen, so hätte man auf der nach p rechtwinkelig gezogenen Linie die Theilungspunkte i, k, l in gleichen Entfernungen von einander zu setzen und durch diese Punkte die mit der Umfassungslinie p q parallel laufenden i m, k n, l o zu ziehen, wodurch die Schnittpunkte m, n, o entstehen und nun allerdings auch ein krummer (dem ebenen Walmen angehöriger) Grat gefunden wird; allein der Grat q m n o liegt nicht in der Dachfläche, sondern innerhalb des Dachraumes, wie wir uns sogleich überzeugen wollen.

Nach der in p rechtwinkelig stehenden Linie lege das Profil D an, indem die Dachhöhe y x = i o aus dem Profile A genommen und auch die Höhentheilung von dort aufgetragen wird. Nun trage die Entfernungen der Punkte l, k, i auf die entsprechenden Höhenlinien, so ergiebt sich der gerade Sparren p x, welcher die Neigung des ebenen Walmes anzeigt. Aber alsdann trage auch die Entfernungen von 10, 11, 12, wie sie neben den Punkten l, k, i auf der winkelrechten Linie von p liegen, in das Profil D, so ergiebt sich die wahre Dachlinie, und man sieht nunmehr sehr deutlich, daß der geradlinige Sparren des ebenen Walmes innerhalb des Dachraumes liegt, also auch der diesem Walmen angehörige Grat; ja der Grat geht noch weiter in den Dachraum hinein, weil die Linien i m, k n, l o sich von den Linien 10, 11, 12 nach m, n, o hin immer weiter entfernen, oder mehr nach dem Mittel rücken. — Ferner: da die Linien i m und 10, k n und 11, l o und 12 je convergirende Linien sind, also, nach der anderen Richtung hin verlängert, sich durchschneiden werden, so ist die natürliche Folge, daß die ebene Walmfläche über die windschiefe Dachfläche hinaustritt, daß also der andere Gratsparren des ebenen Walmens außerhalb des Dachraumes liegen muß. — Beides

Digitized by Google

würde für die Ausmittelung einen großen Irrthum herbeiführen, 146.
oder sie sehr schwierig machen. Denn hätte man z. B. den von z kommenden Grat in der gedachten Weise ermittelt, so könnte er den Forst von III. nicht berühren, weil er zu tief läge, obgleich er in der horizontalen Projection (Darstellung) denselben zu durchschneiden scheint. —

Ganz anders gestaltet sich die Ausmittelung, wenn jedes Gebäude nach seiner mittleren Tiefe seine eigene Dachhöhe bekommen soll. Dann treten allerdings die ebenen Walmen aus dem Dachkörper heraus und erzeugen eine Menge Ausmittelungslinien.

Eine andere Zusammensetzung von drei windschiefen Dächern 147.
bietet Fig. 147 dar; sie unterscheidet sich von der vorigen dadurch, daß die breiteren Walmen theilweise frei auftreten, was daher rührt, daß das Gebäude III. nur mit einer Ecke in die beiden anderen Gebäude dringt. In Folge dessen entsteht auch die wagerechte Kehle cb, welche besonders überbaut werden muß.

Im Ganzen ist die Ausmittelung nicht schwierig, doch dürfte es nicht überflüssig sein, dem angehenden Zimmermanne dabei vorzunehmende Abkürzungen an die Hand zu geben.

Die Auftheilung der wagerechten Schnittebenen wird zuerst im Gebäude I., als dem größten, vorgenommen. Nachdem die Forstlinie bestimmt ist, wird sie in f halbirt und durch f die winkelrechte gh gelegt. Die Hälfte von gh giebt beim Winkeldache die Forsthöhe an, wie im Profile I. zu sehen ist. Sodann trägt man die halbe Breite von ik und lm in das Profil, wodurch man die beiden Sparrenpaare neben den Walmpunkten und dadurch das Maß der Verwindschiefung erhält. Jeder Sparren von m und k wird in gleiche Theile (hier deren vier) getheilt und die Höhen derselben in die übrigen Profile eingetragen, wodurch sich die horizontalen Theilungsbreiten ergeben, welche wiederum in die Zulage einzutragen sind.

Da die Gebäude I. und II. einander durch die Linie ac und ad begrenzen, so muß der von a aufsteigende Grat durch die Schneidungslinien 1, 2, 3 beider Gebäude bestimmt werden. Oberhalb c tritt derselbe aus dem Gebäude III. heraus und erscheint als Verfallgrat.

Der aus n kommende Grat tritt bei b aus dem Gebäude II. und ist von da Verfallgrat. — Da der Walmen von III. selbstständig erscheint, so sind auch die demselben zugehörigen Grate

Digitized by Google

durch mit un parallele Schnittlinien zu bestimmen, was an dem von a kommenden Grate nicht der Fall sein kann.

Die Kehlen oc und pb endigen an den Gratlinien bei b und c und bestimmen die Lage der wagerechten Kehle cb, wie wir dasselbe auch schon in Fig. 82 bis 84 gesehen haben. Die Ueberdachung dieser Kehle ist folgendermaßen zu bewirken: Die Dachhöhe von III. trage in das Profil I, lege durch sie eine wagerechte Linie, welche den hier ausgetragenen Gratsparren qa schneidet; die Entfernung des Durchschneidungspunktes r vom Mittel trage in der Zulage (horizontale Projection der Ausmittelung) vom Anfallspunkte des Walmens auf die nach a gehende Gratlinie und ziehe die Linie st, deren Richtung sich bestimmt, wenn die Höhe von III. in das Profil II. getragen wird; die Entfernung vom Mittel (senkrechte Linie im Profile) bis zum mittleren Sparren gemessen giebt bei t die Entfernung vom Forste an. — Die Linie st hat also dieselbe Höhe wie der Forst von III.

Jede Ueberdachung einer wagerechten Kehle gehört einem neu auftretenden Gebäude an, welches durch Zusammensetzung anderer Gebäude hervorgerufen wird; ein solches ist hier uvwx.

Um nicht zu viele Linien in die Ausmittelung zu bringen, wurde die Lage des neuen Forstes in folgender Weise ermittelt: parallel mit ae ist außerhalb der Figur die Linie ny gelegt, ein kleines Kreisstück aus n (als Mittelpunkt) geschlagen, dasselbe halbirt und durch den Halbirungspunkt nach n eine Linie gelegt, welche die Richtung des Forstes angiebt. Dieselbe Linie ist nach z hin beliebig zu verlängern, eine winkelrechte nach av herüber zu ziehen und vom Halbirungspunkte der letzteren (nämlich nu muß auch verlängert werden, damit man bei τ halbiren kann) in das Gebäude hereingewinkelt, giebt den gesuchten Forst, welcher zwischen dem Forste III. und der Linie st liegt. Von b und c steigen vier Kehlen auf.

Die eben beschriebene Art, für uvwx den Forst zu suchen, ist ohne Zweifel richtig; doch kann man den Forst auch anders legen, z. B. vom Anfallspunkte ε nach dem von der Linie st entstandenen Durchschneidungspunkte ϑ, wodurch zwei Kehlen erspart und die beiden anderen Kehlen cε und bϑ in eine andere Lage gebracht werden. Natürlich ist in solchem Falle die Neigung der beiden kleinen Dachflächen verschieden, wovon man sich durch Profilirung derselben überzeugen kann. —

Digitized by Google

Die Zusammensetzung der windischen Dachungen ist eben so mannichfaltig und bietet für die Bearbeituug ebenso reichhaltigen Stoff dar wie die prismatischen; da jedoch die Art der Zusammensetzung völlig übereinstimmend mit den regelmäßigen Formen ist, sich also auch jede Zusammensetzung derselben auf die einfachen und regelmäßigen Formen (siehe Fig. 145 und 146) zurückführen läßt, so verlassen wir diesen Gegenstand, um unsere Betrachtungen einer anderen Art von Vermischung zuzuwenden. Es ist das die Zusammensetzung von Dächern mit verschiedenen Neigungswinkeln. Fig.

In Fig. 148, Taf. XIV, ist ein stumpfwinkeliges Dach in ein spitzwinkeliges geschoben. (Der Winkel, von welchem hier die Rede ist, bezieht sich stets auf den Winkel am Forste.) 148.

Das Gebäude I., obgleich es an Tiefe das Gebäude II. übertrifft, ist niedriger und sein Forst endigt auf einer Dachfläche von II.

Bei gleichwinkeligen Dächern, z. B. Fig. 73, im Profile B, bildet das Dreieck bpo ein gleichschenkeliges Dreieck, welches dem △ aαo ähnlich ist, und an den Grundlinien hat man αo = der halben Tiefe des großen Gebäudes, und po = kg = der halben Tiefe des kleinen oder angesetzten Gebäudes, so daß die Kehle g3 als Diagonale des Quadrates 2gk3 erscheint.

In Fig. 148 findet zwar die Aehnlichkeit der Dreiecke abc und dec auch Statt, doch ist fi auch kleiner als die halbe Tiefe fg; da nun ifgh kein Quadrat ist, so kann auch die Kehle ig den Winkel fgh nicht halbiren.

Durch Rechnung ergiebt sich die Breite fi aus den proportionirten Dreiecken abc und dec, wenn die Tiefen beider Gebäude und ihre Dachhöhen gegeben sind, wie folgt:

Es sei im Gebäude I. die Tiefe = T, die Dachhöhe = H,
„ „ „ „ II. „ „ = t, „ „ = h,

so hat man $\frac{T}{2} = ac$, $H = de$, $t = ac$, $h = ab$,

mithin $ab : de = ac : dc$,
da $dc = fi$, so hat man
$ab : de = ac : fi$
folglich $fi = \frac{de \cdot ac}{ab}$ oder $= \frac{H \cdot t}{h}$

In Fig. 149 ist das Gebäude I. höher als II. und hat auch am Forste einen größeren Winkel, d. h. der Neigungswinkel der Dachflächen gegen die horizontale Ebene ist kleiner und deshalb 149.

Digitized by Google

bildet die Sparrenlage ab mit ac einen auswärts gehenden Winkel.

In dieser Ausmittelung kömmt es darauf an, die Größe der kleinen Abwalmung def zu bestimmen; wir bedienen uns hierzu zunächst der Profilirung.

Die Walmenpunkte g, h, i suche wie gewöhnlich; sind beide Dachhöhen gegeben, so erhält man hiernach die Neigung beider Dächer, d. h. es ergeben sich die Winkel kca und slm. Durch die Spitze a des Dreieckes cak lege eine horizontale Ebene an, welche im Grundrisse mittelst der Schnittpunkte o, p auf beiden Gratlinien, das Rechteck pfdo bildet, worin das Dreieck def dem Dreieck oip congruent ist, d. h. man hat das Viereck pfdo als Grundfläche eines Daches zu betrachten, woran die beiden Walmen def und oig vorkommen. — Durch die Verlängerungen der Linien ba oder ef und ed ergeben sich die Punkte r und q, welche anzeigen, wie weit das Gebäude I. über das II. hinausgehend gedacht werden muß, um auf dieser Seite den Walmen für I. vollständig zu erhalten.

Da die Richtigkeit der Ausmittelung durch Profilirung nachgewiesen ist, läßt sich dieser Walmpunkt durch Rechnung finden, wie folgt:

sm = Dachhöhe I., tn = Dachhöhe II., mithin sm — tn = um dem Unterschiede beider Höhen.

sl = halbe Tiefe von I.

$\triangle$ mun $\sim$ $\triangle$ msl, also hat man

sm : um = sl : un

da aber av = un, so hat man aus dieser Proportion

$$av = \frac{um \cdot sl}{sm}$$

da nun ze = av, so hat man die gefundene Länge von z, also vom Forste gh, nach e herüber zu setzen. Somit ist der Walmpunkt gefunden.

Die beiden Kehllinien von d und f halbiren die Winkel der Widerkehr nicht; sie sind die Diagonalen der Rechtecke gfwx u. s. f., daran fw = halbe Tiefe von II., und wx = tl = sl — un.

Anders könnte man zu Werke gehen, indem man den Punkt f sucht; dazu nimmt man folgende Proportion:

sm : tn = sl : tl,

da aber wx = tl, so ergiebt sich aus der Proportion

$$wx = \frac{tn \cdot sl}{sm}$$

von w liegt y ebensoweit entfernt, als z von f (oder e von z).

Die vorliegende Ausmittelung läßt sich noch auf zwei andere Arten ausführen, um den Bruch von cab zu vermeiden.

Digitized by Google

Zum Ersten: verlängert man die Linie ca bis zur Verlän- Fig.
gerung des Forstes mb, wodurch der Walmenpunkt e näher an z zu liegen kömmt, da der Neigungswinkel vab größer wird.

Zum Anderen könnte man annehmen, das Gebäude I. habe nicht in r sondern in c sein Ende. Deshalb trägt man nun die halbe Tiefe von I. von der äußeren Umfassungslinie des Gebäudes II. für die Bestimmung des Walmenpunktes auf. Im Profile ist die neue Dachlinie einpunktirt. Hierdurch entsteht auf der Dachfläche von ak eine wagrechte Kehle, welche wieder überdeckt werden muß. Zur Ausmittelung dieses Zwischendaches legt man die horizontale Ebene $\alpha\beta$ ein und geht von β in den Grundriß. Weiteres macht die Zeichnung deutlich.

Außerdem könnte noch eine vierte Ausmittelung angewendet werden, indem die Dachung von II. durch die Walmlinie cγ im Durchschneidungspunkte α ihre Höhe erhielt. In diesem Falle käme in II. der Forst außer der Mitte zu liegen. — Bei einem Neubaue würde das als ein großer Fehler erscheinen. Weit lieber würde man dann den Durchschneidungspunkt δ annehmen.

Da aber die Höhen beider Dächer gegeben waren, so kann dieser vierte Fall hier nicht in Betracht kommen, hat auch seine Erledigung bereits an Fig. 75 gefunden. —

Das Mansardedach, wie wir es zuerst unter Fig. 3 150
kennen lernten, ist nichts Anderes als eine Zusammensetzung zweier Dächer von verschiedenen Neigungswinkeln, von denen das eine sehr breit und niedrig, das andere schmal und sehr hoch ist, wie die Linien abc und def in Fig. 150 andeuten. Von beiden Dächern sind aber nur diejenigen Theile übrig geblieben, welche in der Durchdringung liegen; adg, cfh, gbhc liegen außer der Durchdringung.

Das Mansardedach besteht sonach aus einem Prisma ghb und einem abgestumpften Prisma dghf.

Wird dasselbe abgewalmt, wie bei A, so brechen sich die Kanten g und h auf beiden Gratlinien. Der Walmenpunkt b'' wird nicht anders als im einfachen Walmendache gesucht.

Da jede Seite des Mansardedaches von zwei unter verschiedenen Neigungswinkeln stehenden Dachflächen gebildet wird, so folgt, daß, wenn ein anderes Gebäude daran stößt, sich die Kehlen dieser verschiedenen Neigung anschließen müssen, also gebrochen erscheinen.

Digitized by Google

Fig. Der letzte Forstpunkt i im Gebäude I., als oberster Kehlpunkt, bestimmt sich aus dem Profile, indem der Berührungspunkt des Forstes I. von der Dachlinie b g herab in die Ausmittelung getragen wird. — Wäre das Dach a b c vollständig vorhanden, so würden die untersten Kehlpunkte in a' und a'' zu finden sein; dasselbe gilt für die Punkte c', c''.

Wäre dagegen das Dach d e f allein vorhanden, so würde der letzte Forstpunkt von I., als oberster Kehlpunkt in der Berührung mit e d zu finden sein, wodurch in der Ausmittelung der Punkt k entsteht; die untersten Kehlpunkte liegen wirklich in d' und d''.

Die Linien a'i, a''i und d'k, d''k durchschneiden sich auf der Kante g'g'', wie der Augenschein lehrt; dieses läßt sich aber auch durch Folgendes nachweisen: Verlängere im Profile die Linie h g bis zur Walmenlinie bei l, gehe von da in die Ausmittelung herab nach l' und l'' auf die Gratlinien, und gehe mit dem Forste I. parallel, so berühren beide Linien die Kante g'g'' in denselben Punkten, in welchen sich die Kehlen brechen.

Dasselbe Verfahren gilt auch für das Gebäude II. — Hier ist aber auch noch der Walmenpunkt m zu bestimmen, welcher nach der an Fig. 149 erklärten Weise gefunden wird. — Da die Dachneigung b m steiler als g b ist, so trifft die Verlängerung von m b bei n, also innerhalb des Gebäudes auf die Grundebene, wodurch sich die Gratlinie n'm' (in der Ausmittelung) ergiebt.

Noch ist zu bemerken, daß für II. der oberste Kehlpunkt bei o' liegen müßte, wenn der Forst über m hinaus nach o und die Dachlinie h b ebenfalls dorthin verlängert würde. Da aber die durch b h dargestellte Ebene durch b g in b ihre Begrenzung findet, indem beide Ebenen den Forst b'b'' bilden, so tritt das Gebäude II. oberhalb dieses Forstes frei auf und es steigt von b nach m der übrige Theil des Walmens n m in der dem Gebäude II. eigenthümlichen Profilirung in die Höhe.

Obgleich der Forstpunkt b (oder richtiger der Forst b'b'') sich als der natürlichste Punkt von selbst ergiebt, durch welchen die Länge des Gebäudes II. bestimmt wird, so ist es doch keinem Zweifel unterworfen, daß man ebenso richtig den Fuß des Walmens in d annehmen könnte.

151. In diesem Falle würde sich die Ausmittelung nach Fig. 151 gestalten. Von dem Punkte p, in welchem die von d sich erhebende

Digitized by Google

Walmlinie die Linie g b durchſchneidet, wird in der Ausmittelung 151.
die p'p'' beſtimmt, es entſtehen alſo zwei Kehlen mehr und die Dachconſtruktion hat etwas an Einfachheit verloren.

Wollte man das Dach II. ſo lang als möglich zu machen ſuchen, ohne jedoch das Manſardedach zu überſchreiten, ſo müßte man die Walmlinie von II. durch den Durchſchneidungspunkt g legen, wodurch ſich q als der Fuß des Walmes ergäbe, und das Gebäude um d q länger gedacht werden müßte. Der untere Theil d q g kann den gegebenen Umfaſſungslinien zufolge nicht wirklich vorhanden ſein und die Verlängerung geſchieht nur in der oberen Hälfte des Daches, wonach der Gewinn an körperlichem Inhalte nur unbedeutend wird.

In gleicher Weiſe könnte man das Gebäude II. kürzer an- 152
nehmen, wie es Fig. 152 darſtellt. — Die kürzeſte Form für die Tiefe eines freiſtehenden Hauſes iſt das Quadrat. In Fig. 150 iſt r s die Grundbreite zu einem ſolchen. — (Wäre im vorliegenden Falle nicht die Tiefe nebſt der Dachhöhe gegeben, ſo könnte man das Gebäude II. noch kürzer annehmen, nämlich auf die Grundbreite f s. Nunmehr würde aber aus der Länge des Gebäudes II. die Tiefe und f s zeigte dieſelbe an. Die Ausmittelung wird für dieſen Fall faſt ebenſo, wie wir ſie für die quadratiſche Grundform erklären wollen.) — Der Walmpunkt t iſt die Spitze einer Pyramide deren Grundfläche in Fig. 152 durch r's's''r'' bezeichnet iſt.

Die dem Manſardedache zugewendete Fläche r't'r'', Fig. 152, läßt auf der Fläche h f, in Fig. 150, eine wagerechte Kehle entſtehen und zwar in der Durchſchneidung der beiden Dachflächen h f und r t, welche mittelſt eines Zwiſchendaches überbaut werden muß.

Im Bezug auf dieſes Zwiſchendach wird beſtimmt, daß es mit b, dem Forſte des Manſardedaches, in gleicher Höhe liege.

Da die beiden Grate r't' und r''t' bei u' und u'', welche ſich im Profile, Fig. 150, durch den Punkt u ergeben, aus der unteren Dachfläche von h l treten, ſo giebt die Breite u'u'' auf dieſer Fläche die größte Breite für das Zwiſchendach an. —

Die noch zu ſuchenden Ausmittelungslinien finden ſich auf folgende Weiſe: trage die horizontale Breite für den Einfallspunkt w des Forſtes b w aus Fig. 150 in Fig. 152 von t' nach nach w' und ziehe die Kehlen u'w' und u''w'. Trage den Punkt

Digitized by Google

x aus Fig. 150 in Fig. 152 bei x′ auf und ziehe danach die zwei kurzen Kehlen von u′ und u″ bis an die Linie h′h″, und von den beiden erhaltenen Punkten ziehe ferner die beiden nach b′ laufenden Kehlen.

Daß die eben gemachte Ausmittelung richtig sei, wollen wir nun nachweisen, indem wir die dem Zwischendache angehörige Gebäudetiefe (das dritte Gebäude) aufsuchen oder bestimmen.

Demgemäß lege im Profile Fig. 150 durch den Punkt u eine wagerechte Linie, verlängere sie über ts hinaus, nimm die halbe Breite von u′u″ in Fig. 152 und trage sie aus dem Punkte β (senkrecht unter y, indem man jetzt diese senkrechte Linie als Mittellinie eines Profiles gelten läßt) nach z hinaus, so wird die gerade Linie yα die Dachneigung, und $\gamma\alpha$ die halbe Tiefe des dritten Gebäudes angeben; denn βy ist gleich der Höhe des Zwischendaches, βz gleich der halben Breite desselben und man hat hiernach die Proportion

$$\beta y : \gamma y = \beta z : \gamma \alpha$$

Die halbe Tiefe $\gamma\alpha$ trage in Fig. 152 aus dem Punkte y′ (welcher in Fig. 150 dem Einfallspunkte y entspricht) so auf, daß die Punkte $\alpha'\alpha''$ entstehen, und lege von da aus Linien nach δ' und δ'', so ist das dritte Gebäude seinem Umfange nach ermittelt. — Da ferner die Linie $\delta'\delta''$ mit r′r″, das ist die Grundlinie des Walmes r′t′r″, zusammenfallen muß, weil in Fig. 150 der Punkt r die Grenze des Gebäudes II. angiebt, so müssen die w′u′ und w′u″ in ihrer Verlängerung die Punkte δ' und δ'' treffen. — Ferner: des Mansardedaches Grundlinie f′f″ schneidet $\alpha'\delta'$ und $\alpha''\delta''$, folglich müssen die Verlängerungen der Kehlstücken x′u′ und x′u″ die beiden Punkte ε, ε treffen. — Endlich: die Verlängerung der Ebene bh in Fig. 150 schneidet in c die Grundebene, folglich müssen die nach b′ laufenden Kehlen in ihrer Verlängerung c′ und c″ treffen.

Die Bestimmung der Höhen- und Breitenmaße der verschiedenen Ausmittelungs- oder Durchschneidungspunkte, wie sie hier vorkommen, stützt sich ebenfalls auf die Aehnlichkeit der Dreiecke, welche durch deren sich schneidende Seiten entstehen.

Soll z. B. bestimmt werden, wie weit der Durchschneidungspunkt u in horizontaler Entfernung unter dem Forste b oder t, Fig. 150, liege, d. h. es sollen die Maße der Entfernungen von $\lambda\eta$ und $\lambda\vartheta$ bestimmt werden, welche in Fig. 152 den beiden Maßen vb′ und vt′ gleich sind. — Sobald aber der Punkt v bestimmt ist, lassen sich auch mittelst Proportionssatzes die Punkte u′ und u″ feststellen.

Digitized by Google

Zuvörderſt muß die Höhe λu in Fig. 150 entwickelt werden um das horizontale Maß $\lambda\vartheta$ zu finden. Fig. 153.

In Fig. 153, A, ſind die beiden Dreiecke ηfe und ϑrt, wie ſie in Fig. 150 liegen, beſonders herausgetragen, um ihr gegenſeitiges Verhalten anſchaulich machen und gehörig zergliedern zu können. 153.

In B wurden dieſelben beiden Dreiecke mit ihren Höhenlinien an einander gelegt, ſo daß das kleinere Dreieck ruf, deſſen Höhe λu, dem Dreiecke ruf in Fig. 150 congruent iſt.

Die Länge der Grundlinie rf in Fig. 150 läßt ſich leicht berechnen, wenn die Gebäudetiefen df und rs, und die Gebäudelänge fs bekannt oder gegeben ſind, nämlich es iſt

$$rf = rs - fs$$
$$r\vartheta = r\vartheta - rf$$
$$\eta f = \frac{df}{2}$$
$$\text{alſo } \eta\vartheta = \eta f + f\vartheta$$

das iſt in Fig. 153, A, die Länge der Grundlinie für beide Dreiecke ηfe und $r\vartheta t$.

Da nun die Grundlinie rf bekannt iſt, ſo kann die Maßbeſtimmung für den Punkt λ aus folgenden Proportionen entwickelt werden:

In Fig. 153, B, lege durch e parallel mit $t\sigma$ die Linie $e\tau$, ſo hat man

$$t\lambda : e\lambda = \lambda\sigma : \lambda\tau,$$

wird $\lambda\tau$ zu $\lambda\varrho$ addirt, ſo wird $\varrho\tau$ die Grundlinie für das große Dreieck $\varrho e\tau$, und man hat

$$\varrho\tau : \lambda e = fr : \lambda u$$

Sobald die Höhe λu bekannt iſt, ergiebt ſich auch die Entfernung des Punktes λ von r oder f, nämlich:

$$t\lambda : \lambda u = \lambda\sigma : \lambda r$$

wonach ſich nun die Entfernung des Pnnktes λ von ϑ beſtimmen läßt

$$\lambda\vartheta = r\vartheta - \lambda r$$

oder auch die Entfernung $\eta\lambda$; denn $\lambda r + \eta r = \eta\lambda$.

Ferner ſobald die Höhe λu bekannt iſt und in Folge derſelben λr, läßt ſich auch die Länge der wagerechten Kehle u'u" durch Rechnung finden, indem man die ähnlichen Dreiecke r'r"t' und u't'u", Fig. 152, mit einander vergleicht wie folgt:

$$r'''t' : vt' = r'r'' : u'u''$$
$$\text{denn } r'''t' = r\vartheta \text{ (Fig. 153, A)}$$
$$vt' = \lambda\vartheta$$
$$r'r'' = \text{Gebäudetiefe II.}$$

Sind die Erklärungsfiguren A und B, Fig. 153, nicht vorhanden, ſo werde die Grundlinie $r\vartheta$ (in A) mit b, und die Grundlinie $\varrho\tau$ (in B) mit B bezeichnet, ſo hat man nach Fig. 150 zuerſt folgende Proportion:

$$\vartheta t : \eta e = r\vartheta : b$$
$$\text{alſo } b = \frac{\eta e \,.\, r\vartheta}{\vartheta t}$$

hiernach wird $B = b + \eta f$.

Digitized by Google

Fig. Da die Länge von rf bereits früher ermittelt worden und nun als bekannt anzunehmen ist, so hat man für die Ermittelung der Höhe λu folgende Proportion

$$B : \eta e = rf : \lambda u$$

und wir haben vorhin gesehen, daß, sobald λu ermittelt war, die kleineren Grundlinien λf im △ λuf, und λr im △ λur gefunden werden können, in △ feη und △ fuλ hat man

$$\eta e : \lambda u = \eta f : \lambda f,$$

und in △ rtϑ und △ ruλ hat man

$$\vartheta\tau \,.\, \lambda u = r\vartheta : r\lambda$$

Soll die horizontale Entfernung des Punktes w', in Fig. 152, vom Mittel t berechnet werden, so ergiebt sich aus den im Profile Fig. 150 angenommenen oder gegebenen Höhenmaße für den Forst des Zwischendaches folgende Porportion:

da $\varphi w = \eta b$, so hat man

$$\vartheta t : \varphi w = r\vartheta : r\varphi$$

also $\varphi\vartheta = r\vartheta - r\varphi$

und $\varphi\vartheta$ in Fig. 150 = w't' in Fig. 152.

In derselben Weise wird vom Gebäude I. der Einfallspunkt des Forstes auf der Dachebene hg in seiner horizontalen Entfernung vom Forste b'b'' in Fig. 150, A, bestimmt, wobei die ähnlichen Dreiecke aηb und adα in Betracht kommen müssen, weil ηb und dα die Höhen der beiden Forste sind.

Sind im Mansardedache die Hauptmaße gegeben, als: die Balkenlänge df, die Kehlbalkenlänge gh, die Höhe der Kehlbalkenlage ηc und die ganze Dachhöhe ηb, sowie auch die Dachhöhe des Gebäudes I. dα, so muß vorher mittelst der beiden ähnlichen Dreiecke gcb und aηb die Grundlinie ηa durch folgende Proportion entwickelt werden:

$$bc : b\eta = gc : \eta a$$

Da nun ηa bekannt geworden, so hat man ferner

$$\eta b : d\alpha = \eta a : d a$$

mithin $\eta a = a\eta - ad$, wodurch die horizontale Entfernung des Punktes i vom Forste b'b'' ausgedrückt ist. —

Soll ferner der auf der Dachfläche gh befindliche Einfallspunkt des Walmens von II., dessen Fußpunkt in d liegt, berechnet werden, so hat man dasselbe Verfahren, wie für die Bestimmung des Punktes u, einzuschlagen. —

154. In Fig. 154, A, sind die hierbei in Betracht zu ziehenden Dreiecke ηab und 2d1 besonders herausgelegt. Ihre Seiten d1 und ab schneiden sich im Punkte p, dessen Höhe op zuerst zu entwickeln ist, wonach sich die Entfernung oη oder o2 finden läßt.

Denken wir uns die beiden Dreiecke mit ihren Höhen an einander gelegt, wie aob und do1 in Fig. 154, B, so kann man danach entweder erstens die Grundlinie da'' nach der Proportion

$$ob : o1 = oa : oa''$$

oder zweitens die Grundlinie d''a nach der Proportion

$$o1 : ob = od : od''$$

suchen.

Für den ersten Fall sind die beiden Dreiecke ad''b und a''d1, für den zweiten Fall die beiden Dreiecke a'd''b und a'd'p mit einander zu vergleichen,

Digitized by Google

um die Höhe op zu bestimmen, und man hat deshalb folgende Proportio- Fig.
nen: entweder a″d : a′d′ = o1 : op
oder ad″ : a′d′ = ob : op

Bei Aufsuchung dieser Linien hat man sich recht deutlich vorzustellen, was sie eigentlich bedeuten, oder wie sie entstehen.

Denken wir uns, es sei die Hülfsfigur B nicht vorhanden, so hat man für den ersten Fall nach dem Dreieck aηb in A und der Höhe 21 das Dreieck a″21 mittelst folgender Proportion zu suchen

ηb : 21 = ηa : 2a″

und für den zweiten Fall entsteht aus dem Dreiecke 2d1 und der Höhe ηb folgende Proportion

21 : ηb = 2d : ηd″

Diese zu suchenden Grundlinien sind in Fig. 150 gar nicht vorhanden und müssen erst hineingelegt werden, indem man die ihnen zugehörigen Höhenlinien zieht.

Es ist klar, daß auch in Fig. 153, B, die Grundlinie μσ für das Dreieck μσι gesucht werden konnte.

Die Zusammensetzung der Mansardedächer und die Bearbeitung derselben können keine größeren Schwierigkeiten darbieten, als die deutschen Dächer, da sie in allen Beziehungen denselben Gesetzen wie diese unterliegen, sie mögen rein prismatisch oder windschief sein. — Bei ihrer Bearbeitung hat man sich stets zu erinnern, daß sie aus Prismen bestehen, die nur theilweise vorhanden sind.

In Fig. 155 ist eine Zusammensetzung dreier Mansardedächer 155
von verschiedener Tiefe und Profilirung dargestellt.

Auch diese Ausmittelung ist ohne Profile nicht möglich. — Da das Gebäude I. rechtwinkelig vorliegt, so erscheint sein Profil A wie es wirklich ist. Für die beiden anderen legt man sich die Hülfsprofile B und C an, damit die Höhen- und Breitenmaße nach Erfordern gewonnen werden.

Vom Gebäude II. läuft aus dem Profile B der Forst a auf das obere Prisma im Profile A, und es ist klar, daß die wagerechte Entfernung des Einfallspunktes b vom Mittel c auf der Zulage von der Mittel- oder Forstlinie c′ nach b′ zu tragen ist, um das Ende des Forstes a′ zu bestimmen.

In gleicher Weise läuft von A die Dachkante d auf das obere Prisma in B; also ist die Breite ef in der Zulage vom Forste a′ nach f′ und f″ zu tragen und die durch diese beiden Punkte gezogenen Hülfslinien geben die Schnittpunkte mit der Dachkante d′ für die untersten Kehlpunkte auf dem oberen Prisma von I.

Digitized by Google

Da aber die oberste Dachfläche von B auch noch die untere Fläche von A erreicht, so trage die Höhe von g in das Profil A, so wird der Einfallspunkt h bestimmt. Von h wagerecht (auf dem Lehrsparren ist das „winkelrecht") nach dem Mittel c gemessen, und dieses Maß in der Zulage wieder winkelrecht von der Forstlinie c' nach g' und g'' aufgetragen, ergiebt die Einfallspunkte h' und h'', wodurch die Lage sämmtlicher Kehlen bestimmt ist.

Die Ausmittelungslinien für I. und III. werden ebenso gewonnen, und wie der Walmpunkt i zu finden ist, haben wir an Fig. 149 kennen gelernt. —

Hiermit sind die Hauptgrundzüge für die Ausmittelungen prismatischer und windschiefer Dachkörper hinlänglich angedeutet, und wir beschließen mit ihnen die Betrachtungen über diesen Gegenstand.

Digitized by Google

III.

Walzenförmige Dächer. Halbwalze und Walzenabschnitt.

Die Natur der gebogenen Dachflächen ist sehr leicht einzu- Fig.
sehen, sobald man sich die Eigenschaften und das Verhalten der ebenen und windschiefen Dächer gehörig deutlich gemacht hat; denn im Wesentlichen werden sie von denselben Gesetzen beherrscht. Auch werden dieselben Hülfsmittel, das Einlegen wagerechter und senkrechter Schnittebenen, die wir sogleich wieder näher ins Auge fassen, angewendet.

In dem halbkreisförmigen Dache (Bogen- oder Bohlendach) 156.
Fig. 156, A, sind zwei mit 1 und 2 bezeichnete wagerechte Ebenen eingelegt, welche den Umfang des Halbkreises in den vier Punkten a', b', a'', b'' berühren oder schneiden. Denkt man sich durch diese Punkte senkrechte Ebenen, so entstehen auf der Grundfläche ghik die Linien 33, 44, 55, 66, und auf der gebogenen Oberfläche hat man jedesmal auch eine Linie, welche mit der in der Grundfläche liegenden parallel liegt. — Da die Ebene 1 den Halbkreis in a'' und a' berührt und wagerecht liegt, der Kreis aber, sowie das gleichseitige, oder auch das gleichschenkelige Dreieck, eine symmetrische Figur ist, so haben die Punkte a'' und a' gleiche Entfernungen vom Mittel, folglich auch die im Grundrisse liegenden Linien 33 und 55.

Die beiden Linien 44 und 66, welche durch die Berührungspunkte b'' und b' entstanden sind, haben ebenfalls gleiche Entfernungen vom Mittel.

Die geradlinigen Sparren om und nm werden durch die eingelegten Schnittebenen 1 und 2 in drei gleiche Theile getheilt und legt man durch die Durchschneidungspunkte p und q senkrechte Schnittebenen, so wird auch die Grundlinie in gleiche

Digitized by Google

Theile getheilt. Beim Bogendache ist das aber anders; die horizontalen Breiten g3, 34, 4m u. s. f. sind einander nicht gleich, wie wir schon früher zu bemerken Gelegenheit hatten. Will man dagegen die Theilung im Grundrisse gleich haben, wie die Linien 7 und 8 anzeigen und die auf denselben senkrechten Schnittebenen, so entstehen auf der Halbkreislinie die Punkte d'', c'', c', d', und man sieht, daß diese Berührungspunkte ihrer senkrechten Entfernung nach in dem nämlichen Verhältnisse stehen wie die Punkte a'', b'', b', a' in ihrer wagerechten Breite vom Mittelpunkte.

Ferner ist klar, daß die Punkte d'', c'', c', d' mit den wagerechten Schnittebenen 1 und 2 nichts gemein haben können, denn sie liegen höher als diese. Die Bogenlinie bietet also in der gedachten Beziehung ganz andere Erscheinungen dar, als die geradlinige Dreiecksform, in welcher stets die senkrechte Theilung mit der wagerechten im Verhältnisse steht.

Die Auftheilung und Anlegung von Schnittebenen wird nöthig, wenn verschiedene Bogendächer zusammengesetzt werden.

Da bei den Bogendächern ganz so wie bei den prismatischen sich verstreckende Grate und Kehlen vorkommen, so wollen wir zuvörderst an einem einfachen Beispiele die Behandlung solcher Verstreckungen kennen lernen.

Legen wir in dem Grundrisse, Fig. 156, senkrechte Schnittebenen von beliebiger Länge und in beliebiger Richtung ein, z. B. ab, cd, ef, so durchschneiden dieselben die Hülfsschnittebenen 33, 44, 7, 8 und es entstehen neue Durchschneidungspunkte.

Denken wir uns das Bogendach nach der Linie ef durchschnitten, und wollen die Verstreckung dieser Schnittlinie darstellen, so legen wir in D die Länge der Linie ef mit allen auf ihr befindlichen Durchschneidungspunkten an, errichten in jedem derselben eine senkrechte Linie und tragen darauf aus dem Profile A die senkrechten Höhen für a'', b'', d'', c'', m', c' u. s. f. — Wäre das Dach prismatisch, so würden die verstreckten (länger gewordenen) Sparrenlinien m'e und m'f an denselben Stellen die wagerechten Ebenen durchschneiden, durch welche die senkrechten Hülfslinien gehen.

Im Bezug auf die Verstreckung der Dachlinie herrscht zwischen den ebenen und gebogenen Dächern eine genaue Uebereinstimmung, d. h. sie stehen im Verhältniß zu ihrer Grund- oder

Digitized by Google

Schnittlinie. Je länger diese ist, desto länger ist auch die Ver- Fig.
streckung der Dachlinie. Die Profile B und C bestätigen dasselbe.

Die Einlegung der horizontalen und verticalen Schnittebene wird öfters auch so angewendet, daß man die Bogenlinie selbst in gleiche Theile theilt und die Ebenen durch die so erhaltenen Theilungspunkte gehen läßt. Häufiger stellt sich uns die Aufgabe: durch irgend einen beliebigen Punkt eine Schnittebene zu legen. Keineswegs erwächst uns etwa eine Schwierigkeit dadurch, vielmehr überhebt uns solches der oft sehr lästigen Theilung mit dem Zirkel.

Da die Bogendächer im Wesentlichen denselben Gesetzen wie die prismatischen Dächer folgen, so ist es nicht ohne Nutzen, bei vorkommenden Ausmittelungen sich die prismatischen Gestalten gewissermaßen als Gerippe hinein zu denken, so wie es an Fig. 145 und 146 bereits angedeutet wurde.

Schon unter Fig. 8 und 9, Tafel I, lernten wir die Ausmittelungslinien für das Walmdach und die Widerkehr kennen, und fanden die vollkommenste Uebereinstimmung sowohl für das halbkreisförmige, als auch für jedes andere Bogendach.

Diese beiden Figuren lehren uns folglich, daß die Ausmittelungslinien ganz dieselben bleiben, wenn Gebäude von gleicher Tiefe und gleichem Profile einander durchdringen, und es ist klar, daß z. B. nach den Figg. 90, 92, 94—97 die Ausmittelungen unverändert bleiben, welche Bogenform oder welches Profil das Dach nur immer haben mag.

Fig. 157, Taf. XV, stellt ein halbkreisförmiges Dach dar, 157.
dessen gebogene Oberfläche in abcd ausgelegt ist. Dieselbe wird gefunden, wenn man ad gleich dem Umfange des Halbkreises macht, also: da $ad = r \cdot \pi$, so ist der Inhalt der gebogenen Oberfläche $= r \cdot \pi \cdot ad$, oder, wenn L die Länge des Gebäudes bedeutet, $= r\pi L$.

Werden in diesen Grundriß zwei Schnittlinien af und ge so eingelegt, daß gaef ein Quadrat wird, so wird die Grundfläche feag in vier gleiche Dreiecke zerschnitten; die Zerlegung der Oberfläche ist aber eine andere, wovon wir uns am deutlichsten überzeugen, wenn wir beide Schnittlinien herauslegen. — Die Construktion ist einfach folgende: Theile den Umfang des Halbkreises in beliebig viele Theile, so klein, daß die Länge eines

Digitized by Google

Fig. solchen Theiles, deren hier vierzehen angenommen sind, einer geraden Linie nahe kömmt, und trage die Anzahl derselben von a nach d auf. Aus dem Profile ziehe von den erhaltenen Theilungspunkten 1, 2, 3, 4 u. s. f. in den Grundriß herab gerade Linien parallel mit den Langseiten, so schneidet eine jede derselben die Schnittlinien af und ge; hiernach ziehe in der ausgelegten Fläche abcd ebenfalls durch die Punkte 1, 2, 3, 4 u. s. f. mit den Langseiten parallele Linien. Durch die Durchschneidungspunkte auf af und ge ziehe winkelrecht von ab, welche der Reihe nach innerhalb der Fläche abcd die Punkte 1′, 2′, 3′, 4′ u. s. f. ergeben und die beiden krummen Linien a7′d und e7′h erzeugen. Diese beiden krummen Linien theilen die gebogene Oberfläche in vier krummlinige Dreiecke, deren je zwei congruent sind, nämlich: a7′d ≅ e7′d, a7′e ≅ h7′d.

Aus der vorhergehenden Figur wissen wir, daß jede solche Schnittlinie über af oder ge eine halbe Ellipse ist, deren lange Achse die Schnittlinie und deren Höhe die Dachhöhe oder der Radius des Profiles ist. Ihre Länge wird demnach bestimmt durch folgenden Ausdruck:

$\frac{af + a'g}{2} \cdot \pi$ und das ist auch die Länge einer ausgelegten Linie a7′h.

Der Quadratinhalt der Fläche a7′e wird gefunden, wenn man den Quadratinhalt des Dreieckes aie mit 2 multiplicirt.

Denken wir uns das Quadrat aefg, Fig. 157, von vier Flächen, wie a7′e überdeckt, so erhalten wir ein halbkreisförmiges Walmdach, und der Inhalt seiner Oberfläche ist $= ae^2 \cdot 2$

158. Der Kubikinhalt dieses Dachraumes, Fig. 158, ist $= ae^3 \cdot \frac{1}{3}$, oder der Kubikinhalt über eia ist $= ea \cdot \frac{r^2}{3}$

Der Theil des Cylinders, welcher durch die Schnittlinien aie ausgeschnitten wird, ist der vierte Theil desselben, daher der letztere ein Viertelscylinderausschnitt genannt wird.

Vier dergleichen bilden das halbkreisförmige Walmdach, welches in seiner Gestalt dem geschlossenen Kreuzgewölbe oder Klostergewölbe gleicht. Siehe die Fig. 157 und 158.

159. Eine ganz andere Dachform entsteht, wenn man denjenigen Theil des Cylinders (Walze), welcher zwischen den Schnittebenen ai und gi, Fig. 157, liegt, zu einer Zusammensetzung benutzt, wie Fig. 159 darstellt. Diese Dachform gleicht dem offenen Kreuzgewölbe, von welchem der vierte Theil seiner Oberfläche in a7′d, unter Fig. 157 ausgelegt ist.

Die Ausmittelungslinien sind wie für Fig. 158 dieselben.

Digitized by Google

Der Quadratinhalt der gebogenen Oberfläche einer Schildfläche (wie dieselbe in a7′d ausgelegt ist) ist gleich $\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$ r . h, wenn h = 77′ = r. Fig.

Es ist aber $\frac{\pi}{2} - 1 = \frac{3{,}14}{2} - 1 = 1{,}57 - 1 = 0{,}57$.

Da das Kreuzgewölbe vier dergleichen Flächen hat, so hat man für die gesammte Oberfläche 4 . 0,57 . r . h = 4,56 . r . h.

Bei mehr Decimalstellen wird diese Formel auch genauer, wie folgt: 1,1415 . rh . 4 = 4,5664 . r . h, und da in dem Quadrate h = r, so hat man die Oberfläche des Kreuzgewölbes = 4,5664 . r²

Der Kubikinhalt eines solchen Dachkörpers wird bestimmt, indem man den Körper of7im gleichsetzt dem Ausdrucke $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}\right)$ r² . h; da nun dieser Körper achtmal vorhanden ist, so hat man, wenn h = r

$$8 . \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}\right) . r^2 . h =$$
$$8 . (0{,}785 - 0{,}333) . r^3 =$$
$$8 . 0{,}452 . r^3 =$$
$$3{,}616 . r^3.$$

Eigenthümlich und ganz anders gestaltet sich das Dach, wenn, wie Fig. 160, sein Profil aus einwärts gebogenen Linien gebildet wird. — Ist es ein Giebeldach, d. h. ist es ohne Abwalmung, so liegt sein Forst tu wie in jeder anderen Ausmittelung dem Gebäude entlang. Die Sparrenlänge ist gleich dem vierten Theile der Kreislinie. 160.

Der Quadratinhalt der Oberfläche (Dachfläche) ist also =

$$ag . \frac{\pi}{4} . 2 . ut = d . \frac{\pi}{2} . l = r . \pi . l$$

Der Kubikinhalt des Dachraumes ist, wenn T die Gebäudetiefe, h die Dachhöhe und l die Länge bedeuten, gleich

$$\left(T . h - \frac{r^2 . \pi}{4} . 2\right) . l =$$
$$\left(T . h - \frac{r^2 . \pi}{2}\right) . l$$

Da hier h = r und T = d, so läßt sich dieser Ausdruck kürzer fassen, wie folgt:

Die Kreisfläche verhält sich zu seinem ihn umschließenden Quadrate wie 11 : 14; wird die Kreisfläche vom Quadrate abgezogen, so bleiben $\frac{3}{14} = 0{,}214\ldots$ übrig und man hat demnach für den Querschnitt

T . h . 0,214 oder d . r . 0,214 oder r² . 0,428

also für den Kubikinhalt desselben Daches

= r² . 0,428 . l

Zerschneidet man diesen Dachkörper nach den Diagonalen af und ge und setzt vier Theile wie aie zusammen, so entsteht das „chinesische Walmdach", Fig. 161. 161.

Digitized by Google

Fig. Die Oberfläche dieses Daches ist der Oberfläche des offenen Kreuzgewölbes gleich, wovon man sich zunächst durch die ausgelegten Flächen in Fig. 157 und 160 überzeugen kann. Die Fläche **ean**, Fig. 160, zerfällt nach der Linie **mn** in zwei Theile, welche einzeln genommen den Theilen **a77'** und **d77'** der Fläche **ad7'**, Fig. 157, congruent sind. Eine solche Hälfte bildet in Fig. 159 die gebogene Fläche **o7e** und in Fig. 161 ebenfalls.

Die Oberfläche ist demnach $= r^2 \cdot 4{,}5664$.

Zerlegt man diesen Dachkörper in acht congruente Theile und bringt dieselben mit ihren gebogenen Flächen auf das Kreuzgewölbe, so entsteht ein Parallelepipedum, welches d^2 zur Grundfläche und r zur Höhe hat; sie bilden demnach die Ergänzung für jenes. Der Kubikinhalt wird also bestimmt durch folgenden Ausdruck:

$$d^2 \cdot r - r^3 \cdot 3{,}616$$

indem man das volle Kreuzgewölbe von dem Parallelepiped abzieht. —

Kürzer stellt sich der Kubikinhalt des chinesischen Daches durch folgende Formel dar:

$$r^3 \cdot 0{,}384$$

162 Läßt man zwei Gebäude von gleicher Tiefe durcheinander gehen und gibt ihnen das Profil von Fig. 160, so erhält man die Dachform von Fig. 162. Die Grundform derselben liegt schon in Fig. 10, Tafel I, und die Ausmittelungslinien ändern sich ebenfalls nicht; denn das Profil hat auf die Ausmittelung keinen Ein-
163. fluß. — Der Grundriß, oder die Ausmittelung dazu liegt in Fig. 163, welche nichts anderes als der mittlere Theil **abcd** der unter Fig. 10 dargestellten Durchdringung zweier Dächer von einerlei Profil ist.

Bei der Berechnung der Oberfläche und des Kubikinhaltes dieses Daches hat man wohl Acht zu geben, daß man sich nicht eine falsche Grundform für dieselbe denke.

Die Oberfläche ist nicht der unter Fig. 161 gleich, sondern der von Fig. 158. Denn der Theil **sen7** ist dem Theile **isn7** in Fig. 158 vollkommen gleich. Zerlegt man also den Dachkörper Fig. 162 nach seinen beiden Forsten mittelst senkrechter Schnittebenen und bringt diese vier Theile in umgekehrter Lage auf Fig. 158, so bilden sie die Ergänzungen des Parallelepipeds, in welchem letzteres enthalten ist.

Demnach findet man die Oberfläche, wenn man die Grundfläche mit 2 multiplicirt; also $7a^2 \cdot 2$.

Und den Kubikinhalt findet man, wenn man den Würfel, dessen Länge gleich **7a**, halbirt und davon den dritten Theil des Würfels abzieht; also

$$\frac{7a^3}{2} - \frac{7a^3}{3}$$

164 Die geradlinige Grundform für dieses Dach liegt in Fig. 164

und 165, deſſen Querſchnitt ein gleichſeitiges Dreieck iſt. Die Beſtandtheile dieſes Daches ſind leicht zu erkennen. Fig. 165.

Wie mannichfaltig die Dachung über derſelben Ausmittelung (Fig. 163) ſein kann, zeigt Fig. 166, welcher das Profil des perſiſchen Daches zu Grunde gelegt iſt. — Sie iſt eine Zuſammenſetzung der unter Fig. 159 und 162 dargeſtellten Formen. 166.

Wie alles Formenſpiel unendlich, und eine Form in der anderen enthalten iſt, oder aus ihr hervorgeht, ſo iſt jede neu erhaltene Form die Mutter einer folgenden. Setzt man zu ſolchen Vermiſchungen noch ein anderes Element, z. B. eine aus der Mitte des Daches ſich erhebende Pyramide, ſo beginnt abermals ein endloſes Formenſpiel.

Unwillkührlich ſtoßen wir hierbei auf eine Bemerkung, welche laut werden zu laſſen ich nicht umhin kann. Die Conſequenz eines einfachen Naturgeſetzes ſtellt den denkenden, ſchaffenden Menſchen dem Urheber aller Formen gleich. Die Formen ſind gegeben, ſie aufzufinden, zu ordnen und zu den Zwecken der Menſchheit zu verwenden, iſt die Aufgabe des Künſtlers. Wie der Schöpfer aus einem nebeligen Dunſtballe Millionen verſchiedener Welten ſchuf, ſo legt der Künſtler die einfachſten Linien zuſammen und bildet Formen, welche wohlgefällig auf unſer Auge wirken, das aſthethitiſche Gefühl reizen und unſeren Geiſt zum Nachdenken auffordern.

Wie thöricht erſcheint einer ſolchen einfachen Betrachtung gegenüber das Bemühen: die Dachung eines Gebäudes unſichtbar zu machen, während ſich jeder verſtändige Menſch ſagen kann, daß unſere Wohnungen eines Daches nicht entbehren können. Unſere Altvorderen waren in dieſem Bezuge etwas klüger als wir. Schauen wir hinauf auf die Ueberreſte der alten Burgen, oder noch in gutem Zuſtande verbliebenen Schlöſſer, und an die Kirchen und Dome, ſowie an die Wohnhäuſer des Mittelalters — wie herrlich gruppiren ſich an ihnen die Gebäudemaſſen mit ihren Dächern, Giebeln, Zinnen, Balkonen, Schlöten u. ſ. f. — Phantaſtiſche Gebilde der Vorzeit! Sie ſind die lebenden Zeugen eines herrlichen Ideenreichthumes.

Werden die Formen unter Fig. 158 und 161 mit einander in Verbindung gebracht, ſo entſteht die Spitzkuppel, Fig. 167; ſie iſt alſo ein Product des abgewalmten Bohlendaches und des chineſiſchen Daches. Aber auch in Fig. 166 iſt dieſe Form ent- 167.

Digitized by Google

halten, und sie ist deutlich zu erkennen, wenn man daselbst die Kehllinien aufsucht, welche mit den Gratlinien von Fig. 167 zusammenfallen. Die bisher betrachteten Dachkörper sind entstanden aus den Walzenschnitten, die wir an Fig. 157 und 160 kennen lernten. Sie sind hier in ihrer größten Einfachheit gezeigt, indem ihr Grundriß ein Quadrat ist. Legen wir statt dessen ein Polygon unter, so entstehen wiederum neue Formen.

Nehmen wir dazu noch statt der Kreislinie eine aus freier Hand gezogene Schwingung, dann wird die Mannichfaltigkeit der Formen erst recht groß Leider hat man sich früher mit ihrer Ausbildung zu wenig beschäftigt. Der Gewölbebau zog im Mittelalter alle Aufmerksamkeit auf sich und die Baumeister jener Zeit wendeten sich ihm mit einer Ausdauer zu, welche in mehr als einer Hinsicht unsere Bewunderung erregt; während die gesammte Zimmerkunst schlummerte und nur in ihrer rohesten Einfachheit in Anwendung gebracht wurde. Bald auch, nachdem der Spitzbogenstyl verschwand und das hohe deutsche Dach dem Baustyle nicht mehr entsprach, erkannte man dasselbe nur noch als eine sehr lästige Zugabe. Jetzt fing man an andere Dachformen aufzusuchen, Philibert Delorme veröffentlichte seine Bohlenconstruktionen, und Mansard erfand die gebrochenen Dächer, welche sich bis in die neuere Zeit herauf erhalten haben; auch schuf die Periode des Zopfstyles wunderliche Formen. Da aber immerhin die Zimmerkunst in ihrer Kindheit verblieb, so blieb auch die Aufgabe, das Gebäude mit einem schönen Dache zu zieren, unvollständig gelöst. — In der jüngsten Zeit hat sich das geändert. Flache Schiefer- und Metalldächer schmücken unsere Bauten, sogar das Ziegeldach ist ohne Nachtheil niedriger geworden, und da die Holzconstruktionen eine höhere Ausbildung gefunden haben, so sind alle Schwierigkeiten, mit denen unsere Vorfahren zu kämpfen hatten, überwunden.

Wir sind sonach auf einem Standpunkte angelangt, der uns möglich macht, zierliche Dachformen zu erfinden, sowie auch dieselben auf den sinnreichsten Holzconstruktionen ruhen zu lassen.

Sobald der Baukünstler es nicht unter seiner Würde hält, letztere ebenso wissenschaftlich wie den Gewölbebau zu studiren, wird ihm die Bearbeitung des Daches nichts Lästiges mehr sein!

Die Dachformen gehen mit den Gewölbeformen Hand in Hand, wie wir schon an den letzt betrachteten Figuren gesehen

Digitized by Google

haben. — Es macht sich nöthig, diesen Gegenstand weiter zu Fig.
verfolgen, denn die gebogenen Dächer unterliegen allen den Veränderungen und Zusammensetzungen, die wir im vorigen Abschnitte an den geradlinigen Dachkörpern kennen lernten, und die Vermischung der verschiedenen Formen bietet hier dem Künstler ein eben so weites Feld dar, wie dort.

Die Bogendächer bilden demnach mit den geradlinigen eine Parallele, der wir nur einige der wesentlichsten Fälle entnehmen, um die Art und Weise zu zeigen, wie die Ausmittelungslinien gefunden werden. Die Ausmittelungslinien sind hier natürlich ganz anders gestaltet, denn sie sind krumme Linien, mit Ausnahme der an Walmseiten liegenden.

Suchen wir also in der unter Fig. 168, **A**, vorliegenden Aus- 168.
mittelung zunächst die Walmen, und wenden das bereits in Fig. 18 u. f. angedeutete Verfahren an, so finden wir, daß die Durchschnittslinien für die Ausmittelungslinien des großen, wie des kleinen Daches gerade Linien werden. Theilen wir in **B** den kleinen Kreis in eine beliebige Anzahl gleiche Theile und tragen die Hälfte derselben in **C** auf und winkeln dieselben aus beiden Profilen in die Ausmittelung, so ergeben sich die Gratlinien, welche nicht anders als gerade sein können. — Theilen wir ebenso die Bogenlinie des großen Daches in beliebig viele Theile, z. B. 4, 5, 6, so erhalten wir ebensowohl für den rechtwinkeligen, als auch für den schiefen Walmen dasselbe Resultat; denn der schiefe Walmen ist ein Theil derselben Walze, deren Profil in **C** dargestellt ist. —

Die Zeichnung der Ansicht von dem schiefen Walmen in **B** ist leicht herzustellen, indem man nur von den Durchschneidungspunkten 7, 8 u. s. f., welche sich für die Ausmittelungslinien der Grate ergeben, hinauf zu winkeln braucht.

Jede dieser Gratlinien ist der vierte Theil einer wirklichen Ellipse, welche sich nach der Ausmittelungslinie des Grates und der Dachhöhe (= dem Halbmesser der Walze) berechnen läßt, indem beide Linien als halbe Achsen der Ellipse gelten.

Forstlinien gibt es nicht, aber andeuten müssen wir, wo sie liegen könnten, und sie sind auch für die Bestimmung der Walmenpunkte nöthig.

Für die Gewinnung der Kehllinien gilt Folgendes: Von den schon vorhandenen Theilungspunkten 1, 2, 3 u. f. auf dem kleinen

Digitized by Google

Bogen, lege in dem Profile C parallel mit der Grundlinie — d. i. wagerecht — Schnittebenen ein, welche die Oberfläche der großen Walze zweimal schneiden, z. B. die durch 3 gelegte, schneidet dieselbe in a und d und bestimmt dadurch die Einfallspunkte der Forst- oder Scheitellinie; die zweite Ebene schneidet in b und e u. s. f. Nun winkelt man von den Punkten a, b, c, d, e, f im Profile C, und von den Punkten 1, 2, 3, 2, 1, in Profil B in die Ausmittelung herab, so ergeben sich z. B. von den Punkten 1 und f oder c, von 2 und e oder b, von 3 und d oder a Durchschneidungen, durch welche die krummen Kehlen gelegt werden müssen.

Diese Kehlen haben eine zweifache Biegung, denn sie gehören zweien Walzen an, welche in verschiedener Richtung einander durchdringen, und verschiedene Krümmung haben. — Eine solche Kehle bildlich darzustellen, oder vorzulegen, machen wir von g nach h einen Schnurschlag, winkeln die Punkte i, k auf denselben und legen die Linie gh z. B. in D besonders aus. Die auf gh (in A) übergewinkelten Punkte i und k werden mit aufgetragen, und die Höhenlinien ho, k2, i1 entsprechen ihrer Höhe nach den Linien n3, p2, q1; also ist g12o die eine Krümmung, und mittelst der geraden lm, welche mit go parallel liegt, wird die andere Krümmung bestimmt. — Das Verfahren ist dem unter Fig. 45 I. und II. kennen gelernten ganz gleich.

Das Auslegen der gebogenen Dachflächen bleibt dem Verfahren nach ganz dasselbe, wie es unter Fig. 157 und 160 erklärt wurde; auch ist es einerlei, ob das Dach zum Profile einen Halbkreis oder nur ein Kreisstück habe. Die gebogene Linie, welche das Profil umschließt, wird in gleiche Theile getheilt, welche, wie dort, auf eine gerade (winkelrechte) Linie getragen werden, z. B. in E auf no, in F auf pq, in G auf rs (no ist die Länge des Halbkreises nach dem Durchmesser in A, pq desgleichen nach p'q', und rs ist die Länge des Viertelskreises nach dem Halbmesser rs in A). Auf den durch die Theilpunkte rechtwinkelig gelegten Linien werden die Schnittpunkte der Ausmittelungslinien, wie z. B. die mit 7,8 und 9,10 bezeichneten Abstände, angegeben. — Im Profile C treffen die beiden Einfallspunkte d und a nicht mit der Theilung auf dem Halbkreise zusammen, deshalb sind sie in E besonders nachzutragen, um die Punkte h und n zu erhalten.

Digitized by Google

Wegen der Kleinheit der Zeichnung wurde der große Halb- Fig.
kreis in 8, und der kleinere in 6 Theile getheilt, aber genauer wird die Auslegung der Dachflächen, wenn man mehr Theile, oder doch mindestens deren 11 annimmt, da diese Zahl mit π (d. i. $\frac{22}{7}$ oder 3,14) übereinstimmend ist; da wir jedoch stets auch die Forst- oder Scheitellinie in der Ausmittelung mit angeben müssen, so nimmt man am bequemsten 12 als Theilzahl der Halbkreislinie. Diese Zahl ist auch in rechnerischer Beziehung die vortheilhafteste, weil sich, auf geometrische Construktionen gestützt, die Eintheilung mit Sicherheit schnell herstellen läßt, wie wir nachher sehen werden.

Daß mit den Bogendächern dieselben Zusammensetzungen nach verschiedenen Gebäudetiefen und mit verschiedenen Profilen vorgenommen werden können, bedarf wohl kaum der Andeutung, sowie daß das Formenspiel sich immer mehr erweitert, je mehr Grundformen (Elemente) uns zu Gebote stehen.

Wesentliche Grundform ist die halbe Walze (der Halbkreis), 169.
abgeleitete Formen sind der flache, der gothische, Taf. XVI., Fig. 169 und 170, der persische, der chinesische Bogen u. s. f. —

Jeder Kreisabschnitt giebt den Querschnitt eines flachen Bogens. In Fig. 169 hat derselbe eine Sehne ab, welche die Basis eines gleichseitigen Dreieckes und sehr leicht zu bestimmen ist, indem der Halbmesser des Kreises sechsmal auf den Umfang getragen wird. Die Höhe cd ist gleich der Hälfte des Halbmessers, also $= \frac{r}{2}$ oder $\frac{d}{4}$, folglich ist die Höhe des gleichseitigen Dreieckes gleich $\frac{3}{4}$ des Durchmessers, also $d \cdot \frac{3}{4}$ oder $r \cdot \frac{3}{4}$, wovon man sich überzeugt, wenn man z. B. durch den Punkt g mit fb eine Parallele legt.

Der Flächeninhalt dieses Kreisabschnittes bestimmt sich daher, wenn man vom Inhalte des Kreises den des gleichschenkeligen Dreiecks abzieht und den Rest durch drei dividirt; also

$$\left(r^2 \cdot \pi - \frac{ab \cdot cd}{2}\right) : 3$$

Ist für diesen Fall nur der Durchmesser oder der Halbmesser gegeben und soll die Linie ab durch Rechnung gefunden werden, so hat man in dem rechtwinkeligen Dreiecke mcb die Hypothenuse $mb = r$ und die Cathede $mc = \frac{r}{2}$, also $cb = \sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2}$, oder multiplicirt man diese Gleichung mit 2, so hat man $ab = \sqrt{d^2 - r^2}$, was auch durch die Zeichnung bestätigt

Digitized by Google

wird, wenn man von a nach f eine gerade Linie legt. In dem rechtwinkeligen Dreiecke fab ist fb = d, af = r.

Da auch ac die mittlere Proportionale zwischen ec und cd ist, also ec : ca = ca : cd, so hat man $ca^2 = ec \cdot cd$, also $ca = \sqrt{ec \cdot cd}$, und da $ec = \frac{3}{4}d$ und $cd = \frac{1}{4}d$, so ist $ca = \sqrt{\frac{3}{4}d \cdot \frac{1}{4}d}$, folglich

$ab = 2\sqrt{\frac{3}{4}d \cdot \frac{1}{4}d}$

Der Quadratinhalt des gleichseitigen Dreieckes aeb bestimmt sich daher, wenn für ab der eben gefundene Ausdruck eingesetzt wird, wie folgt

$$= \frac{(2\sqrt{\frac{3}{4}d \cdot \frac{1}{4}d}) \cdot ce}{2} = (\sqrt{\frac{3}{4}d \cdot \frac{1}{4}d}) \cdot \frac{3}{4}d$$

Für die folgenden Erklärungen ist es zweckdienlich, die Resultate der eben gefundenen Formeln in Zahlen darzustellen, und das Verhältniß aufzusuchen, in welchem das gleichseitige Dreieck zum Kreise steht.

Es sei der gebebene Durchmesser = 1, so hat man

für den Inhalt des Kreises	und	für den Inhalt des △
$r^2 \cdot \pi =$		$(\sqrt{\frac{3}{4}d \cdot \frac{1}{4}d}) \cdot \frac{3}{4}d =$
$0{,}5^2 \cdot 3{,}14 =$		$\sqrt{0{,}75 \cdot 0{,}25} \cdot 0{,}75 =$
$0{,}25 \cdot 3{,}14 =$		$\sqrt{0\,1875} \cdot 0{,}75 =$
0,785		0,433... . 0,75 =
		0,32457 oder wenn man nur drei Decimalstellen annimmt =
		0,324

Wenn also der Quadratinhalt des Kreises = 0,785, so enthält das Dreieck 0,324, was sich figürlich folgendermaßen darstellt:

○ : △ = 0,785 : 0324

oder

△ : ○ = 0,324 : 0785

Dividirt man die größere Verhältnißzahl durch die kleinere, so findet man, daß die Kreisfläche 2,419 mal größer als die Dreiecksfläche, oder die Dreiecksfläche 2,419 mal kleiner als die Kreisfläche ist.

0,324 | 0,785 = 2,419...
0,648
1370
1296
640
325
3150
1625

Durch diese aufgelöste Verhältnißzahl finden wir den Quadratinhalt des Dreiecks, wenn die Kreisfläche bekannt ist, indem wir die letztere durch 2,419 dividiren, denn 0,785 : 2,419 = 0,324, und umgekehrt finden wir die Kreisfläche, wenn wir die Dreiecksfläche mit 2,419 multipliciren.

Den Quadratinhalt des Kreisabschnittes finden wir hiernach folgendermaßen:

(0,785 — 0,324) : 3 =
0,461 : 3 =
0,153...

Digitized by Google

Da nun auch dieser Kreisabschnitt in unveränderlichem Verhältnisse zu seinem Kreise, oder zu dem Dreiecke steht, so lassen sich hierfür ebenfalls Verhältnißzahlen suchen, und zwar hat man

$$\bigcirc : \frown = 0{,}785 : 0{,}153$$

und lös't man dieses Verhältniß in einen Decimalbruch (wie nebenstehende Division zeigt) auf, so ergiebt sich, daß der Kreisabschnitt 5 065 mal kleiner als die Kreisfläche ist.

$$\begin{array}{r|l} 153 & 785 = 5{,}065\ldots \\ \hline & 765 \\ \hline & 100 \\ & 1000 \\ \hline & 918 \\ \hline & 820 \\ & 765 \\ \hline & 55 \end{array}$$

Hat man also den Quadratinhalt eines beliebigen Kreises, und dividirt denselben durch 5,065, so erhält man den Quadratinhalt des Kreisabschnittes, dessen Sehne die Basis eines im Kreise liegenden gleichseitigen Dreieckes ist.

In derselben Weise läßt sich die Verhältnißzahl zwischen dem Kreisabschnitte und dem gleichseitigen Dreiecke entwickeln.

Aber auch die Linien, nämlich der Durchmesser, die Sehne **a b**, und die Höhen des Dreieckes, sowie des Kreisabschnittes stehen in bestimmten Verhältnissen zu einander, von denen wir nur das eine, nämlich des Durchmessers zur Sehne betrachten wollen, da aus diesem sich die anderen von selbst ergeben.

Schon vorhin wurde erklärt, daß die Sehne $\mathbf{a\,b} = \sqrt{\mathbf{d^2 - r^2}}$ oder auch $= 2\sqrt{\frac{3}{4}\,\mathbf{d} \,.\, \frac{1}{4}\,\mathbf{d}}$; lösen wir diese Formeln in Zahlen auf, so erhalten wir

$$\sqrt{d^2 - r^2} = \quad \text{oder} \quad \sqrt{\tfrac{3}{4}\,d \,.\, \tfrac{1}{4}\,d} =$$

$$\sqrt{1^2 - 0{,}5^2} = \qquad 2\sqrt{\tfrac{3}{4}\,d \,.\, 1 \,.\, \tfrac{1}{4} \,.\, 1} =$$

$$\sqrt{1 - 0{,}25} = \qquad 2\sqrt{0{,}75 \,.\, 1 \,.\, 0{,}25 \,.\, 1} =$$

$$\sqrt{0{,}75} = \qquad 2\sqrt{0{,}75 \,.\, 0{,}25} =$$

$$0{,}866 \qquad 2\sqrt{0{,}1875} =$$

$$2 \,.\, 0{,}433 =$$

$$0{,}866$$

das heißt: wenn der Durchmesser $= 1$, so ist die Sehne $\mathbf{a\,b} = 0{,}866$, man hat also $\mathbf{d : s = 1 : 0{,}866}$

und lös't man durch Division dieses Verhältniß auf, so findet man, daß die Sehne 1,23 mal kleiner als der Durchmesser ist, oder umgekehrt: der Durchmesser ist 1,23 mal größer als die Sehne.

$$\begin{array}{r|l} 0{,}866 & 1{,}000 = 1{,}230\ldots \\ \hline & 0\,800 \\ \hline & 2000 \\ & 1732 \\ \hline & 2680 \\ & 2598 \\ \hline & 820 \end{array}$$

Hiernach läßt sich die eine Linie aus der anderen schnell finden, indem man die eine gegebene nur mit der gefundenen Verhältnißzahl zu multipliciren oder zu dividiren braucht.

Wäre nun für einen solchen Kreisabschnitt (dessen Sehne die Basis des gleichseitigen Dreiecks im Kreise ist) die Höhe **c d** durch Rechnung zu suchen, so muß man sich erinnern, daß dieselbe $= \frac{\mathbf{d}}{4}$ ist, und man hat demnach

Digitized by Google

Fig. $cd = \frac{1 \cdot 1{,}23}{4} = 0{,}307$

Löst man wiederum beide Verhältnißzahlen durch Division auf (1,23 : 0,307), so findet man die Höhe 4,006 mal kleiner, oder die Sehne soviel mal größer. —

Endlich auch stehen die Seiten, oder die Höhen zu dem Quadratinhalte dieser Figuren in bestimmten Verhältnissen, welche sich ebenfalls entwickeln lassen, indem man die Zahl 1 als Grundzahl annimmt und nach ihr die verschiedenen Längen- und Flächengehalte sucht. Da wir dieses bereits gethan, so wollen wir nur beispielsweise die Verhältnisse aufsuchen, welche zwischen dem Quadratinhalte des Kreisabschnittes **abd** und dessen Sehne, sowie der Höhe, bestehen:

Ist der Kreisdurchmesser = 1, so ist

der Quadratinhalt des Abschnittes = 0,153
die Länge der Sehne **ab** = 0,866
die Länge der Höhe = 0,307.

Wäre nun für einen solchen Kreisabschnitt nur die Sehne gegeben, so fände man den Quadratinhalt desselben, indem man die Sehne mit 0,176 multiplicirt (denn 0,153 : 0,866 = 0,176); wobei jedoch zu bemerken ist, daß die Rechnung richtiger wird, wenn noch mehr Decimalstellen gesucht werden, da 0,866 . 0,176 = 0,152416, also nicht vollständig 0,153 erscheint. Indeß ist für unsere Zwecke ein solcher Fehler durchaus unwichtig.

Wäre nur die Höhe **cd** gegeben, so findet man den Quadratinhalt des Kreisabschnittes wenn man, da $cd = \frac{1}{4}$ Durchmesser, das Viersache von **cd**, das ist der Durchmesser selbst, mit 0,153 multiplicirt; denn 0,153 : 1 = 0,153.

Solche Verhältnißzahlen lassen sich für alle regelmäßigen Figuren suchen.

Der Kreisabschnitt, dessen Sehne die Basis eines gleichseitigen Dreiecks ist, ist uns deshalb merkwürdig, weil, wenn man ihn seiner Höhe cd nach in zwei congruente Theile zerlegt, und dieselben so zusammensetzt, daß die Linie ac mit bc zusammenfällt,
170. **der Spitzbogen, Fig. 170, entsteht. Die Höhe on ist der halben Sehne ab gleich und die Basis ik = 2cd = r.**

Der eigentliche Spitzbogen enthält immer ein gleichseitiges Dreieck, denn legt man von i und k nach n gerade Linien, so ist in = ik, kn = ki.

Es ist natürlich, daß der **Quadratinhalt dieser Fläche** dem des Abschnittes **abd** gleich ist, und dieselben Verhältnißzahlen für die Berechnung desselben anzuwenden sind.

Ist demnach **ik** gegeben, das ist der halbe Kreisdurchmesser, und soll der Quadratinhalt gefunden werden, so hat man 2 . **ik** . 0,153

Oder ist **on** gegeben, d. i. die halbe Sehne **ab**, so hat man 2 . **on** . 0,176

Soll aber, wenn **ik** gegeben ist, **die Höhe on** gefunden werden, so hat man **ik** . 0,866; und umgekehrt findet sich **ik** aus **cn**, wenn man **on** durch 0,866 dividirt.

Wir haben hiermit zwei der regelmäßigsten Bogendachformen betrachtet und ihre Eigenschaften kennen gelernt. Daß es außer

Digitized by Google

ihnen, bei demſelben Durchmeſſer, unendlich viele andere giebt, alſo Fig.
auch die Zuſammenſetzungen derſelben ebenſo verſchiedenartig werden, und daß nicht allein Dachkörper, deren Profile aus Halbkreiſen oder Kreisabſchnitten beſtehen, ſondern auch dieſelben wieder mit ſolchen, deren Profile geradlinig ſind, in Verbindung gebracht werden können, verſteht ſich von ſelbſt. Eine Reihenfolge ſolcher Vermiſchungen aufſtellen zu wollen, würde eine unfruchtbare Arbeit ſein, aber einige derſelben wollen wir doch bearbeiten, um die bei den verſchiedenen Anforderungen ſich ergebenden Ausmittelungen zu ſehen.

Schon unter Fig. 9 wurde angedeutet, daß, wenn die Gebäudetiefen einer Widerkehr gleich ſind und das Dachprofil ſich nicht ändert, die Ausmittelung dieſelbe bleibt, ſei das Dach gerad- oder krummlinig. Abweichungen in den Ausmittelungen können alſo erſt da erſcheinen, wo verſchiedene Gebäudetiefen zuſammen kommen. Die vorkommenden Abweichungen beſtehen hauptſächlich nur in der verſchiedenen Krümmung der Linien, welche bei Durchdringung ſolcher Dachkörper entſtehen. Das Verfahren, dieſe Linien aufzuſuchen oder darzuſtellen, bleibt dasſelbe, wie es unter Fig. 168 erklärt wurde.

Setzen wir zwei verſchieden große Rundbogendächer zu einer 171.
Widerkehr zuſammen und walmen dieſelbe ab, Fig. 171, ſo kann ſich die Walmenfläche an der Widerkehr mit dem kleineren Bogendache nicht vereinigen (wie das an Dächern mit ebenen Flächen der Fall iſt), und es entſtehen zu beiden Seiten des kleineren Daches gebogene Kehlen.

In Fig. 172 ſind verſchieden profilirte Dächer von ungleicher 172.
Tiefe aber gleicher Höhe zu einer Widerkehr verbunden; dieſe beiden Dachkörper verhalten ſich aber im Bezuge auf die Abwalmung an der Widerkehr anders zu einander, als die vorigen, und der Unterſchied liegt ganz einfach darin, daß in Fig 172 C, ab, die Walmlinie des Hauptgebäudes innerhalb des Profiles für das Seitengebäude liegt und erſt bei c aus dieſem Dachkörper tritt, daſelbſt alſo eine wagerechte Kehle bildet, die in der Ausmittelung mit de bezeichnet iſt; der Durchſchnittspunkt c beſtimmt dieſelbe. — Da jedoch wagerechte Kehlen unter allen Umſtänden vermieden werden müſſen, ſo verlängert man die große Walze vom Walmpunkte b bis zum Forſte des Seitenflügels, damit die Scheitellinie fb bis nach g gehe. — Der hier zu ermittelnde Walzen-

Digitized by Google

172. schnitt ist nun nicht anders, als wir ihn bereits in voriger Figur sahen; denn wir denken uns die Kreislinie hg nach i hinaus fortgesetzt, als einer größeren Walze angehörig.

Diese Ausmittelung kann auch anders ausgeführt werden, indem man den Walmen kml wegläßt und die gebogene Fläche nopk über knl hin verlängert, wodurch auch die Kehle nk vermieden wird. Man verlängert nämlich die Schnittlinien bis 1 und 2 im Profile C und geht von da in die Ausmittelung herüber, wodurch sich der krumme Grat nl ergiebt. — Hierdurch ist die Ausmittelung einfacher, und demzufolge vortheilhafter und richtiger geworden. Der dem Spitzbogendache angehörige Körper knlm ist nun ganz beseitigt. In der Ansicht B verschwinden dann ebenfalls die Linien nmk.

173. Anders wird die Ausmittelung in der Widerkehr, wenn, wie in Fig. 173, C, das Profil des schmäleren Flügels sich über die Walmenfläche ab erhebt. — In solchem Falle setzt man die Bogenlinie ac fort, bis sie in d die Forstlinie schneidet; cd ist Verfallung. — Um in der Ausmittelung A die Linie cedec zu erhalten, kann man im Profile C einen oder mehrere Punkte, z. B. e annehmen, trägt seine Höhe fe in B auf, zieht die horizontale ee, und winkelt nun sowohl aus B als aus C in die Ausmittelung herüber, so erhält man die Schnittpunkte e, e, d u. s. f., wodurch die Ausmittelungslinie bestimmt ist.

174. Ist jedoch die Höhe des Hauptdaches so groß, daß die fortgesetzte Linie abc den Forst de nicht erreicht, so muß eine dritte Verbindungslinie (eine neue Dachlinie für die Abwalmung) zwischen b und e gesucht werden. Wie dies geschieht, ist unter D gezeigt. Es sei abc die verlängerte Kreislinie des Profiles für den Seitenflügel, de der Forst des Hauptdaches, so lege durch b und durch den Mittelpunkt des Kreises abc, hier f, eine gerade Linie; hierauf nehme man die Länge be in den Zirkel und schlage bei g und h kurze Kreisstücke, und lege durch beide Durchschnittspunkte eine gerade Linie, welche die verlängerte bf in i schneidet; i ist dann der Mittelpunkt für das Kreisstück be. — Tritt hierbei jedoch der Fall ein, daß der Anfallspunkt k zu nahe an b liegt und die gesuchte Linie mln, welche die Verlängerung von bf schneiden soll, mit dieser sehr wenig convergirend läuft, so daß der Durchschneidungspunkt beider in ungeheurer Entfernung läge, so greifen wir, auch noch aus anderen Gründen, zu anderen

Digitized by Google

Hülfsmitteln die Ausmittelung zu vollenden. — Im Profile C liegt der Anfallspunkt des gesuchten Kreisstückes nicht im Walmpunkte e, sondern in k, was hier sich ganz zufällig annehmen ließ. — Auf der neuen Bogenlinie nimmt man beliebig oder in gleichen Theilen die Punkte 1, 2 an, trägt ihre Höhen in B auf und verfährt wie in voriger Figur. Fig.

In der Wirklichkeit wird ein solcher Gratsparren äußerst mühsam herzustellen sein; ich erinnere hierbei an die Construction der Bohlensparren. — Aus Bohlen können sie nicht angefertigt werden, es sei denn, daß sie, wie die krummen Treppenwangen, von starkem Holze ausgearbeitet würden. Ueberdies bietet eine solche schiefaufsteigende krumme Linie wohl keinen sonderlich schönen Anblick dar.

Wir thun in diesem und ähnlichen Fällen besser, wenn wir, wie in Fig. 175, welche ganz dieselbe Dachung darstellt, jedes der beiden Dächer für sich allein behandeln und durch ein Zwischendach verbinden. — Dasselbe wird auf folgende Weise entwickelt: im Profile C, Fig. 174, schneidet die eigentliche Walmenlinie a m e die vertikale Mittellinie b x im Punkte m, wonach x m die Höhe des Forstes a b, in Fig. 175, bestimmt. Zwischen o und m hat man sich dieselbe Kreislinie zu denken, wie zwischen a und m; die beiden Kreisstücke a m und o m haben also denselben Radius wie das Hauptdach, daher die Kehle q s ebenso geradlinig wird, als die Grate p q, s t, t u; nur die beiden Kehlen s v und u v werden krummlinig.

Somit habe ich die Hauptfälle der walzenförmigen Dachungen hervorgehoben. Alle übrigen Zusammensetzungen gründen sich auf dieselben.

Durchdringen sich z. B. zwei verschieden tiefe Dächer a b c und d e f, Fig. 176, so wissen wir, daß ein drittes Gebäude c h f g, also 176
auch ein neues Profil für dasselbe entstehen müsse. Dieser Fall bietet durchaus nichts Anderes dar, als Fig. 168 und 171; denn es ist ganz einerlei, ob der Seitenflügel an der Langseite, oder an der Walmseite anlaufe, da das Element der Biegung dasselbe ist. —

Von hier an beginnt nun wieder das Spiel der Zusammensetzungen verschiedener Gebäudetiefen, wie es uns von Taf. X an bekannt geworden ist; sie können in den verschiedensten Richtungen, und mit den verschiedensten Profilen einander durchdringen. Wir können sie auch mit geradlinigen Profilen in Verbindung bringen

Digitized by Google

und dadurch das Formenspiel zu einer immer größeren Ausdehnung gelangen lassen.

Eine Reihenfolge dieser möglichen Zusammensetzungen aufstellen zu wollen, würde ein unfruchtbares Bemühen sein, da einestheils die Grundsätze und Verfahrungsarten die bisher kennen gelernten sind, und anderntheils die Reihe der Zusammensetzungen ins Unendliche getrieben werden kann. Wir begnügen uns deßhalb mit der Andeutung der Hauptmotive.

Im Bezug auf die Darstellung der Ausmittelung, Fig. 176, habe ich nur noch zu erwähnen, daß dieselbe einzig aus dem Querprofile gewonnen und dabei einfach auf folgende Weise zu Werke gegangen wurde.

Durch die beiden Scheitel 1 und 4, sowie durch den Durchschnittspunkt 2 und durch einen beliebigen Punkt 3 sind die horizontalen Schnittebenen gelegt und bis an den großen Kreis verlängert worden. Von den Durchschnittspunkten, welche mittelst dieser Ebenen an den beiden kleineren Kreisen entstehen, geht man rechtwinkelig in die Ausmittelung herüber und trägt auf die so erhaltenen Hülfslinien die horizontalen Entfernungen **ik**, **mn**... und **po**, **qr**..., welche in der Ausmittelung mit denselben Buchstaben bezeichnet sind.

Ehe wir zu einem anderen Gegenstande übergehen, ist noch die Frage: „wie sich der Kubikinhalt des Körpers über **tho** bestimmen lasse," zu beantworten.

Hierzu machen sich einige Erklärungen nöthig, zu denen die Figg. 177 und 178, Taf. **XVII**, dienen.

Eine allgemein gültige Formel dafür aufzustellen, ist unmöglich, da die Zusammensetzungen möglichst verschieden sein können, wie die Figg. 179—184 genügend darthun; denn der Körper **abc** hat in jeder derselben andere Gestalt und Größe. — Aber eine Erleichterung oder Abkürzung in der Berechnung können wir uns schaffen, wenn wir den zu berechnenden Körper in Sectionen zerlegen.

Die bequemste Eintheilung hinsichtlich der Berechnung bewirken wir, indem wir den ganzen Kreisumfang in 24 gleiche Theile, den Halbkreis also in 12 dergleichen zerlegen. Fig. 177.

Schließen wir mittelst der beiden Halbmesser **mϱ** und **mf** ein Quadrat, so halbirt die Diagonale in **c** den Viertelskreis.

Errichten wir auf den Halbmessern die gleichseitigen Dreiecke **ϱma** und **fmb**, so sind **fa**, **ab**, **bϱ** drei gleiche Theile.

Folglich wird auch das Kreisstück **ab** in **c** halbirt, und es ist **ac** = **cb** = $\frac{1}{24}$ der ganzen Kreislinie, oder = $\frac{1}{12}$ der Halbkreislinie.

Um die Verhältnißzahlen hierfür zu finden, nehmen wir den Durchmesser **if** = 1, also den Halbmesser = 0,5 an.

Digitized by Google

Nun haben wir im rechtwinkeligen Dreiecke **mnc**, dessen Hypothenuse = **r**

$$nc = mn = \sqrt{\frac{mc^2}{2}} = \sqrt{\frac{r^2}{2}}$$
$$= \sqrt{\frac{0{,}5^2}{2}}$$
$$= \sqrt{\frac{0{,}25}{2}}$$
$$= 0{,}353...$$

Im gleichseitigen Dreiecke **mbf**, dessen Seite = **r**

$$hb = \sqrt{mb^2 - mh^2}$$
$$= \sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2}$$
$$= \sqrt{0{,}5^2 - 0{,}25^2}$$
$$= \sqrt{0{,}25 - 0{,}0625}$$
$$= \sqrt{0{,}1875}$$
$$= 0{,}433...$$

oder nach einer obigen Erklärung:

$$r : 1{,}23 =$$
$$0.5 : 1{,}23 =$$
$$0{,}433$$

Die Entfernung des Punktes **b** von der senkrechten Mittellinie $m\varrho = mh = \frac{r}{2}$

Im gleichseitigen $\triangle$ **mϱa** ist die Entfernung des Punktes **a** von der Linie $m\varrho = mg = hb$, und die senkrechte Entfernung $ga = mh$

Durch die Bestimmung der drei Punkte **a, b, c** wird die Seite **ac** oder **cb** bekannt, wie folgt:

Im rechtwinkeligen $\triangle$ **aoc** ist

$$ao = mg - mn$$
$$= 0{,}433 - 0{,}353$$
$$= 0{,}08$$

und $oc = nc - ga$
$$= 0{,}353 - 0{,}25$$
$$= 0{,}103.$$

Es ist aber **ac** die Hypothenuse des rechtwinkeligen Dreieckes **aoc**, also hat man

$$ac = \sqrt{ao^2 + oc^2}$$
$$= \sqrt{0{,}08^2 + 0{,}103^2}$$
$$= \sqrt{0{,}0064 + 0{,}010609}$$
$$= \sqrt{0{,}017009}$$
$$= 0{,}1304...,$$ d. i. eine Seitenlänge am Umfange des 24 Ecks.

Nun ist noch für den Punkt **d** die horizontale und die vertikale Entfernung **me** und **ed** zu bestimmen.

In dem rechtwinkeligen Dreiecke **idf** ist **df** die mittlere Proportionale zwischen **if** und **ef**, daher findet sich **ef** durch folgende Proportion

Digitized by Google

$$\mathbf{if} : \mathbf{df} = \mathbf{df} : \mathbf{ef}$$
$$1 : 0{,}1304 = 0{,}1304 : \mathbf{ef}$$

folglich

$$\mathbf{ef} = 0{,}1304^2 : 1$$
$$= 0{,}017004...$$

Da $\mathbf{ie} = \mathbf{if} - \mathbf{ef}$, so hat man

$$\mathbf{ie} = 1 - 0{,}017004$$
$$= 0{,}98299...$$

Da ferner $\mathbf{ed}$ die mittlere Proportionale zwischen $\mathbf{ie}$ und $\mathbf{ef}$, so hat man

$$\mathbf{ie} : \mathbf{ed} = \mathbf{ed} : \mathbf{ef}$$

folglich

$$\mathbf{ed} = \sqrt{0{,}98299 \;.\; 0{,}017004}$$
$$= 0{,}1293...$$

Für die Entfernungen des Punktes $\mathbf{k}$ gelten dieselben Maßbestimmungen wie für den Punkt $\mathbf{d}$, nämlich $\mathbf{ml} = \mathbf{ed}$, $\mathbf{lk} = \mathbf{me}$; $\mathbf{me}$ aber findet sich wenn der Halbmesser von $\mathbf{ie}$ abgezogen wird. Also

$$\mathbf{me} = \mathbf{ie} - \mathbf{r}$$
$$= 0{,}982 - 0{,}5$$
$$= 0{,}482$$

Die gefundenen Höhen- und Breitenmaße übersichtlich aufzustellen, diene folgende Wiederholung:

$$\mathbf{ed} = \mathbf{ml} = 0{,}1293$$
$$\mathbf{ga} = \mathbf{mb} = 0{,}25$$
$$\mathbf{nc} = \mathbf{mn} = 0{,}353$$
$$\mathbf{hb} = \mathbf{mg} = 0{,}433$$
$$\mathbf{lk} = \mathbf{me} = 0{,}482$$

Denken wir uns nun durch die Punkte $\mathbf{d}$, $\mathbf{a}$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{k}$ horizontale Schnittebenen gelegt, so zerlegen wir den Halbkreis in sechs Sectionen **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**, deren Flächeninhalt wir der Reihe nach jetzt bestimmen wollen.

Die Section **A** oder $\mathbf{k}\nu\varrho$ ist ein Kreisabschnitt, dessen Sehne $\nu\mathbf{k} = \mathbf{2ml}$. Ihren Flächeninhalt finden wir, indem wir von dem Kreisausschnitte $\nu\varrho\mathbf{km}$ das $\triangle\, \nu\mathbf{km}$ abziehen. — Im 24. Ecke enthält ein Centriwinkel $\varrho\mathbf{mk} = 360 : 24 = 15$ Grade, folglich fallen dem Kreisausschnitte $\varrho\mathbf{mk}\nu$ 30° zu, und wir haben für den Kreisabschnitt

$$\mathbf{r}^2 \;.\; \pi \;.\; \frac{30}{360} - \triangle\, \nu\mathbf{km} =$$

$$\mathbf{r}^2 \;.\; \pi \;.\; \frac{1}{12} - \frac{\nu\mathbf{k} \;.\; \mathbf{lk}}{2} =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{1}{12} - \frac{2\mathbf{ed} \;.\; \mathbf{lk}}{2} =$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{1}{12} - 0{,}1293 \;.\; 0{,}482 =$$

$$\frac{11}{168} - 0{,}06232 =$$

$$0{,}06547 - 0{,}06232 =$$

$$0{,}00315 = \text{Quadratinhalt der Section } \mathbf{A}.$$

Bemerk. $\frac{11}{168}$ in einen Decimalbruch verwandelt $= 0{,}06547...$

Digitized by Google

Die Section B oder $b\lambda\nu k$ wird in ihrem Flächeninhalte bestimmt, wenn von dem Kreisabschnitte, dessen Sehne λb ist, der Kreisabschnitt auf νk abgezogen wird. — Der Bogen auf λb ist doppelt so groß als der Bogen auf νk, also der Centriwinkel $\lambda m b = 4 \,.\, 15 = 60$ Grade. Die Rechnung wird demnach folgende:

$$r^2 \,.\, \pi \,.\, \frac{60}{360} - (\triangle\, \lambda m b + A) =$$

$$r^2 \,.\, \pi \,.\, \frac{1}{6} - \left(\frac{\lambda b \,.\, hb}{2} + 0{,}00315\right) =$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{1}{6} - \left(\frac{0{,}5 \,.\, 0{,}433}{2}\right) + 0{,}00315 =$$

$$\frac{11}{84} - 0{,}1114 =$$

$$0{,}13095 - 0{,}1114 =$$

$0{,}01955 =$ Quadratinhalt der Section B.

In gleicher Weise werden die übrigen Sectionen entwickelt; wir haben also: für die Section C

$$r^2 \,.\, \pi \,.\, \frac{6 \,.\, 15}{360} - \left(\triangle\, \varepsilon m c + r^2 \,.\, \pi \,.\, \frac{1}{6} - \triangle\, \lambda m b\right) =$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{1}{4} - \left(\frac{2mn \,.\, nc}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{1}{6} - \frac{\lambda b \,.\, bh}{2}\right) =$$

$$\frac{11}{56} - \left(0{,}353 \,.\, 0{,}353 + \frac{11}{84} - \frac{0{,}5 \,.\, 0{,}433}{2}\right) =$$

$$0{,}19642 - (0{,}1246 + 0{,}13095 - 0{,}10825) =$$

$$0{,}19642 - 0{,}1473 =$$

$0{,}04912$ Quadratinhalt der Section C.

Für die Section D

$$r^2 \,.\, \pi \,.\, \frac{8 \,.\, 15}{360} - (\triangle\, \gamma m a + \text{Kreisabschnitt auf } \varepsilon c) =$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{1}{3} - \left(\frac{2mg \,.\, ga}{2} + r^2 \,.\, \pi \,.\, \frac{1}{4} - \frac{2mn \,.\, cn}{2}\right) =$$

$$\frac{11}{42} - \left(0{,}433 \,.\, 0{,}25 + \frac{11}{56} - 0{,}353^2\right) =$$

$$0{,}2619 - \left(0{,}10825 + 0{,}19642 - 0{,}1246\right) =$$

$$0{,}2619 - 0{,}18007 =$$

$0{,}08183$ Quadratinhalt der Section D.

Für die Section E

$$r^2 \,.\, \pi \,.\, \frac{10 \,.\, 15}{360} - \left(\triangle\, \alpha m d + \text{Kreisabschnitt auf } \gamma a\right) =$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{5}{12} - \left(\frac{2me \,.\, ed}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{1}{3} - \triangle\, \gamma m a\right) =$$

$$\frac{55}{168} - \left(0{,}482 \;.\; 0{,}1293 + \frac{11}{42} - 0{,}433 \;.\; 0{,}25\right) =$$

$$0{,}32738 - (0{,}06232 + 0{,}2619 - 0{,}10825) =$$

$$0{,}32738 - 0{,}21597 =$$

$0{,}11141$ Quadratinhalt der Section E.

Digitized by Google

Fig. Für die Section F

$$r^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} - \text{Kreisabschnitt auf } \alpha d =$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{5}{12} - \triangle \alpha m d\right) =$$

$$\frac{11}{28} - \left(\frac{55}{168} - 0{,}482 \cdot 0{,}1293\right) =$$

$$0{,}39285 - (0{,}32738 - 0{,}06232) =$$

$$0{,}39285 - 0{,}26667 =$$

0,12779 Quadratinhalt der Section **6.**

Uebersichtlich geordnet enthalten sämmtliche Sectionen

0,00315	die Section	**A.**
0,01955	„ „	**B.**
0,04912	„ „	**C.**
0,08183	„ „	**D.**
0,11219	„ „	**E.**
0,12779	„ „	**F.**
0,39363	zusammen.	

Da sämmtliche Sectionen den Halbkreis ausmachen, also an Flächeninhalt 0, 785 : 2 = 0,3925 betragen müßten, so haben wir durch obige Rechnung 0,00113 zu viel erhalten, was seinen Grund darin hat, daß bei Ermittelung der zu subtrahirenden Dreiecke nicht genau genug hat verfahren werden können, indem immer nur 5 Decimalstellen für dieselben gesucht wurden. Bedenkt man dagegen, daß die Verhältnißzahl π zu $\frac{22}{7}$ angenommen, ebenfalls nicht vollständig genau ist, so kann man diesen unbedeutenden Rechnungsfehler passiren lassen.

Nimmt man dagegen die Verhältnißzahl π zu 3,14 an, so erhält man noch weniger, weil $\frac{22}{7}$, in einen Decimalbruch verwandelt, mehr Decimalstellen ergiebt.

177. Ist der Halbkreis, Fig. 177, das Profil eines Daches, welches mit einem größeren Bogendache, wie Fig. 168 u. dgl., in Verbindung steht, so hat man die Schnittebenen bis an die Bogenlinie des größeren Daches fort zu führen; in Fig. 178 sind die Einfallspunkte oder Schnittpunkte immer mit denselben Buchstaben, mit einem Beizeichen versehen, angegeben.

Der zu ermittelnde Körper ist hier $\varrho f \varrho'$, welcher durch die Schnittebenen dd', aa' u. s. f. in ebensoviele Sectionen zerlegt wird, als die Kreisfläche, Fig. 177, und wir bezeichnen dieselben hier ebenfalls mit **A, B** u. s. f.

Zur Bestimmung des körperlichen Inhaltes ist nur noch nöthig, die Längen der Sectionen, $\varrho\varrho'$, kk', bb' u. s. f. aufzusuchen, da der Flächeninhalt der Sectionen bekannt ist und mit denselben multiplicirt werden muß.

Sämmtliche Sectionen betrachten wir als Prismen, deren Querschnitt je mit der mittleren Länge multiplicirt wird, wobei aber wohl zu berücksichtigen ist, daß die Sectionen **B** bis **F** (mit alleiniger Ausnahme von **A**), Fig. 177,

Digitized by Google

eine jede immer aus zwei Prismen, nämlich aus einem vierseitigen und einem dreiseitigen Prisma besteht. So ist der Querschnitt der Section **B**. ein Langrechteck $\mu\nu kp$, und zwei Dreiecke $\lambda\mu\nu + bpk$.

Der Flächeninhalt des Rechteckes $\mu\nu kp = \nu k \,.\, pk$, es ist aber $\nu k = 2 \,.\, ml$, $pk = lk - hh$, man hat also

$$\begin{aligned} \mu\nu kp &= 2ml \,.\, lk - hh \\ &= 2 \,.\, 0.1293 \,.\, 0,482 - 0,433 \\ &= 0,2586 \,.\, 0,049 \\ &= 0,01267 \end{aligned}$$

Demnach ist der Flächeninhalt beider Dreiecke $\lambda\mu\nu + hpk =$

$$0,01955 - 0,01267 =$$
$$0,00688$$

So wie wir uns die Querschnittsfläche der Section **A** aus zwei Dreiecken $\nu\sigma\varrho = \varrho\sigma k$ bestehend, welche ein Dreieck $\nu k\varrho$ bilden, denken, ebenso denken wir uns nun bei der Berechnung die beiden Dreiecke $\lambda\mu\nu$ und kpb der Section **B** zusammengerückt.

In der Section **C** haben wir folgenden Querschnitt für das vierseitige Prisma

$$\begin{aligned} \lambda b \,.\, \lambda\zeta &= 2\,mh \,.\, hb - cn \\ &= 2 \,.\, 0,25 \,.\, 0,433 - 0,353 \\ &= 0,5 \,.\, 0,08 \\ &= 0,04 \end{aligned}$$

und für das dreiseitige Prisma, dessen Grundfläche $2 \,.\, \varepsilon\zeta\lambda$

$$0,04912 - 0,04 =$$
$$0,00912$$

In der Section **D**

für das vierseitige Prisma

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon \,.\, \varepsilon c &= nc - ga \,.\, 2mn \\ &= 0,353 - 0.25 \,.\, 2 \,.\, 0,353 \\ &= 0,103 \,.\, 0,706 \\ &= 0,07271 \end{aligned}$$

und für das dreiseitige Prisma

$$0,08183 - 0,07271 =$$
$$0,00912$$

In der Section **E**

für das vierseitige Prisma

$$\begin{aligned} \beta\gamma \,.\, \gamma a &= ga - ed \,.\, 2mg \\ &= 0,25 - 0,1293 \,.\, 2 \,.\, 0,433 \\ &= 0,1207 \,.\, 0,866 \\ &= 0,10452 \end{aligned}$$

Bemerkung 1) Die Querschnitte der dreiseitigen Prismen in den Sectionen **C** und **D** sind einander gleich, weil $\gamma\delta = \lambda\zeta$, $\delta\varepsilon = \zeta\varepsilon$ u. s. f.

Bemerkung 2) Die Querschnitte der dreiseitigen Prismen in **E** und **B** sind einander gleich, weil $\beta\gamma = \lambda\mu$, $\alpha\beta = \mu\nu$ u. s. f., jedoch erscheint hier durch die Unvollständigkeit der Rechnung mit Decimalbrüchen die kleine Differenz von 0,00001.

Digitized by Google

für das dreiseitige Prisma

$$0{,}11141 - 0{,}10452 = 0{,}00689$$

In der Section **F**

für das vierseitige Prisma

$$re \,.\, ed = 2 \,.\, me \,.\, ed = 2 \,.\, 0{,}482 \,.\, 0{,}1293 = 0{,}12464\ldots$$

für das dreiseitige Prisma

$$0{,}12779 - 0{,}12464 = 0{,}00315$$

Bemerkung. Die Querschnitte der dreiseitigen Prismen in **F** und **A** sind einander gleich, weil $r\alpha = \nu\sigma$, $ir = \sigma\varrho$ u. s. f.

Die Zahlenwerthe der Querschnittsflächen für die in Prismen zerlegten Sectionen geordnet stellen sich folgendermaßen dar:

Querschnittsflächen der Prismen,

	der vierseitigen	der dreiseitigen
in der Section	**A.** 0,0	 0,00315
„	**B.** 0,01267 . . .	 0,00688
„	**C.** 0,04	 0,00912
„	**D.** 0,07271 . . .	 0,00912
„	**E.** 0,10452 . . .	 0,00689
„	**F.** 0,12464 . . .	 0,00315

Nach der Ermittelung der vorstehenden Verhältnißzahlen wird es uns möglich, den Kubikinhalt der in Fig. 178 vorgezeichneten Prismen **fd'd**, **dd'a'a**, **aa'c'c** u. s. f. f. zu berechnen, nachdem die Längenmaße **d'd**, **a'a**, **c'c** u. s. f. f. gesucht worden sind, was nun geschehen kann.

Denken wir uns von den Schnittpunkten **d'**, **a'**, **c'**, **b'**, **ϱ'** die Radien **d'm**, **a'm** u. s. f. f. gezogen, und fällen die Vertikalen **d'u**, **a'v**, **c'w**, **b'x** u. s. f. f., so haben wir

für die Länge $dd' = fu = r - \sqrt{(r^2 - ud^2)}$

„ „ „ $aa' = fv = r - \sqrt{(r^2 - va^2)}$

„ „ „ $cc' = fw = r - \sqrt{(r^2 - c'w^2)}$

„ „ „ $bb' = fx = r - \sqrt{(r^2 - xb'^2)}$

„ „ „ $kk' = fy = r - \sqrt{(r^2 - yk'^2)}$

„ „ „ $\varrho\varrho' = fz = r - \sqrt{(r^2 - z\varrho'^2)}$

Die Auflösung dieser Formelausdrücke in Zahlenwerthe kann erst dann stattfinden, wenn nach einem bestimmten Maßstabe gezeichnet und gerechnet wird. Und diese Längen finden wir immer anders, je verschiedener der Radius ist. Es müssen deshalb auch in jedem Falle dieselben besonders entwickelt werden, während die Eintheilung, wie wir sie unter Fig. 177 kennen lernten, mit allen dort gesuchten Zahlenwerthen unveränderlich bleibt.

Zur Erläuterung und größeren Deutlichkeit wollen wir einen Fall in Zahlen berechnen und uns dabei der oben entwickelten Verhältnißzahlen bedienen.

Die aneinander stoßenden Dachkörper seien halbkreisförmig wie in Fig. 168, oder 171 und 176, und zwar sei

Digitized by Google

in Fig. 177 der Durchmesser d = 16 Fuß
„ „ 188 „ „ D = 24 „

Die Flächeninhalte verschiedener Kreise stehen im Verhältniß zu dem Quadrate ihrer Durchmesser, also auch der Flächeninhalt proportionirter Kreisabschnitte, und wir haben für die Querschnittsflächen der Sectionen

	für das vierseitige	für das dreiseitige Prisma
in A.	. . . . .	. . $1^2 : 16 = 0{,}00315 : x$ $= 256 \cdot 0{,}00315$ $= 0{,}8064\square'$
in B.	$= 16^2 \cdot 0{,}01267$ . . . . $= 256 \cdot 0{,}01267$ $= 3{,}24352\square'$	. . $= 16^2 \cdot 0{,}00688$ . . . . $= 256 \cdot 0{,}00688$ $= 1{,}76128\square'$
in C.	$= 16^2 \cdot 0{,}04$ . . . . . $= 10{,}24\square'$	. . $= 16^2 \cdot 0{,}00912$ $= 2{,}33472\square'$
in D.	$= 16^2 \cdot 0{,}07271$ . . . . $= 18{,}61376\square'$	. . $= 16^2 \cdot 0{,}00912$ $= 2{,}33472\square'$
in E.	$= 16^2 \cdot 0{,}10452$ . . . . $= 26{,}75712\square'$	. . $= 16^2 \cdot 0{,}00689$ $= 1{,}76384\square'$
in F.	$= 16^2 \cdot 0{,}12464$ . . . . $= 31{,}90784\square'$	. . $= 16^2 \cdot 0{,}00315$ $= 0{,}8064\square'$

Bemerkung. Das Quadrat des Durchmessers wird je mit der betreffenden Verhältnißzahl multiplicirt.

Die Höhenlinien ed, ga, nc u. s. f. werden durch folgende Proportionssätze bestimmt:

$1 : 16' = 0{,}1203 : ed$
$ed = 16' \cdot 0{,}1293$
$= 2{,}0688'$
$ga = 16 \cdot 0{,}25$
$= 4'$
$nc = 16 \cdot 0{,}353$
$= 5{,}648'$
$hb = 16 \cdot 0{,}433$
$= 6{,}928'$
$lk = 16 \cdot 482$
$= 7{,}712'$

Bemerkung. Der Durchmesser wird mit der Verhältnißzahl der verschiedenen Höhen multiplicirt, um das Höhenmaß zu bestimmen.

Mittelst der so eben gefundenen Höhenmaße lassen sich die Längenmaße dd', aa' u. s. f. in Fig. 178 bestimmen, wie folgt:

$dd' = 12 - \sqrt{(12^2 - 2{,}0688^2)}$
$= 12 - \sqrt{(144 - 4{,}279932\ldots)}$
$= 12 - \sqrt{139{,}720067}$
$= 12 - 11{,}82$
$= 0{,}18'$

Digitized by Google

$$\begin{aligned} aa' &= 12 - \sqrt{(12^2 - 4^2)} \\ &= 12 - \sqrt{(144 - 16)} \\ &= 12 - \sqrt{128} \\ &= 12 - 11{,}313 \\ &= 0{,}687^1 \\ cc' &= 12 - \sqrt{(12^2 - 5{,}648^2)} \\ &= 12 - 10{,}585 \\ &= 1{,}415^1 \\ bb' &= 12 - \sqrt{(12^2 - 6{,}928^2)} \\ &= 2{,}179^1 \\ kk' &= 12 - \sqrt{(12^2 - 7{,}712^2)} \\ &= 2\,807^1 \\ \varrho\varrho' &= 12 - \sqrt{(12^2 - 8^2)} \\ &= 3{,}056^1 \end{aligned}$$

Nach Ermittelung dieser Längenmaße können wir nun mit denselben die Querschnittsflächen der Prismen multipliciren. Da aber die Prismen sämmtlich schief abgeschnitten sind, so haben wir für sie immer die mittlere Länge in Rechnung zu bringen und zwar für ein einseitiges Prisma addiren wir die untere und die obere Länge und dividiren die Summe durch 2, und für ein dreiseitiges addiren wir zur oberen Länge die beiden unteren Längen und dividiren die Summe durch 3.

Kubikinhalt der Prismen,

vierseitige Prismen — dreiseitige Prismen

in Section A.

$$0{,}8064 \cdot \frac{\varrho\varrho' + 2 \cdot kk'}{3} =$$

$$0{,}8064 \cdot \frac{3{,}056 \cdot 2 \cdot 2{,}807}{3} =$$

$$0{,}8064 \cdot \frac{8{,}67}{3} =$$

$$0{,}8064 \cdot 2{,}89 =$$

2,3304... Kubikfuß.

In Section B.

$$3{,}2435 \cdot \frac{kk' + bb'}{2} =$$

$$3{,}2435 \cdot \frac{2{,}807 + 2{,}179}{2} =$$

$$3{,}2435 \cdot \frac{4{,}986}{2} =$$

$$3{,}2435 \cdot 2{,}493 =$$

8,084... Kubikfuß.

$$1{,}7612 \cdot \frac{kk' + 2 \cdot bb'}{3} =$$

$$1{,}7612 \cdot \frac{2{,}807 + 2 \cdot 2{,}179}{3} =$$

$$1{,}7612 \cdot \frac{7{,}165}{3} =$$

$$1{,}7612 \cdot 2{,}388 =$$

4,2057 Kubikfuß.

Digitized by Google

In Section C.

$10{,}24 \cdot \frac{bb' + cc'}{2} =$ $\qquad$ $2{,}3347 \cdot \frac{bb' + 2 \cdot cc'}{3} =$

$10{,}24 \cdot \frac{2{,}807 + 1{,}415}{2} =$ $\qquad$ $2{,}3347 \cdot \frac{2{,}807 + 2 \cdot 1{,}415}{3} =$

21,6166... Kubikfuß. $\qquad$ 5,9418... Kubikfuß.

In Section D.

$18{,}6137 \cdot \frac{cc' + aa'}{2} =$ $\qquad$ $2{,}3347 \cdot \frac{cc' + 2 \cdot aa'}{3} =$

$18{,}6137 \cdot \frac{1{,}415 + 0{,}687}{2} =$ $\qquad$ $2{,}3347 \cdot \frac{1{,}415 + 2 \cdot 0{,}687}{3} =$

20,5843... Kubikfuß. $\qquad$ 2,1689... Kubikfuß.

In Section E.

$26{,}7571 \cdot \frac{aa' + dd'}{2} =$ $\qquad$ $1{,}7638 \cdot \frac{aa' + 2 \cdot dd'}{3} =$

$26{,}7571 \cdot \frac{0{,}687 + 0{,}18}{2} =$ $\qquad$ $1{,}7638 \cdot \frac{0{,}687 + 2 \cdot 0{,}18}{3} =$

11,5992 Kubikfuß. $\qquad$ 0,6085... Kubikfuß.

In Section F.

$31{,}9078 \cdot \frac{dd' + f}{2} =$ $\qquad$ $0{,}806 \cdot \frac{dd' + 2 \cdot f}{3} =$

$31{,}9078 \cdot \frac{0{,}18 + 0}{2} =$ $\qquad$ $0{,}806 \cdot \frac{0{,}18 + 2 \cdot 0}{3} =$

$31{,}9078 \cdot 0{,}09 =$ $\qquad$ $0\,806 \cdot 0{,}06 =$

2,8717 Kubikfuß. $\qquad$ 0,0483... Kubikfuß.

Zusammenstellung des Kubikinhaltes.

Section A.	= . . .	2,3304	= 2,3304	Kubikfuß
„ B.	= 8,0840	+ 4,2057	= 12,2897	„
„ C.	= 21,6166	+ 5,9418	= 27,5584	„
„ D.	= 20,5843	+ 2,1689	= 22,7532	„
„ E.	= 11,5992	+ 0,6085	= 12,2077	„
„ F.	= 2,8717	+ 0,0483	= 2 9200	„
			80,0594	Kubikfuß.

Der seinem Kubikinhalte nach zu ermittelnde Körper $f\varrho\varrho'$ in Fig. 178 enthält also bei den gegebenen Dimensionen 80,0594 Kubikfuß.

Soll der Quadratinhalt der Oberfläche desselben berechnet werden, so geschieht dies ebenfalls in Sectionen und sind dafür folgende Ansätze zu machen:

für die Section A. $= \nu\varrho$ (in Fig. 177) $\cdot \frac{\varrho\varrho' + kk'}{2}$ (in Fig. 178) $\cdot 2$

„ „ „ $= d \cdot \pi \cdot \frac{15}{360} \cdot \frac{3{,}056 + 2{,}807}{2} \cdot 2$

„ „ „ $= 16 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{1}{24} \cdot \frac{5{,}863}{2} = 2$

Digitized by Google

Fig.

für die Section A. $= 16 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{1}{24} \cdot 2{,}931 \cdot 2$

$= 6{,}141\square' \cdot 2$

$= 12{,}282\square'$

für die Section B. $= \lambda\nu \cdot \frac{kk' + bb'}{2} \cdot 2$

„ „ „ C. $= \varepsilon\lambda \cdot \frac{bb' + cc'}{c} \cdot 2$

u. s. f.

Soll die Kehllinie berechnet werden, so nimmt man dieselbe von Section zu Section als Hypothenuse rechtwinkeliger Dreiecke an, indem man sie erst als horizontal liegende Ausmittelungslinie und dann wieder mit der Steigungslinie in Rechnung stellt. — Für Gratlinien gilt dasselbe.

Nach Kenntnißnahme der entwickelten Verhältnißzahlen bleibt das Zerlegen in Sectionen des eben betrachteten Körpers für die Berechnung desselben das Sicherste. Eine Verhältnißzahl für ihn selbst aufzustellen ist nicht leicht möglich, da nach den Figuren 179 bis 184 seine Höhe **ba** und seine Länge **ac** in jedem besonderen Falle andere sind, indem dieselben von den Profilen der mit einander in Verbindung gebrachten Dachungen abhangen.

185. In Fig. 185 ist ein solcher Körper zur genaueren Anschauung dargestellt. Die Zusammensetzung ist beliebig nach Fig. 180 gewählt und gleicht ungefähr dem unter Fig. 178 betrachteten Körper fgg'. Seine Gestalt ist eine ganz andere als die unter Fig. 159 kennen gelernte, welche letztere der Fig. 179 gleicht, obgleich hier, wie dort, zwei halbkreisförmige Dächer (halbe Walzen) in Verbindung gekommen sind.

Noch zwei besondere Fälle, welche für die Berechnung derartiger Körper eintreten können, müssen hier erwähnt werden, da die Profile in diesen nicht immer so gestaltet sind, daß die Sectionen vollständig vorliegen.

186. So z. B. ist in Fig. 186 A. ein reiner Spitzbogen **mfb** gegeben, welcher sich an ein größeres Spitzbogendach **B.** anschließt.

Im Vergleiche zu Fig. 177 sind die gleichnamigen Sectionen nicht vollständig vorhanden; die Höhen **ed, ga, nc, hb** sind zwar dieselben, wie dort, auch finden sich die Breitenmaße **mg = hb, mn = nc, mh = ga,** aber da der Theilungspunkt **k** (Fig. 177) fehlt, so fehlt auch die Breite **ml;** übrigens ist dieselbe auch entbehrlich.

Die Querschnittsflächen der dreieckigen Prismen sind, wie in Fig. 177 in den Sectionen **F, E, D, C** vollständig vorhanden und werden leicht durch die gefundenen Verhältnißzahlen (Seite 142) bestimmt wie folgt:

für die Section **C.** $= 0{,}00912 \cdot d$

„ „ „ **D.** $= 0{,}00912 \cdot d$

für die Section **E.** $= 0{,}00689 \cdot d$

„ „ „ **F.** $= 0{,}00689 \cdot d$

Bemerkung. Der Durchmesser $= 2mf$.

Die 3 Rechtecke der Sectionen **D, E, F** lassen sich folgendermaßen bestimmen (siehe Seite 138):

für die Section **D.** $= (mn - mh) \cdot (nc - ga) \cdot 2 \cdot d$

$= (0{,}353 - 0{,}25) \cdot (0{,}353 - 0{,}25) \cdot 2 \cdot d$

Digitized by Google

$= 0{,}103 \,.\, 0{,}103 \,.\, 2 \,.\, d$ Fig.

$= 0{,}010609 \,.\, d$

für die Section **E.** $= (mg - mh) \,.\, (ga - ed) \,.\, 2 \,.\, d$

$= (0{,}433 - 0{,}25) \,.\, (0{,}25 - 0{,}1293) \,.\, 2 \,.\, d$

$= 0{,}183 \,.\, 0{,}1207 \,.\, 2 \,.\, d$

$= 0{,}0441762 \,.\, d$

für die Section **F.** $= (me - mh) \,.\, ed \,.\, 2 \,.\, d$

$= (0{,}482 - 0{,}25) \,.\, 0{,}1293 \,.\, 2 \,.\, d$

$= 0{,}232 \,.\, 0{,}1293 \,.\, 2 \,.\, d$

$= 0{,}0599952 \,.\, d$

Ist der Durchmesser im Längenmaße gegeben, und man führt die Multiplication mit ihm noch aus, so ist Quadratinhalt der Rechtecke gefunden.

Hiernach sind die Längen bb', cc', aa' dd' in **B.**, wie unter Fig. 178 zu entwickeln. — Da von hier an das Verfahren ganz dasselbe bleibt, so verweise ich nur auf die Rechnung Seite 142 bis 145.

Fig. 186 gehört insofern zu den regelmäßigen, als die die Sectionen bestimmenden Linien **ed**, **ga**, **nc** u. s. f. ganz, also nicht theilweise, vorhanden sind. — Anders verhält es sich in Fig. 187 und 188. 187.

In dem Spitzbogen, Fig. 187, sind gegeben die Basis **fl** und die Höhe **zx**, und die Mittelpunkte **m** liegen in den Verlängerungen der Basis zu beiden Seiten. — Hier sind die Querschnittsflächen der Sectionen noch unvollständiger, als in voriger Figur, und von der Section **C.** ist nicht einmal das dreiseitige Prisma ganz vorhanden.

Die Entwickelung der Querschnittsflächen ist wie im vorigen Beispiele, weshalb wir nur noch das übrige Stück der Section **C.** näher bestimmen, welches wir am bequemsten als ein Dreieck annehmen, dessen Basis $= 2 \,.\, nz$, und dessen Höhe $= zx - nc$; sein Flächeninhalt ist also gleich

$$\frac{2 \,.\, nz \,.\, (zx - nc)}{2} =$$

$$nz \,.\, (zx - nc)$$ 188.

In Fig. 188 sind zwei nach Kreisabschnitten gebildete Dächer zusammengesetzt, deren Mittelpunkte in verschiedenen Höhen liegen.

Sind die Sehnen $\gamma\alpha$, **sx** und die Höhen $\beta\delta$, $x\varrho$ der beiden Kreisabschnitte gegeben, so ist die Aufsuchung der Mittelpunkte das Nächste. — Wir wissen, daß im Kreise die halbe Sehne die mittlere Proportionale zwischen beiden Stücken des Durchmessers ist, auf welchem sie steht. Bezeichnen wir z. B. die Ergänzung von $\delta\beta$ mit **x**, so daß $x = d - \delta\beta$, so haben wir

$$\gamma\beta^2 : \beta\delta = x$$

Das Stück **x** zur Höhe $\beta\delta$ addirt, gibt den Durchmesser, und sobald dieser bekannt, ist es auch der Halbmesser, folglich auch der Mittelpunkt **n**, welcher in der Verlängerung der Höhe $\beta\delta$ liegt. — In gleicher Weise finden wir den Mittelpunkt **m**.

Nach dem Durchmesser $2 \,.\, m\varrho$ bestimmen wir die Höhen- und Breitenmaße, sowie die Quadratinhalte der Sectionen **A.**, **B.**, **C.**

Da aber die Section **C.** nicht vollständig vorhanden ist, indem das Stück **sxtc** fehlt, so ist letzteres besonders zu berechnen und in Abzug zu bringen.

Digitized by Google

Zu diesem Behufe sind die Linien **ct** und **tx** zu bestimmen, und man hat diesen abgeschnittenen Theil von dem Quadratinhalte der Section **C.** abzuziehen und zwar des Trapez **csuq** von dem Dreieck **cbq**, und das Viereck **uxtq** von **bwtq.** — Hiernach nimmt die Berechnung für die drei Sectionen **A, B, C** ihren Fortgang, wie dieselbe an Fig. 177 und 178 erklärt wurde.

Bemerkung. Die Annahme in 6 Sectionen kann für den praktischen Gebrauch genügend sein; nach ihnen wird die Rechnung allerdings nicht vollkommen genau, und zwar erhalten wir immer etwas zu viel. Denken wir uns z. B. in Fig. 178 von d' nach f eine gerade Linie gezogen, halbiren dieselbe, so wird 1.2. die mittlere Länge für die Section **F.**, was offenbar ein wenig zu lang ist. Dagegen können wir auch nicht vom Punkte 1. bis zur Kreislinie daselbst messen; denn das würde viel zu kurz. — Erwägen wir aber, daß die Verhältnißzahl $\frac{22}{7}$ für den Kreis nicht vollständig ist und stets etwas zu wenig ergibt (die Zahl 3,14 gibt noch weniger, weil Decimalstellen fehlen), so kann man ohne Schaden für die Richtigkeit der Rechnung obigen Irrthum passiren lassen.

Daß sich die Bogendächer auch über schiefwinkeligen Grundrissen anwenden lassen, versteht sich wohl von selbst; ihre Ausmittelungen im Grundrisse folgen denselben Gesetzen, die wir an den verschiedenen Figuren, Tafel V u. a., kennen gelernt haben.

Ihre Vermischung mit anderen Formen, z. B. mit Mansardedächern, war im vorigen Jahrhundert sehr beliebt.

Digitized by Google

IV.

Kegelförmige Dächer.

An Fig. 10 Taf. I begegneten wir zuerst der Pyramiden- 6ig.
form. Sie entstand aus der Durchdringung zweier Prismen. Die Durchdringung findet in a b c d Statt und der durch sie gebildete Körper ist eine vierseitige Pyramide.

In Fig. 90 Taf. X durchdringen sich d r e i Gebäude und es entsteht eine sechsseitige Pyramide p o m u ...

Je mehr wir Gebäude von gleichem Profile in dieselbe Zusammensetzung bringen, desto mehr Seiten erhält die Pyramide, und ist die Zahl der so zusammengesetzten Gebäude unendlich, so entsteht d e r K e g e l.

Der Kegel entsteht also immer, wenn man durch einen beliebigen Forstpunkt eines beliebigen Daches, dessen Profil ein Dreieck ist, eine senkrechte Linie bis znr Grundlinie herabläßt, und den Dachkörper um diese Lothlinie drehet. Die Lothlinie ist dann die A c h s e des Kegels.

Fig. 189 Taf. XVIII ist ein Kegel. Die Achse a b wird 189.
im Grundrisse durch den Mittelpunkt m angedeutet; derselbe gilt gleichzeitig für den Mittelpunkt der Grundfläche, als auch für die Spitze des Kegels. Des Kegels Grundfläche ist ein Kreis, und wird irgendwo mit ihr parallel eine Schnittebene c d eingelegt, so bildet dieselbe im Kegel ebenfalls einen Kreis, welcher im Grundrisse angegeben ist.

Legen wir aus einem beliebigen Punkte e eine gerade Linie (Sparren) nach der Spitze, so wird dieselbe im Grundrisse durch die Linie f m dargestellt; denn winkeln wir von e nach f herüber so fällt der Punkt e mit f zusammen, und, da b lothrecht über m gedacht werden muß, so liegen die Linien f m und e b in einer senkrechten Ebene.

Digitized by Google

Fig. Die Linie eb ſchneidet die cd im Punkte h, und dieſer muß lothrecht über dem Durchſchneidungspunkte g liegen.

Hierdurch iſt das Verfahren angedeutet, nach welchem wir auf der Oberfläche des Kegels arbeiten, d. h. die Punkte ſuchen, die wir zu unſeren Zwecken brauchen.

Steht der Kegel umgekehrt auf ſeiner Spitze, wie in Fig.
190. 190, ſo ändert ſich in dieſem Verfahren nichts. Die horizontale Schnittebene erzeugt hier einen größeren Kreis, als in Fig. 189, weil die Schnittebene cd von der Spitze des Kegels weiter entfernt liegt, als dort.

Der Kubikinhalt des Kegels iſt $= r^2 \pi \frac{h}{3}$

Wird der Kegel nach einer horizontalen Linie cd abgeſchnitten und die Spitze cdb weggenommen, ſo bleibt der abgeſtumpfte Kegel cdki, Fig. 189, übrig.

Die einfachſte Zuſammenſetzung von Kegeln beſteht darin,
191. daß zwei derſelben, wie in Fig. 191, ſo in einander dringen, daß die Spitze des umgekehrt ſtehenden ſich in dem Mittelpunkte der Grundebene des anderen Kegels befindet.

Hierdurch entſteht ein Dach, deſſen Grundriß ein Kreis iſt und welches ein gleichſchenkeliges Dreieck zum Profile hat. Dieſes Dach iſt einem gebogenen Prisma zu vergleichen, während es genau genommen ein abgeſtumpfter Kegel abcd iſt, aus welchem der kleinere Kegel bce herausgenommen wurde.

Der kubiſche Inhalt eines ſolchen Körpers kann demnach auf zweierlei Art beſtimmt werden.

1) als gebogenes Prisma,

indem die Querſchnittsfläche aeb multiplicirt wird mit der Forſtlänge d. i. die mittlere Kreislinie, deren Durchmeſſer fg = bc iſt;

alſo $\frac{ae \,.\, hb}{2} . fg . \pi$

2) als abgeſtumpfter Kegel aus welchem ein kleinerer Kegel genommen wird

alſo abcd — bec =

$$\frac{ei \,.\, \pi}{3} (ae^2 + bi^2 + ae \,.\, bi) - bi^2 \,.\, \pi \,.\, \frac{ei}{3}$$

Der Quadratinhalt der gebogenen Oberflächen kann, da im vorliegenden Falle bec der abgeſchnittenen Spitze völlig gleich iſt, als ein vollſtändiger Kegelmantel berechnet werden, und wird gefunden, indem man den Umfang der Grundfläche mit der Sparrenlänge multiplicirt und das Product durch 2 dividirt, alſo

$$\frac{ad \,.\, \pi \,.\, kd}{2}$$

Digitized by Google

In Fig. 192 sind die beiden Kegel weiter in einander ge- Fig. 192.
drungen, so daß die Spitze des umgekehrt stehenden über die Grundfläche des ersten hinausgeht.

In diesem Falle besteht der Dachkörper aus einem abgestumpften Kegel a d c d, aus welchem ein anderer abgestumpfter Kegel f b c c herausgenommen worden ist. — Der Grundriß des Daches ist ein Kreisring oder Kreisrand, welcher einen Hof umschließt.

Am einfachsten berechnet man den kubischen Inhalt eines solchen Dachkörpers, indem man ihn als ein gebogenes Prisma annimmt. Man multiplicirt also die Querschnittsfläche a b f mit der Forstlinie, deren Durchmesser b c ist. Außerdem kann man auch den abgestumpften Kegel b c e f von dem abgestumpften Kegel a b c d abziehen.

In beiden Fällen betrachten wir den umgekehrt stehenden Kegel als solchen nicht von der Linie x y, sondern nehmen seine Grundlinie in b c an. Denn wie nahe oder entfernt auch die Linie x y liegen mag, so hat sie auf den Dachkörper und seine Ausmittelung nicht den mindesten Einfluß.

Nur selten begegnen wir der Gestalt des vollen oder ganzen Kegels, weit häufiger haben wir nur Theile desselben in unseren Ausmittelungen zu bearbeiten; sie stehen gewöhnlich mit andern Dachkörpern in Verbindung und gewähren eine große Manigfaltigkeit sowohl im Bezug auf ihre Zusammensetzung, als auch auf ihre eigene Gestalt. Einige der hauptsächlichsten Fälle mögen hier Erwähnung finden.

Die Grundform des Daches Fig. 193 ist ein Prisma, wel- 169.
ches links mit einem ausgebogenen, rechts einem eingebogenen Walmen versehen ist. Beide Walmen, obgleich ein jeder zur Grundlinie einen Halbkreis hat, gehören verschiedenen Kegeln an. Der erstere ist ein halber Kegel, dessen Durchmesser der Gebäudetiefe gleich ist, nämlich $ab = \frac{cd}{2}$ oder $2\ ab = cd$. Die hohle Walmenfläche i e h hingegen gehört der Oberfläche eines Kegels an, dessen Radius $= ef =$ zwei halben Gebäudetiefen; denn der Forstpunkt e muß von g um die halbe Tiefe entfernt liegen, auch ist $gf = if = \frac{ih}{2}$.

Sonach gehört die hohle Walmenfläche einem Kegel an, welcher in seinen Dimensionen doppelt so groß ist als ersterer; auch ist derselbe ein umgekehrt stehender.

Digitized by Google

Fig. Die Ausmittelungslinien c a und d a werden hier nicht sichtbar, weil sie die Tangentenlinien (Berührungslinien) zwischen den Flächen des halben Kegels und des Prisma sind. Anders verhält sichs am hohlen Walmen, welcher scharfe Schnittlinien bedingt. Dieselben zu finden, wenden wir das auf Taf. V erklärte Verfahren an; ein Unterschied darin ist, daß dort sämmtliche Grenzen der Schnittebenen geradlinig sind, während hier Kreislinien erscheinen; denn die Grenzen der Schnittebenen schließen sich der Gestalt des Körpers an, welcher zur Darstellung gebracht wird.

Das Auftheilen der Hilfslinien muß stets auf einer Linie geschehen, welche nach dem Mittelpunkte läuft z. B. e g. Es ist nicht nothwendig, daß die Theilung innerhalb der Figur gemacht werde, vielmehr gebieten sehr häufig die Umstände, daß eine außerhalb liegende Linie z. B. k l dazu diene.

Krumme Gratlinien sind uns nunmehr bekannte Dinge; wir halten uns, da auch diese Ausmittelungen nichts besonders Merkwürdiges darbieten, bei ihnen nicht weiter auf, sondern betrachten nur, wie die verschiedenen Körper einander durchdringen und begrenzen.

194. Fig. 194 besteht, wie die vorige, aus zwei Stücken, nämlich: aus einem Prisma und einem Theile eines Kegels, der hohle Walmen aber verräth, daß ein umgekehrt stehender Kegel vorhanden war. Dagegen ist der erhabene Walmen nicht, wie im vorigen Beispiele, ein halber Kegel, sondern ein bedeutend kleinerer Theil eines solchen, was besonders deutlich aus der Ansicht hervorgeht, indem die eigentliche Kegelspitze höher liegt als der Walmpunkt.

195. Es ist nicht nothwendig, daß die Mittelpunkte für die Kreislinien der Walmen jedesmal auf der Forst- oder Mittellinie des Gebäudes liegen müssen, wie in beiden letzten Fällen, sondern sie können auch von derselben abweichen; in Fig. 195 liegen dieselben zu beiden Seiten der Forstlinie. Obgleich die Traufenlinien der Walmen krumm sind, so ähneln diese Walmen doch den schiefen Walmen der prismatischen Formen.

Hierbei kann bemerkt werden, daß die Entfernung des Walmpunktes von der Traufenlinie auf eine nach dem Mittelpunkte des Kreises gerichtete Linie getragen werden muß, und daß es einerlei ist, wo man diese Linie annimmt. Liegt sie außerhalb der Figur, oder überhaupt nicht an der Forstlinie, wie z. B. a b,

Digitized by Google

so wird von dem aufgetragenen Punkte c oder b eine Kreislinie Fig.
geschlagen und somit der Anfallspunkt abgeschnitten.

Die Bestandtheile dieses Dachkörpers sind dieselben, wie im letzten Falle. — Der umgekehrt stehende Kegel ist hier sehr groß, weil sein Halbmesser ab bedeutend größer ist, als die halbe Tiefe des eigentlichen Gebäudes; der Halbmesser do des rechtsstehenden Kegels ist kleiner als jener, daher ist der auswärtsgebogene Walmen ein größerer Theil des zugehörigen Kegelmantels, als der eingebogene Walmen im Vergleich zu der angehörigen Kegeloberfläche. —

Fig. 196 zeigt die Verstümmelung eines nach Fig. 192 ge- 196.
bildeten Dachkörpers mit einem erhabenen und einem hohlen Walmen. — Hierbei kommen vier verschiedene Kegel in Betracht, darunter zwei umgekehrt stehende. — Die Behandlung der Ausmittelung ist so einfach, daß sie einer weitern Erklärung nicht bedarf.

Nicht so einfach ist die unter Fig. 197 gegebene Ausmitte- 197.
lung, an welcher fünf verschiedene Kegel benutzt worden sind.

Die Grundform ist dreieckig, hat aber dadurch eine andere Gestalt erhalten, daß die Linie ab eine Spitze abschneidet und die entgegengesetzte Walmenseite eine zweimalige Biegung erlitten hat. In der Hauptidee gleicht dieser Dachkörper dem unter Fig. 133 dargestellten, mit dem großen Unterschiede jedoch, daß der vorliegende Grundriß krummlinig ist Wir müssen seine Ausmittelung näher betrachten.

Genau genommen ist dieser Dachkörper nichts anderes, als eine Walmenspitze, wie wir sie schon an der vorigen Figur finden. — Durch die beiden Mittelpunkte d und f legen wir die Linie de und theilen die Gebäudetiefe in gleiche Theile, deren hier acht genommen wurden, um mehrere Schnittpunkte zu erhalten.

Zuerst suchen wir die steigende Forstlinie, welche von 4 nach g hinabläuft. Durch die Punkte 1, 2, 3, legen wir die Schnittlinien aus dem Mittelpunkte d, und durch die Punkte 5, 6, 7 aus dem Mittelpunkte f; die durch 3 und 5 gelegten Linien schneiden sich in h, die Linien durch 2 und 6 schneiden sich in der Nähe des Walmpunktes von ab, die Linien durch 1 und 7 schneiden sich außerhalb des Daches in der Nähe von ab; durch die erhaltenen Schnittpunkte wird von der Ecke g nach 4 die steigende Forstlinie gelegt. Dieselbe kann nicht mit dem Zirkel geschlagen,

Digitized by Google

sondern muß aus freier Hand gezogen werden (oder man müßte mehrere Mittelpunkte für sie suchen). Auch würde man einen Fehler begehen, wenn man die Forstlinien dadurch bestimmen wollte, daß man die Linie d f halbirte und mit dem Radius i 4 eine Kreislinie schlagen wollte, wie sie auch wirklich neben der richtigen Forstlinie hingezeichnet ist. Der bloße Anblick lehret, daß sie der Umfassungslinie a e zu nahe liegt, und von der Linie b k sich zu weit entfernt.

Nach Herstellung der Forstlinie werden die beiden Walmpunkte gesucht. Durch den Mittelpunkt l legen wir eine Linie l m, verlängern das Kreisstück a b bis l m und tragen aus n nach m hin dieselben Theile auf, wie sie sich auf o e ergaben, und schlagen Kreislinien nach dem Walmen hinüber, wodurch wir wieder Schnittpunkte für die Grate erhalten. In gleicher Weise legen wir durch den Mittelpunkt p die Linie p q und tragen darauf dieselben Theile 1, 2, 3, 4, schlagen von diesen Punkten Kreislinien nach dem Walmen hinüber, und erhalten dadurch den Anfallspunkt und die beiden Grate, wobei wir in diesem Falle auf eine Merkwürdigkeit stoßen. Nämlich unten bei r schneiden sich die Schnittlinien nicht mehr; wir verbinden deshalb die beiden Mittelpunkte d und p durch eine gerade Linie und suchen zwischen den beiden Schnittlinien, 1, 1, den Halbirungspunkt r, durch welchen die Gratlinie gehen müßte, wenn sie so weit herabreichte. Sie wird aber durch den kleinen angesetzten Kegel aufgefangen. Die Gratlinie k s ergibt sich auf die mehrfach erklärte Art. — Da sich die beiden aus s und p geschlagenen Kreise im Punkte t berühren, also die Linie (Sparrenlinie) s t die Tangente beider Kegel ist, so entsteht hier weder ein Grat noch eine Kehle, vielmehr läuft der erhabene Walmen sanft in den hohlen über; sie tangiren einander.

Sollte dieses Dach keinen fallenden (oder steigenden), sondern einen horizontalen Forst haben, so könnte man eben sowohl vom höheren Walmpunkte u, wie die Ansicht darstellt, wagerecht bis über v hinüber gehen und die Grate des kleineren Walmen so viel heben; oder man ginge von v nach u herüber wagrecht und machte die nach u steigenden Grade so viel flächer. In beiden Fällen hätten wir dann nicht mehr mit reinen Kegelformen zu thun, sondern erhalten unregelmäßig gebogene Flächen an dem Dachkörpern; diese Flächen gleichen den windschiefen Flächen von den geradlinigen

Digitized by Google

Dachkörpern, indem jeder Sparren eine andere Grundbreite hat, während seine Höhe unverändert bleibt. Fig.

Von Fig. 193 an hat abermals eine Reihe von Zusammensetzungen begonnen, deren Spielformen kein Ende nehmen; ohne eben speciell darauf einzugehen oder die Reihenfolge in ihrer Vollständigkeit zu betrachten, wollen wir einige der wichtigsten Fälle hier aufführen. Dieselben dienen als Schlüssel für die übrigen.

Zunächst folgen unter Fig. 198 u. 199, Taf. XIX., zwei hinsichtlich ihrer Umfassungslinien einander entgegengesetzte Aufgaben; erstere hat auswärts, letztere einwärts gebogene Umfassungen.

Fig. 198 besteht aus zwei gleichen Kegelstücken, deren Grund- 198.
flächen in a und b ihre Mittelpunkte haben und, wenn sie vollständig vorhanden wären, sich nach der geraden Linie cd gegenseitig begrenzten. Wären sie vollständig vorhanden, so würde cd eine aufwärts gebogene Forstlinie sein, deren höchster Punkt in e liegt. Da der Dachkörper jedoch an beiden Seiten abgewalmt ist, so kann diese Linie nur theilweise die oberste Begrenzung bilden. — Die Ausmittelung ist so einfach, daß sie kaum einer Erklärung bedarf.

Die Grundform von Fig. 199 besteht aus zwei umgekehrt 199.
stehenden Kegelstücken abc und def, deren Mittelpunkte in g und h liegen; ihre Walmseiten sind gebrochen, der Walmen rechts ist geradlinig, besteht also aus zwei Pyramidentheilen, seine in der Ausmittelung erscheinenden Flächen sind eben; der Walmen links besteht aus zwei Kegeltheilen, von denen die an der Linie id befindliche Fläche einem umgekehrt stehenden Kegel angehört, dessen Mittelpunkt p ist.

Zunächst suchen wir die Forstlinie kl, welche wir bestimmen, indem wir durch die Mittelpunkte g und h eine gerade Linie legen und dann die Tiefe bc in beliebig viele gleiche Theile theilen, deren Anzahl aber stets eine gerade Zahl sein muß. Durch die erhaltenen Theilungspunkte werden aus g und h Kreisschläge gemacht, welche sich auf der geraden Linie kl schneiden; die so entstandenen Schnitte erzeugen eigentlich den Forst kl. kl steht übrigens jedesmal rechtwinkelig auf gh; in der vorigen Figur gilt dasselbe von cd und ab.

Die hierauf zu suchenden Gratlinien bestimmen die beiden Walmenpunkte wie folgt: beliebig wo, errichte auf der Linie mf

Digitized by Google

Fig. eine Winkelrechte, trage auf dieſelbe eine Anzahl gleicher Theile, wie b e enthält und lege durch die erhaltenen Punkte 1, 2, 3 u. ſ. f. Parallellinien mit der Traufenlinie m f; dasſelbe thue auf c n; durch die auf den Halbmeſſer a c getragenen Punkte lege concentriſche Kreiſe mit a i; daſſelbe thue auf der Verlängerung des Halbmeſſers p d. Die Schnittpunkte für die Grate q f, w c, r m, s d, v i, x a ſind leicht zu erkennen und finden ſich durch die benachbarten Schnittlinien 1.1, 2.2, u. ſ. f. Die Gratlinie y z aber wird gefunden, indem man die Mittelpunkte p und g durch eine Gerade verbindet und zwiſchen u t den Halbirungspunkt z ſucht; könnten ſich die beiden Kreisſchläge, denen die Punkte u und t angehören, berühren, ſo würde z der Berührungspunkt ſein, nach welchem die Gratlinie y z gerichtet ſein müßte. — Die Kehllinie α n zu finden, haben wir im erſten Abſchnitte kennen gelernt. — Die beiden Grate w c und r m durchſchneiden ſich in β, löſen ſich daſelbſt ab und in demſelben Punkte findet die Kehle α n ihr Ende. Sind die hier vorkommenden Gratlinien auch krumm, ſo unterliegen ſie doch denſelben Geſetzen, die an den Figuren Tafel XI und XII entwickelt wurden, denn die rein geometriſchen Körper folgen allenthalben den Gebilden der Kryſtalliſation.

Die Anſicht eines ſolchen Daches darzuſtellen, hat keine Schwierigkeit, indem man nur von dem betreffenden Durchſchneidungspunkte zur entſprechenden Höhenlinie überzuwinkeln braucht; ſo z. B. liegt y auf der fünften Höhenlinie, v liegt auf der dritten, z liegt in der Ebene der zweiten, β auf der zweiten u. ſ. f.

In beiden Figuren können die Ausmittelungen dieſelben bleiben, auch wenn die Forſtlinien horizontal laufen ſollen.

200. Die Umfaſſungslinien an Fig. 200 ſind aus concentriſchen Kreiſen zuſammengeſetzt. Die Forſtlinie liegt in der Mitte. — An dieſem Dachkörper kommen ſechs verſchiedene Kegel in Betracht.

201. Die Umfaſſungslinien an Fig. 201 ſind nicht concentriſch; ſie durchſchneiden ſich bei a, wenn ſie genugſam verlängert werden. — Die Grundform iſt übereinſtimmend mit Fig. 197; jedoch mit dem Unterſchiede, daß hier die Radien beider Kreiſe gleich ſind, alſo a c = a b. — Die Forſtlinie müßte ebenſo, wie in Fig. 197 entwickelt werden, jedoch läßt ſich hier eine bedeutende Abkürzung im Verfahren anwenden, wie folgt:

Aus dem Durchſchneidungspunkte a beſchreibe das Kreisſtück b c, lege durch die Mittelpunkte b und c die Linie b d, theile c d

Digitized by Google

in gleiche Theile und schneide mit dem Radius a b aus den Punkten Fig.
1, 2, 3, die Punkte f, g, h ab, so sind letztere die Mittelpunkte für die Kreisschläge a1, a2, a3; daß i k wirklich die Forstlinie sei, läßt sich erweisen, wenn man das Fig. 197 angewendete Verfahren auch hier anwendet. Legt man demnach durch die Punkte 1 und 3 aus c und b Kreislinien, so schneiden sich dieselben in l und, wenn der Durchschnitt auf der Linie i k liegt, l aber dem steigenden Forste angehörig ist, so muß i k die Forstlinie sein. Nimmt man vom mittelsten Theilungspunkte 2 in gleichen Entfernungen die Punkte 4 und 5 an, schlägt durch sie aus c und b Kreislinien, so ist, wenn der Durchschnittspunkt m ebenfalls auf der Linie i k liegt, kein Zweifel mehr, daß die letztere die Forstlinie sei.

Die Umfassungslinien an Fig. 202 sind aus mehreren Mittel- 202.
punkten geschlagen und es ist die Grundgestalt eine Zusammensetzung zweier Figuren, wie Fig. 197. — Eine solche Zusammensetzung kann noch vielfach anders sein; die nach a, b, c laufenden Linien mögen dies andeuten und bestätigen.

Wer wollte wohl alle die möglichen Zusammensetzungen 203—207.
krummer und gerader Linien aufsuchen! Man betrachte nur Fig. 203 bis 207 um sich zu überzeugen, daß hier kein Ende zu finden sei. — Ja man ahmt Gegenstände der Natur und der Kunst nach, indem man zu den Umfassungslinien der Dachkörper Blätter, Blumen, Vögel, Buchstaben, Wappenzüge, Festungswerke u. s. f. wählt, und gar häufig die Zusammensetzung bis zur kindischen Spielerei treibt. Ist doch schon der Grundriß von Fig. 199 solcher Art, daß wir mit Recht fragen und zweifeln: ob es wirklich Jemandem einfallen könne, sich nach dieser Gestalt ein Haus zu erbauen? Und dennoch sind wir genöthigt, dergleichen Extremitäten zu bearbeiten.

Da wir noch einmal zu diesen unregelmäßigen Gestalten zurückkommen müssen, so verfolgen wir sie jetzt nicht weiter, sondern beginnen an Fig. 208 eine neue Reihe zusammengesetzter 208.
Formen, welche hier in größter Regelmäßigkeit erscheinen und uns nicht selten im Leben entgegentreten.

In A ist der Halbmesser kleiner als die halbe Tiefe des eigentlichen Hauptgebäudes, daher erreicht der Forst a b nicht den Forst x z, in B sind beide Tiefen gleich, daher c d in gleicher

Digitized by Google

Fig. Forsthöhe; in C liegt e f höher als x z, weil die Tiefe des angesetzten Gebäudes größer als die Tiefe des Hauptgebäudes ist.

Diese Zusammensetzung bietet im Bezuge auf die Ausmittelungslinie nichts Neues dar. Die drei Fälle sind auf Taf. VIII und IX bereits erörtert worden; daß die mit dem Hauptgebäude in Verbindung gebrachten Prismen durch einen halben Kegel abgerundet sind, hat für die mögliche Ausmittelung keine Bedeutung. Die Anfallspunkte a, c, f liegen senkrecht über dem Mittelpunkte der Grundfläche. Wären die angesetzten Dachkörper A, B, C halbe Pyramiden, so wären die Anfallspunkte dieselben. — Die kegelförmige Abrundung der angesetzten Prismen haben wir an Fig. 193 bereits näher kennen gelernt.

209. Von dem vollen Kegel Fig. 209 A und B, Taf. XX ist an beliebiger Stelle mittelst einer perpendikulären Schnittebene, die im Grundriß A durch die Linie a b angedeutet ist, ein Stück abgeschnitten worden. Auch in der Ansicht B stellt sich diese Schnittebene als eine Linie dar; allein in der Seitenansicht C ist ihre Begrenzung eine krumme Linie (Curve), welche sich mit Hilfe der von der Umfassungslinie der Grundfläche nach der Spitze gezogenen Linien oder auch durch in den Grundriß gelegte Kreislinien leicht finden läßt. Die Anzahl der Hilfslinien ist beliebig, hier wurden deren 24 angenommen, weil diese Anzahl bequem zu theilen ist. Winkelt man von den Durchschneidungspunkten auf der Linie c d nach der Seitenansicht C herüber und sucht die entsprechenden (correspondirenden) Hilfslinien, so erhält man die krumme Linie g h i. —

Legt man mit der Seite y z parallel eine Schnittebe e f an beliebiger Stelle ein, so bildet dieselbe auf der Oberfläche des Kegels ebenfalls eine krumme Linie; sowohl im Grundrisse B, als auch in der Seitenansicht C erscheint sie als solche. In k und l tangirt sie die Seiten des Kegels und ist aus der Seitenansicht die Breite k l in den Grundriß einzutragen, um die Punkte m und n zu bestimmen. —

Nach dem anderen oben angedeuteten Verfahren findet man durch einen auf e f beliebig angenommenen Punkt a' im Grundrisse die Punkte d' und d'', indem man durch a' die Ebene a' b' legt, von b' nach c' herabwinkelt und mit p c' einen Kreis schlägt; eine Lothrechte aus a' schneidet diesen Kreis zweimal, und es sind hierdurch die Curvenpunkte d' und d'' bestimmt. Dieses Ver-

Digitized by Google

fahren wenden wir bei unseren Ausmittelungen mit großer Bequemlichkeit an.

Beide Linien kommen uns in den Dachausmittelungen sehr häufig vor. Die erstere sahen wir schon in Fig. 198 a c d, und in Fig. 199 $\delta 3 \varepsilon$. — Die zweite werden wir in den folgenden Ausmittelungen wiederfinden.

Bei Gelegenheit betrachten wir die Oberfläche des Kegels — Kegelmantel — und das Verfahren, sie zu finden. — Wir nehmen die Seitenlänge (Sparrenlänge) y z in dem Zirkel, schlagen damit eine Kreislinie, wie in D geschehen, tragen auf diese dieselbe Anzahl Theile, welche der Umkreis in B enthält, und verbinden den Mittelpunkt o mit den beiden letzten Punkten; so entsteht ein Kreisausschnitt, welcher der Oberfläche des Kegels gleich ist.

Sollen auf dem ausgebreiteten Kegelmantel die Schnittlinien c d und e f dargestellt werden, so ziehe sämmtliche Hilfslinien nach dem Mittelpunkte o; alsdann nehme in B die Entfernung von 20 bis a und trage sie in D ein, hierauf nehme in A auf der Seite y z die Länge $y\gamma$ und trage sie in D aus o nach δ. Der Punkt δ entspricht in B dem Punkte α; β ist in A der erste Durchschnittspunkt und hat von der Spitze y dieselbe Entfernung wie der Punkt γ. Ebenso werden die folgenden Durchschnittspunkte an die Seite y z herübergewinkelt und so, wie eben beschrieben wurde, gemessen. — Die Linie e f wird in derselben Weise gemessen und aufgetragen. — Die nach dem anderen angegebenen Verfahren einzulegenden Kreislinien werden ebenso gefunden, denn o d' in D ist gleich der Länge y b'.

Für die Berechnung des Kubikinhaltes solcher abgeschnittenen Kegelstücke gibt es allerdings Formeln, sie gehören aber der höheren Mathematik an; nichtsdestoweniger sind wir sie zu berechnen im Stande, indem wir ihre Bestandtheile aufsuchen.

Wir wollen nur einen dieser Kegelabschnitte zerlegen, und zwar den in Fig. A. mit c d δ bezeichneten, welcher durch die senkrechte Ebene c d entsteht.

Wir nehmen, wie wir schon bei der Walze thaten, an, die Peripherie der Kegelgrundfläche sei in 24 gleiche Theile getheilt, und denken uns den Kegel als eine vierundzwanzigseitige Pyramide.

Bei Einlegung der Schnittlinie a b sind nun zwei Fälle möglich: entweder schneidet sie die Peripherie in zwei Theilungspunkten, z. B. 20. und 6., oder nicht in solchen Theilungspunkten. Hier findet der letztere Fall Statt.

Im Grundrisse B. gilt nun jeder Theil, z. B. 20. p 21., 21. p 22., 22. p 23 u. s. f. für eine derjenigen Pyramiden, welche in ihrer Gesammtheit den ganzen Kegel bilden. Zehen solcher Pyramiden werden von der Linie a b zerschnitten und die verbleibenden Abschnitte a α 21., 21 $\alpha \varepsilon$ 22., 22 $\varepsilon \lambda$ 23 u. s. f.

Digitized by Google

sind die Theile, welche wir berechnen wollen und sie deshalb in ihre Bestandtheile zerlegen müssen.

Wäre 20.6 die Schnittlinie, so würde der Abschnitt, wie er in Fig. **E.** dargestellt ist, eine dreiseitige Pyramide **21 a' α' β'** sein; so aber ist der wirkliche Abschnitt die dreiseitige Pyramide **21 a α β**. Für die Berechnung haben wir also die Grundfläche **21 a α** mit $\frac{\alpha\beta}{3}$ zu multipliciren. — Die Grundfläche aber ist ein Dreieck. Denken wir uns nun die Grundfläche der größeren Pyramide **21 p 21** als ein Dreieck, dessen Basis **20.21** und die winkelrechte Höhe dem Radius gleich ist, so werden wir, hierauf fußend, keinen großen Fehler begehen, wenn wir die Grundfläche der abgeschnittenen Pyramide **21 a α** gleichsetzen $\frac{21\,a \times 21\,\alpha}{2}$, wonach wir für die Pyramide über **21 a α** heben

$$\frac{21\,a \times 21\,\alpha}{2} \times \frac{\alpha\beta}{3} = \frac{21\,a \times 21\,\alpha \times \alpha\beta}{6}$$

Hierzu muß bemerkt werden, daß die Höhe **α β** in der Ansicht **A.** der Höhe **c β** gleich ist.

Der Abschnitt an der Seite **b 5** entspricht dem eben berechneten vollkommen.

Die übrigen Abschnitte bestehen immer aus zwei Pyramiden, wie Fig. **F.** zeigt. — Durch die beiden Punkte 22 und **α** wird eine senkrechte Schnittebene gelegt, wonach die dreiseitige Pyramide **α 22 21 β**, und die vierseitige Pyramide **α ε ε' β 22** entstehen. — Die Grundfläche der dreiseitigen Pyramide ist **21 α 22**, und **α β** die Höhe; die Grundfläche der vierseitigen Pyramide ist das Trapez **α ε ε' β** und die Höhe **22 I.** Daß die Verlängerung der Linie **ε α** das Maß der Höhe gebe, wird aus Fig. **B.** erklärlich; denn die vierseitige Pyramide steht nicht auf ihrer Grundfläche, sondern sie liegt. Stände sie aber auf ihrer Grundfläche **α ε ε' β**, so würde ihre Spitze 22 um **122** von der horizontalen Ebene entfernt liegen. — Der Rechnungsausdruck für diese beiden Pyramiden wird hiernach folgender:

für die dreiseitige Pyramide über **21 α 22**

$$\frac{21\,22 \times 21\,\alpha}{2} \times \frac{\alpha\beta}{3} = \frac{21\,22 \times 21\,\alpha \times \alpha\beta}{6}$$

für die vierseitige Pyramide über **22 α ε**

$$\frac{\alpha\beta + \varepsilon\varepsilon'}{2} \times \alpha\varepsilon \times \frac{122}{3}$$

In gleicher Weise legt man in Fig. **B.** für die folgenden Pyramidenabschnitte die Schnittebenen **23 ε, 24 λ** u. s. f. ein, wonach man wiederum Pyramiden erhält, deren Eigenschaft im Bezug auf Gestaltung, denen in Fig. **F.** völlig entsprechen. Nur darf man bei der Ermittelung ihres Kubikinhaltes nicht falsche Höhenmaße ergreifen. So z. B. in dem Abschnitte **22 ε λ 23** ist **c ε** in Fig. **B.** für die dreiseitige Pyramide, und **23 II** in Fig. **A.** für die

Digitized by Google

vierseitige Pyramide die Höhe; für den folgenden Abschnitt 23λμ24 gelten Fig.
als Höhenmaße cν in A., und 24III in Fig. B.

Sind die fünf Abschnitte von a bis 1 (in B.) berechnet, so addirt man ihren Kubikinhalt und multiplicirt ihn mit 2, da von 1 bis 6 fünf eben solche Abschnitte liegen.

Soll der Quadratinhalt der gebogenen Oberfläche des in Rede stehenden Kegelabschnittes ermittelt werden, so hat man 2 Dreiecke α21δ und b5ϱ in Fig. D., und 8 zwischen denselben liegende Trapezoide 23ε u. s. f. zu berechnen.

Kehren wir zu unseren vorhergehenden Betrachtungen zurück, so finden wir noch einige Zusammensetzungen, welche erwähnt werden müssen. Besonders vier Arten der Zusammensetzungen treten uns entgegen, nämlich: 1) Kegel mit Kegeln, 2) Kegel mit Prismen oder anderen Körpern, 3) stehende Kegel oder andere Körper mit umgekehrten Kegeln, und 4) umgekehrte Kegel mit umgekehrten Kegeln.

Von den unter 2. und 4. bezeichneten Zusammensetzungen haben wir bereits die merkwürdigsten Fälle betrachtet, die übrigen Fälle wollen wir nur flüchtig berühren.

In den Figuren 210, 211 durchdringen sich je zwei Kegel; 210. 211.
im ersteren Falle zwei gleiche, im zweiten Falle zwei ungleiche Kegel. In beiden Fällen muß ein Zwischendach angebracht werden, dessen Tiefe durch die Durchschneidungspunkte 1 und d bestimmt wird; die Forstlinie e f schneidet die einander gegenüberliegenden Mittelsparren und bestimmt die Länge des Forstes im Grundrisse. Abwärts von den Punkten e und f laufen die krummen Kehllinien, welche gefunden werden, indem man im Grundrisse durch beliebige Punkte b und c Hilfskreise legt und parallel mit dem Forste des Verbindungsdaches die Hilfslinien 2 und 3 so zieht, daß 1.2 = a b und 1.3 = a c ist; wo nun die geraden Linien 2 und 3 die Kreise von b und c schneiden, da liegen die Punkte für die krummen Kehlen.

In Fig. 212 steht ein Kegel mit einem Prisma a b c d in 212.
Verbindung, der Mittelpunkt des Kegels liegt außerhalb des Prisma, und unterscheidet sich also dieser Fall wesentlich von dem unter Fig. 208 betrachteten. Allein, wie dort, muß auch hier ein Zwischendach angebracht werden und es ist dasselbe wie in Fig. 210 und 211 zu behandeln. — Diese krummen Kehlen sind Theile der Linie, welche wir an e f, Fig. 209, kennen lernten.

Unter Fig. 213 liegt ein Kegel mit zwei umgekehrten Kegeln 213
in Verbindung. Ob die Mittelpunkte der letzteren innerhalb der

Digitized by Google

Fig. Grundfläche bei a, oder außerhalb derselben bei b liegen, ist für die Bearbeitung einerlei, da das Verfahren ganz so bleibt, wie wir es an Fig. 196, 197, 198 und 199 in Anwendung brachten.

Wie sich immerhin die Zusammensetzungen vornehmen lassen, welche und wie viele Körper in Verbindung treten, sich berühren oder durchdringen, ist für die Bearbeitung ganz einerlei, da die hierzu erforderlichen Hilfsmittel nunmehr hinlänglich bekannt sind, so kommen uns nichts destoweniger Zusammensetzungen vor, die den Anfänger für den Augenblick überraschen, wie z. B. Fig.
214 214, Taf. XXI, wo der Kegel an der Ecke eines Walmen steht. Zu dieser Ausmittelung sind uns die Elemente gegeben, sobald wir rechtwinkelig auf die Linie ab den Forst ef legen; die Bestimmung der Punkte e und f hängt von der Höhe der Linie cd ab, welche stets für den Forst eines Zwischendaches gilt. Dieser Fall unterscheidet sich von Fig. 212 nur dadurch, daß das Zwischendach unter schiefen Winkeln an das Hauptgebäude läuft.

Uebrigens lassen sich in dieser Ausmittelung die beiden Einfallspunkte des Forstes ef dadurch bestimmen, daß die halbe Tiefe ab sowohl nach ag, als nach ah hin aufgetragen wird, und durch die erhaltenen Punkte Parallelen mit ihren Traufenlinien gezogen werden.

Im vorliegenden Falle fällt des Kegels Mittelpunkt mit der Gebäudeecke zusammen; liegt er aber anders, so sind wieder verschiedene Fälle möglich: entweder liegt er innerhalb des Gebäudes auf der Gratlinie oder nicht, oder er liegt außerhalb in der verlängerten Gratlinie oder nicht.

215. In Fig. 215 ist ein umgekehrt stehender Kegel mit einer Widerkehr in Verbindung gebracht; die inneren Traufenlinien der Widerkehr sind Tangenten der Kreislinie, deshalb ist keine Kehllinie vorhanden.

Der Forst des kleineren Daches erhebt sich von a, der des größeren Daches von b. Um die Richtung der steigenden Grate zu finden, schlage mit dem Radius cb einen Hilfskreis und gehe vom Punkte d parallel mit den äußeren Traufenlinien f und g, so entsteht eine wagerecht liegende dreieckige Ebene bhd, welche auf die bekannte Art ausgemittelt werden muß.

216. Das Verfahren für die unter Fig. 216 dargestellte Ausmittelung ist dem vorhergehenden vollkommen gleich: da jedoch bei a und b Winkel gebildet worden sind, so müssen sich auch von

Digitized by Google

diesen Winkelpunkten Kehlen erheben. cde ist wieder eine wagerecht liegende Ebene, in der Höhe des Forstes fe, welche noch überbaut werden muß, wenn nicht Platteform beliebt wird.

Letztere Figur zeigt noch, daß die Theilungspunkte von 1 bis 6 nicht in gleichen Theilen aufgetragen sind, jedoch müssen die Entfernungen 1.2., 2.3., 3.4., 4.5., 5.6 an allen Gebäuden je einander gleich sein, d. h. die gleichen Zahlen müssen gleiche Entfernungen ausdrücken —

Hiermit beschließen wir die Betrachtung des Kegels, jedoch nicht ohne die Hindeutung, daß auch hier alle jene Durchdringungen, wie wir sie am prismatischen und windschiefen Dachkörper im zweiten Abschnitte der Reihe nach entwickelten, möglich sind. Siehe Fig. 217 und 218.

Digitized by Google

V.

Die Kugel.

Halbkugel oder Kuppel, Kugelabschnitt u. f.

Fig. Wenn sich zwei Halbwalzen von gleichen Halbmessern unter rechten Winkeln durchdringen, wie Fig. 159, Taf. 15, so bildet die Durchdringung denjenigen Körper, welcher beim Gewölbebau „das geschlossene Kreuzgewölbe" genannt wird, und unter Fig. 158 dargestellt ist. Als Dachkörper betrachtet heißt derselbe „eine viereckige Kuppel".

Die Kuppel ist sonach ein Erzeugniß der Walze.

Jedes beliebige Viereck, es sei ein regelmäßiges oder unregelmäßiges, kann kuppelartig überbaut werden.

319. Lassen wir vier Halbwalzen **abcd**, **efgh**, **iklm**, **nopq** einander unter gleichen Winkeln durchdringen, so ist der Körper, welcher innerhalb sämmtlicher Walzen liegt, d. i. der Durchdringungskörper, eine achtseitige oder achteckige Kuppel (das achtseitige Sterngewölbe).

Der Körper $\varepsilon\alpha\beta\delta$ entsteht durch die Durchdringung der drei Walzen **abcd**, **iklm** und **nopq**; in der vierten Walze liegt er nur zum Theil. Der Körper $\alpha\beta\gamma$ liegt in den drei sich durchdringenden Walzen, aber außerhalb der vierten Walze **efgh**. Dagegen liegt $\varepsilon\alpha\lambda$ außerhalb einer der drei Walzen, nämlich: außerhalb **nopq**, dafür aber in der vierten **efgh**. So geht das ringsum. Nur was innerhalb der 8 Linien $\varepsilon\alpha$, $\alpha\beta$, $\beta\mu$ u. s. f. liegt, gehört allen 4 Walzen zugleich an.

Die gebogene Oberfläche des achteckigen Kuppeldaches ist $= g.2$, indem g die Grundfläche bedeutet. Sie ist in dieser Hinsicht identisch mit der Oberfläche des viereckigen Kuppeldaches.

Der Kubikinhalt desselben Daches ist $= \frac{r^2.\alpha\beta}{3}.8$ oder $r^2 . \frac{s.n}{3}$ und und gleicht auch in dieser Hinsicht der viereckigen Kuppel.

Digitized by Google

So vielseitig eine Kuppel immer sein mag, so wird sie nach den vor- Fig.
stehenden Formeln berechnet.

Lassen wir unendlich viele Walzen sich durchdringen, so erhält der Durchdringungskörper unendlich viele, mithin auch unendlich kleine Seiten, wodurch die wirkliche Kuppel — Halbkugel, Rotunde — entsteht, indem auch die kleinen Ecken $\rho\sigma\tau$ noch wegfallen.

Der Quadratinhalt der Kuppeloberfläche $= g.2$ das ist hier $r^2.\pi.2$; denn die Oberfläche der ganzen Kugel $= r^2.\pi.4$.

Da die Oberfläche der ganzen Kugel auch $= d^2.\pi$, so hat man für die Kuppelfläche $= \frac{d^2.\pi}{2}$; denn $\frac{d^2}{2} = r^2.2$.

Der Kubikinhalt der ganzen Kugel wird ebenfalls nach verschiedenen Formelausdrücken gesucht, nämlich:

1) $d^2.\pi.\frac{r}{3}$, also für die Halbkugel $d^2.\pi.\frac{r}{3} : 2$

2) $r^2.\pi.4.\frac{r}{3}$, „ „ „ $r^2.\pi.4.\frac{r}{3} : 2 = r^2.\pi.2.\frac{r}{3}$

3) $d^3.\frac{\pi}{6} = d^3.\frac{22}{7.6} = d^3\frac{11}{21}$, also für die Halbkugel $d^3.\frac{11}{21} : 2 = d^3.\frac{11}{42}$

u. s. f.

Die Auslegung des Kugelnetzes hat an sich keine große Schwierigkeit, doch wollen wir dasselbe betrachten, indem das dabei anzuwendende Verfahren für alle Arten von Kuppeln, wie sie uns später vorkommen, gilt.

Wir theilen den Umfang der Kugel in möglichst viele gleiche Theile, Fig. 220, hier 24, da sich diese Zahl bequem finden läßt. 220
— Ziehen wir im Grundrisse **A.** von den erhaltenen Theilungspunkten nach dem Mittelpunkte gerade Linien, so bilden immer zwei derselben einen Durchmesser. In der Ansicht **B.** ziehen wir bei derselben Theilung wagerechte Linien, welche nach oben immer kürzer werden.

Um das Netz **C.** zu finden, tragen wir auf eine Linie **ef** so viele gleiche Theile, als wir im Umkreise haben, also 24. Auf eine Winkelrechte **gh** tragen wir deren 12, und schließen das Rechteck **iklm**; durch die auf **gh** getragenen Punkte legen wir mit **im** Parallelen, von denen hier aber nur die durch **n, o, p, q** gezeichnet sind. Hierauf nimmt man die Länge **ra**, trägt sie im Grundrisse aus dem Mittelpunkte nach **c**, errichtet in **c** eine Winkelrechte, deren Länge in **C.** bei **o** und **p** von der Linie **gh** halb rechts und halb links aufgetragen wird. Ebenso gibt in **B.** die Linie **sb**, in **A.** die Winkelrechte **d**, wodurch man wieder in

Digitized by Google

C. die Breite bei n und q erhält. Dieſelben Breiten, welche wir ſomit auf g h bei n, o, p, q erhielten, tragen wir auf allen folgenden Linien t u u. ſ. f. auf, wodurch dann die Streifen für das Netz entſtehen. — Die krummen Linien müſſen aus freier Hand gezogen werden.

Legen wir aus e den Halbmeſſer der Kugel nach v und w auf, und ziehen durch beide Punkte Parallelen, ſo iſt das Oblongum v w y x die wahre Kugeloberfläche, indem die abgeſchnittenen Spitzen $\beta\varepsilon\delta$ den dreieckigen Raum $\alpha\beta\gamma$ ausfüllen.

Der Quadratinhalt der Kugeloberfläche iſt daher $= d \cdot \pi \cdot d$ und der Quadratinhalt der Kuppeloberfläche $= d \cdot \pi \cdot r$, alſo in C $=$ e f . e v.

Wird das Kugelnetz zuſammengelegt, ſo entſteht ein Polyeder von 24 Kanten, welche an zwei einander gegenüberliegenden Punkten — den Polen — zuſammenlaufen. In B. iſt ein Theil desſelben dargeſtellt. — Für die Zeichnung dieſer Figur iſt zu bemerken, daß alle Punkte z, z, z..., welche im Grundriſſe A. auf der Peripherie liegen, in der Anſicht B. auf die Linie z′z′ getragen werden müſſen, wie ſolches die punktirten Linien nachweiſen; alle Kantenpunkte in A., welche der Entfernung e entſprechen, erheben ſich zur Linie a a; ferner alle Kantenpunkte, welche der Entfernung d entſprechen, erheben ſich zur Linie b′b. — Die zwiſchen z′, a′, b′ liegenden Punkte ſind wegen Kleinheit der Figur unberückſichtigt geblieben.

Ich kann nicht umhin, hier bei Gelegenheit zwei Kugelſchnitte, nämlich den Kugelabſchnitt und die Kugelzone zu berühren.

Denken wir uns z. B. durch die Linie a′a eine Schnittebene dargeſtellt, ſo iſt der über ihr liegende Theil a′a α „der Kugelabſchnitt."

Der Quadratinhalt der gebogenen Oberfläche — Kugelhaube — wird gefunden, indem man nach dem Durchmeſſer z′z′ den Umkreis ſucht und dieſen mit der Höhe r α multiplicirt, alſo $d \pi h$.

Der Kubikinhalt dieſes Körpers $= \frac{\pi h^2}{3} (3r - h)$

Denken wir uns ferner ſowohl durch a′a, als auch durch b′b Schnittebenen gelegt, ſo iſt der Körper a′a b′b „die Kugelzone."

Die gebogene Oberfläche derſelben $= d^2 \pi h$, indem $d = z'z'$ und $a = s b'$.

Der Kubikinhalt $= \frac{\pi h}{6} (3b^2 - h^2 + 3a^2)$, indem $b = r a'$ und $a = s b'$.

Digitized by Google

In zusammengesetzten Kuppelformen kommen uns beide Kör- Fig.
per vor.

Die horizontalen Schnittebenen sind hier wie bei allen Körpern das hauptsächlichste Hilfsmittel für die Zeichnung und Darstellung der Ausmittelungslinien; wir werden deshalb auch nur einige wenige Fälle näher betrachten. —

Die Zusammensetzung der Dachkörper gewinnt, je mehr uns deren bekannt werden, an Umfang immer mehr, und je mehr wir uns von den von geraden Linien und ebenen Flächen begrenzten Körpern entfernen, also mit den von gebogenen Flächen eingeschlossenen Körpern vertrauter werden, desto näher rücken wir dem Gebiete, in welchem die freie Phantasie des Künstlers waltet, und die charakteristischen Formen der Baustyle uns entgegentreten. Gewähren uns dieses schon das Prisma und die Pyramide, so finden wir es bei den Kegel- und Kuppelformen in weit höherem und reicherem Maße. Welche schöne Mannigfaltigkeit bot uns schon die Walze, dieser einfache Körper, dar!

Wir bleiben inzwischen bei der reinen Kugelform stehen, um einige Verbindungen mit anderen Körpern zu zergliedern.

In Fig. 221, Taf. XXII, sind zwei Prismen mit einer 221.
Halbkugel verbunden; das Prisma links ist so gerichtet, daß die Mittellinie der Grundfläche, a b, in ihrer Verlängerung durch den Mittelpunkt läuft. — Die Höhenmaße für die Schnittebenen 1 und 2 wurden beliebig angenommen. Wie die Schnittlinien aus dem in den Grundriß gelegten Profile c d e mit den Schnittlinien der Kugel zusammenlaufen und die krummen Kehlen, die in diesem Falle symmetrisch liegen, bestimmen, geht mit Deutlichkeit aus der Figur selbst hervor. Im anderen Falle, rechts an der Kugel, ist das Prisma so gelegt, daß eine Traufenlinie f g die Kugel tangirt. Das Verfahren bleibt dasselbe wie früher. — Daß hier die Kehlen nicht symmetrisch liegen können, ist leicht einzusehen; denn die Mittellinie des Prisma läuft in ihrer Verlängerung an dem Mittelpunkte der Kugel vorbei. — Wir haben also in diesem zweiten Falle dieselbe Erscheinung, welche wir schon an Fig. 11, Taf. I, bemerkten, nämlich: daß, wenn Dachkörper unter schiefen Winkeln einander durchdringen, kurze und lange Kehlen entstehen.

Tritt statt des Prisma eine Walze in die Verbindung, so ändert sich in der Bearbeitung nichts; die Kehllinien werden na-

Digitized by Google

türlich auch krumme, aber am Forste laufen sie nicht in einer Spitze zusammen, sondern gehen sanft in eine andere Biegung über.

222. Steht das Prisma mit der Kugel so in Verbindung, so daß ersteres nur theilweise eindringt, wie Fig. 222 A, so entsteht eine sehr flache Kehle c d e, welche f g zur Höhe hat. Solche flache Kehlen sind nicht liebenswürdig, wir suchen sie zu vermeiden, indem wir die Anwendung eines Zwischendaches benutzen, wie wir schon beim Kegel, Fig. 212 u. f., thaten. — Wir nehmen a b als eine neu hinzutretende Gebäudetiefe an und haben nun denselben Fall wie in voriger Figur.

In diesen wenigen Fällen sind die Hauptmomente, welche andere Körper mit der Kugel eingehen, dargestellt; auch wenn Kegel mit Kugel, oder Kugel mit Kugel sich verbinden, werden wir am zweckmäßigsten zu diesem Hilfsmittel greifen, wenn nicht andere Rücksichten oder Bedingungen, davon abzustehen, uns gebieten.

223. Wie überall, so fehlt es auch hier nicht an Spielformen, die bis ins Lächerliche getrieben werden können; immerhin bleibt ihre Bearbeitung interessant und belehrend, weil der Schüler gewissermaßen gezwungen wird, über die Natur und Beschaffenheit der Körper scharf nachzudenken. Wir wollen unter Fig. 223 zwei einfache Fälle der Art betrachten. — Eine Walze A soll nach der Linie a b in die Halbkugel eindringen.

Demnächst theilen wir den Umfang der Walze am bequemsten in acht gleiche Theile, welche wir schnell und sicher erhalten, indem wir um den Halbkreis das Halbquadrat a c d e legen und aus d und c nach dem Mittelpunkte Diagonalen ziehen. Von den erhaltenen Theilungspunkten auf der Kreislinie ziehen wir mit a b Parallelen. Hierauf theilen wir den Umfang der Kugel in gleiche Theile, und legen durch die erhaltenen Punkte 1, 2, 3 horizontale Schnittebenen nicht allein durch die Kugel, sondern auch durch die als vorhanden gedachte Walze. Durch letztere laufen dieselben unter schiefen Winkeln und bilden Ellipsen, welche im Grundrisse dargestellt werden müssen. — Die Linie, welche durch das Eindringen der Walze auf der Kugel entstanden ist, wird nur bestimmt durch die Schnittpunkte, welche die Ellipsenlinien 1, 2, 3 mit den Kreislinien 1, 2, 3 machen.

Digitized by Google

Der andere Fall B stellt das Eindringen einer größeren Kugel, deren Radius fg ist, dar. — Diese Aufgabe werde etwa folgendermaßen gegeben:

In dem Grundrisse der Kuppel soll nach einer Kreislinie, deren Radius hi ist, ein Ausschnitt gemacht werden; der Radius der eindringenden Kugel sei fg.

Um nun den Mittelpunkt g zu finden, rücken wir hi nach kl herauf, und nehmen die Linie kg als Hypothenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes klg, in welchem

$$lg = \sqrt{kg^2 - kl^2}$$

und durch Zeichnung finden wir g, indem wir fg in den Zirkel nehmen, in k einsetzen und einen Bogen schlagen, welcher die senkrechte Linie lg schneidet.

Die Schnittebenen der ersten Kugel werden auch in die äußere Kugel geführt und es werden mittelst der Halbmesser mn, op u. s. f. im Grundrisse aus dem Mittelpunkte i die Kreisbögen 1, 2, 3 geschlagen. Wo sich die Kreislinien oder die Grenzlinien der Schnittebenen beider Kugeln durchschneiden, da entstehen die Punkte α, β u. s. f., welche die durch Eindringen der anderen Kugel entstehende krumme Linie bestimmen. — Wäre man bei Zeichnung dieser Curve im Betreff ihrer Biegung zwischen $\alpha\gamma$ unsicher, so legen wir noch eine Schnittebene qr ein, schlagen mit qr aus i, und mit st aus b' Kreisbögen, die im Grundrisse mit 4 und 4 bezeichnet sind; sie schneiden sich bei δ, und es ist somit die Biegung genauer bestimmt worden.

In der Ansicht bildet die zu suchende Schnittlinie eine gerade Linie, welche sich ergibt, wenn die Schnittpunkte γ, δ, α, β u. s. f. herauf gewinkelt werden.

Der Punkt ϑ bestimmt im Grundrisse den Punkt μ, der Punkt k dagegen wurde von h bestimmt.

Verlängern wir beide Kugelumfänge unterhalb der Linie al, so entsteht der Schnittpunkt λ, welcher in der Verlängerung der Schnittlinie $\vartheta\varepsilon$ liegen muß. —

Solche Vertiefungen oder Eindrücke, von anderen Körpern herrührend, können an jedem anderen Körper vorkommen; so z. B. könnten wir an Fig. 193 bis 195 und anderen anstatt der kegelförmigen hohlen und erhabenen Abwalmung walzenförmige anwenden; in gleicher Weise können wir am walzenförmigen Dache (Bohlendache) die kuppelförmige Abwalmung anwenden. — Da-

Digitized by Google

Fig. gegen ist der Kuppelwalmen am Prisma ebensowenig möglich, als der Pyramidenwalmen an der Walze. — Am Prisma aber kann man nach Art der Fig. 223 die Walze zur Abwalmung benutzen u. s. f. — Hierzu muß noch bemerkt werden, daß, wenn am Prisma eine derartige walzenförmige Abwalmung stattfinden soll, die Traufenlinie kein Kreisstück sein kann, ausgenommen der winkelrechte Querschnitt der Walze wäre kein Kreis, sondern eine Ellipse.

224. Stellt sich uns die Aufgabe dar: einen viereckigen Raum **abcd**, Fig. 224, Taf. **XXIII**, mit einem Dache ohne Kehlen und Grate zu überdecken; so greifen wir zunächst nach der Kugel, indem wir die halbe Diagonale des Grundrisses als Radius annehmen. Wir schneiden demnach von der Halbkugel vier halbe Kugelabschnitte ab und erhalten diejenige Form, welche im Gewölbebau den Namen des „**böhmischen Gewölbes**" trägt.

Jede Schnittebene in der Kugel erzeugt einen Kreis; daher sind die vier Stirnseiten Halbkreise. Ist der Grundriß ein Quadrat, so sind diese Halbkreise gleich groß; ist er ein Langrechteck, so entstehen ein Paar kleinere und ein Paar größere Halbkreise; ist der Grundriß ein Trapez, so entstehen verschiedene Halbkreise.

225. Liegen die Ecken des Trapezes nicht in der Peripherie, Fig. 225, so sind die Halbkreise nicht mehr vollständig vorhanden und müssen auch bei Darstellung der Ansicht besonders entwickelt werden. So z. B. verlängere man die Linie **ab**, bis sie in **c** des Kreises Umfang berührt; nun lege **de** parallel mit **ab**, schlage auf **de** einen Halbkreis, welcher der Schnittfläche von **ac** gleich ist, theile ihn, winkele die erhaltenen Theilungspunkte 1, 2, 3 nach **ac** und gehe von da lothrecht in die Ansicht und trage die Höhen **f1**, **g2**, **h3** in der Ansicht auf, so entsteht scheinbar, weil **ac** schief läuft, eine halbe Ellipse, welche aber nur über **ab** wirklich vorhanden ist. Wird der Eckpunkt **b** nach **A** herübergewinkelt, so ergibt sich die Höhe **ik**, welche in der Ansicht mit **lm** übereinstimmen muß.

In gleicher Weise vollende man die Schnittlinie **bo**, entwickele und theile den Kreis **B** und verfahre wie in **A**, so entsteht in der Ansicht (Standriß) die gebogene Linie **mn**.

Für die Schnittlinie **op** ist der entsprechende Kreis in **C** vorgelegt, die erhaltenen Theilungspunkte auf **qr** trage nach **op** über und verfahre weiter wie oben. Die krumme Linie **sn** ist die hinterste Begrenzung. —

Digitized by Google

Die Höhen ik, tu und vw, xy müssen paarweise gleich sein, wie verschieden auch die bei A, B und C vorgelegten Kreise sind. Fig.

Wie überall, so sucht man auch hier eine große Kunst in der Bearbeitung unregelmäßiger Gestalten, welche man noch ganz anders annehmen kann, als Fig. 225 ist. Welchem vernünftigen Menschen aber wird es wohl einfallen, sein neues Haus (dessen Grundriß ein Trapez ist), mit einem an allen Seiten verstutzten Kuppeldache zu bedecken! — Als freistehendes Haus angenommen, wäre das, wenn es geschähe, Unsinn; allein in einem Gebäudecomplexe kann eine solche Forderung leicht gestellt werden.

Nach der anderen Seite hin gibt uns das Fig. 224 angedeutete Motiv Mittel an die Hand, gefällige und schöne Formen zu schaffen, wenn wir regelmäßige Grundrisse aufsuchen und benutzen, wie in Fig. 226 geschehen ist, wo die Halbkugel auf 226.
einem Polygone ruhet. Wie weit die beiden unter Fig. 225 und 226 gegebenen Formen ihrer Idee nach von einander sind und wie viele andere zwischen ihnen liegen müssen, um durch eine Reihe derselben den Uebergang vollkommen herzustellen, brauche ich wohl kaum zu erinnern; nichtsdestoweniger sind sie sehr nahe verwandt.

Gewöhnlich ziert man die Kuppel noch mit einem Aufsatze, welcher mit einem Kugelabschnitte, oder einer Halbkugel, oder einem Kegel überdeckt wird, je nachdem es der Geschmack und ordnende Sinn des Künstlers wollen.

Digitized by Google

VI.

Ringförmiges Dach.

Fig. 227 bis 230.

Bewegt sich ein Kreis von beliebigem Durchmesser a b, Fig. 227, um einen beliebigen Punkt c außerhalb desselben, so daß d e die Drehaxe bildet, so entsteht der Ring. Er ist einer zusammengebogenen Walze zu vergleichen, deren Länge gefunden wird nach dem mittleren Durchmesser i k.

Denken wir uns den Ring aufgebogen, so kann er entweder die Gestalt l m n o von Fig. 228 oder Fig. 229 haben. Er besteht im ersten Falle aus einer Walze m n o p und aus einem Klauen l o p, im zweiten Falle aus einer Walze n o p q und zwei Klauen l o p und q n m. Die beiden letzteren Klauen sind aber zusammengenommen dem ersteren gleich.

Unter Fig. 230 ist ein Klauen dargestellt. — Um ihn in dieser Stellung richtig zu zeichnen, lege an das beliebig angenommene Parallelogramm a b c d einen Halbkreis, theile diesen in vier gleiche Theile, gehe von den erhaltenen Theilungspunkten winkelrecht nach a b und von da parallel mit a d bis an die Diagonalen e d und e c, desgleichen von e bis an c d, wodurch der Umfang der Grundfläche bestimmt wird. Ist die Höhe i h bekannt, so ziehe e h, errichte in k eine Lothrechte, welche e h in l schneidet und lege f g parallel mit a b durch l; die lothrechten Linien aus den Schnittpunkten der Diagonalen e d und e c schneiden f g, deren Endpunkte die Biegung des Umfanges für die schiefe Ebene a g h f b bestimmen.

Der Kubikinhalt des Körpers a i b h $= \frac{2}{3} r^2 h$, d. i.

$= \frac{2}{3} . ei^2 . ih.$

Als Dachkörper kann der Ring natürlich nie ganz erscheinen; wir haben ihn stets nur zur Hälfte, soweit derselbe in Fig. 227

Digitized by Google

oberhalb der Linie e f liegt, und es ist klar, daß, wenn er dann aufgebogen gedacht wird, derselbe nur aus einer halben Walze und einem halben Klauen bestehen kann. Fig.

Auch den halben Ring haben wir nicht immer als Dach, sondern entweder den inneren Theil n c g, Fig. 227, oder den äußeren n b f. Der letztere hat in Fig. 231 Anwendung gefunden. 231.

Die körperlichen Bestandtheile sind, um sie an Fig. 228 zu erklären, eine Viertelswalze t r s m und ein halber Klauen t r l.

In diesem Falle liegt das ringförmige Dach außerhalb der Rotunde, und es ist klar, daß dasselbe, aufgebogen, dem größeren Theile l r s m in Fig. 228 entsprechen m..ß.

Liegt dagegen ein ringförmiges Dach z. B. innerhalb eines runden Hofes, so entspricht dasselbe, dem kleineren Theile s r o n in Fig. 228. — Dieses besteht aber nicht aus der Viertelswalze s u o n und dem halben Klauen r u o, denn r u o nicht der halbe Klauen, sondern r o w.

Für die Ermittelung des Kubikinhaltes hat man von der Viertelswalze s r w n den Klauen r o w abzuziehen.

In Fig. 230 entspricht der abgeschnittene Theil m a h n b dem Theile r o u in Fig. 228, und zwar so, daß die Fläche m h n, Fig. 230, an u o, Fig. 228, und die Fläche a i b, Fig. 230, an r w, Fig. 228, zu liegen kömmt; die Linie e h fällt dann mit r o zusammen.

Die Verbindungen des Ringes mit anderen Körpern wollen wir übergehen, da die Hilfsmittel von den bereits kennen gelernten nicht abweichen. Die Schnittebenen sind Kreise, wie bei der Kugel, und wie bei allen runden Körpern.

Noch die Oberfläche des Ringdaches haben wir zu betrachten und das Netz desselben auszulegen.

In Fig. 232, Taf. XXIV, liegt ein halbes Ringdach; das Netz für dasselbe ist unter Fig. 233 nur theilweise gezeichnet. 232. 233.

An Fig. 177, Taf. XVII, sahen wir, daß wir den Kreis am bequemsten in 24 gleiche Theile theilen, da sich dieselben schnell und sicher bestimmen lassen.

Hier haben wir zwei Kreise einzutheilen; einen, dessen Radius a g oder αu, und den anderen, dessen Radius a q ist. Nachdem der kleine Halbkreis in 12 gleiche Theile getheilt worden, tragen wir dieselben auf $\alpha \varepsilon$, und die Theile des großen Halbkreises auf a o; nun messen wir im Grundrisse die Breiten a a', b b', c c', d d' u. s. f. und tragen sie in Fig. 233 auf die

Digitized by Google

Linien aa, bb, cc, dd u. s. f., wodurch wir die krummen Linien für das Netz erhalten.

Bei der Berechnung des Quadratinhaltes kann man annehmen: die Oberfläche ist gleich dem Producte der mittleren Peripherie nach dem Radius gq mit der Peripherie nach dem Radius αu. Denn denken wir uns die mittleren Breiten gg, ty u. s. f. in Fig. 233 aneinander gerückt, wie die Linie zz darstellt, so legt sie an der Linie ao doppelt ein, was sie oberhalb der Mittellinie xx noch ausgeschieden hat.

Ganz anders aber ist es, wenn nur der äußere oder innere Theil des Ringdaches, wie in Fig. 231 vorhanden ist; denn nach der Linie xx wird das Netz in zwei ungleiche Theile zerlegt, da oberhalb derselben mehr fehlt, als unterhalb derselben, ngtv ist größer als agt. — Wollten wir nach dem Radius eq, Fig. 232, die mittlere Peripherie als den einen Factor annehmen, so würden wir ein falsches Resultat erhalten, wie wir in Fig. 233 sehen können, wenn wir durch η eine Parallele mit der nächsten Netzlinie legen; wir schneiden unterhalb ee zu viel weg. — Wollten wir ferner in Fig. 232 den Halbirungspunkt δ annehmen, wonach dq der Radius für den mittleren Kreis würde, so ist auch das nicht richtig; denn legen wir durch δ eine Parallele mit der nächsten Netzlinie, so bringen wir oberhalb dd zu viel bei, während wir unterhalb zu wenig abschneiden.

Am gerathensten wird es sein, wenn wir uns diesen Theil der Oberfläche in Trapeze zerlegt denken, die sechs Trapeze abba, bccb, cddc u. s. f. einzeln berechnen und summiren, so haben wir die Oberfläche agga Fig. 233. Ist so das Ringdach ganz vorhanden, so wird diese Summe 24 mal genommen, ist es nur halb vorhanden, so wird diese Summe nur mit 12 multiplicirt u. s. f.

Wie wir den Quadratinhalt der kleinen Trapeze finden, ist nicht schwierig, wenn wir uns nach Fig. 177 erinnern, daß alle Linien an und in dem Kreise in unveränderlichen Verhältnissen stehen. So z. B finden wir die Höhe αβ, das ist die Seitenlänge am Umfange des 24 Ecks, = 0,1304. — Ist nur der Durchmesser des kleinen Kreises bekannt, so wissen wir die wahre Länge von αβ zu berechnen. In gleicher Weise finden wir die wahre Länge von aa nach dem großen Durchmesser.

Die Länge bb' in Fig. 232 finden wir durch einen Proportionssatz

$$aq : bq = aa' : bb'.$$

Wie groß aber bq sei, lehren uns wieder die bei Fig. 177 angestellten Betrachtungen, nämlich wir haben dort (Seite 138) ef = 0,017004, also

$$abba = \frac{aa + bb}{2} . \alpha\beta.$$

In ähnlicher Weise suchen wir mit Hilfe der an Fig. 177 entwickelten Verhältnißzahlen den Inhalt der übrigen Trapeze.

Digitized by Google

VII.

Ellipsen- und parabelförmige Dachkörper.

Die Ellipse ist einem Kreise, welcher an zwei einander entgegengesetzten Punkten zusammengedrückt worden ist, zu vergleichen. Ihre Entstehung wird deshalb auch aus dem Kreise hergeleitet, indem nach ihren beiden Durchmessern a b und c d, Fig. 234, Halbkreise A und B geschlagen werden, deren jeder in gleiche Theile, und zwar einer so viel wie der andere, getheilt wird. Von den erhaltenen Theilungspunkten zieht man Linien, welche sich unter rechten Winkeln schneiden. Durch welche Schnittpunkte die Ellipsenlinie gelegt werden muß, geht aus der Fig. 234 hervor. Fig. 234.

Nimmt man die Hälfte des großen Durchmessers in den Zirkel, setzt in a ein, schlägt das Kreisstück e f, setzt dann in b ein, so müssen bei e und f Schnittpunkte entstehen, welche „Brennpunkte" heißen. Von diesen beiden Punkten aus wird die Ellipsenlinie auch construirt, indem man auf c d beliebige Punkte, z. B. g und h, zwischen dem Mittelpunkte und einem Brennpunkte gelegen, annimmt, sodann mit der Länge c h und c g, wie auch mit h d und g d kurze Kreisstücke schlägt, welche sich, gegenüberliegend, einander schneiden. Diese Schnittpunkte gehören der Ellipse an.

Denken wir uns eine solche Ellipse als Grundfläche eines Körpers, so erhalten wir zunächst die elliptische Walze Fig. 294.

Die Länge der Ellipsenlinie (Umfang der Ellipse) $= \frac{D + d}{2} \cdot \pi$

Der Quadratinhalt der Ellipse $= \frac{D \cdot d \cdot \pi}{4}$

Der Kubikinhalt der elliptischen Walze $= \frac{D \cdot d \cdot \pi}{4} \cdot h$

Der Kubikinhalt des elliptischen Kegels $= \frac{D \cdot d \cdot \pi \cdot h}{12}$

Digitized by Google

Fig. Nimmt man in dieser Walze eine Schnittlinie ik von der Länge des großen Durchmessers an, so muß die Schnittfläche ein Kreis sein, dessen Radius dem Radius in A gleich ist. — In jeder elliptischen Walze läßt sich auf diese Weise eine Schnittfläche, welche ein Kreis ist, suchen.

Wird eine solche Walze zu Abwalmungen benutzt, so gleicht das Verfahren dem unter Fig. 223 A erklärten, unterscheidet sich aber dadurch, daß hier Kreisschläge statt der dort zu suchenden Ellipsen erscheinen.

235. In Fig. 235 A und B sind am einfachen Prisma ein erhabener und ein hohler Walmen, deren Flächen elliptischen Walmen angehören, bearbeitet.

Aus dem Mittelpunkte a, auf dem Mittel des prismatischen Daches liegend, ist ein beliebiger Kreis geschlagen, dessen Durchmesser die große Achse der elliptischen Walze angibt und die Traufenlinie des erhabenen Walmes bestimmt. — So viele Theile von a bis b sind, ebenso viel und ebenso große Theile trage von a nach c und schlage von den erhaltenen Punkten Kreisstücke, welche die Schnittlinien des Prisma schneiden und die Grate bestimmen.

Die Linie de giebt die Neigung der Walze an, und legt man durch f eine Parallele mit de und zieht irgendwo eine Winkelrechte gh, so gilt letztere für den kleinen Durchmesser.

Liegt am hohlen Walmen der Mittelpunkt i nicht in der Verlängerung der Mittellinie und der Kreis für den hohlen Walmen ist gegeben, so ziehe irgendwo aus dem Mittelpunkte eine Linie ik, verlängere sie nach l hinaus, trage die halbe Tiefe ab aus k nach l und schlage mit dem Radius il ein Kreisstück durch die Forstlinie, so wird der Anfallspunkt gefunden. Die übrigen Kreisstücke werden aus den aufgetragenen Punkten 1, 2 geschlagen.

Will man wissen, wie groß der kleine Durchmesser der hier vorkommenden elliptischen Walze sei, so bestimme durch eine Lothrechte aus m den Punkt q, mache no = mi, op = ki, ziehe qo, lege durch p die pr # oq und ziehe irgendwo eine Winkelrechte st, so ist st die Hälfte des kleinen Durchmessers.

Es ist klar, daß, wenn der Neigungswinkel opr und einer der beiden Durchmesser gegeben sind, sich die Größe des anderen Durchmessers danach richten muß; oder, sind beide Durchmesser

Digitized by Google

(d. i. die große und kleine Achse der Ellipse) gegeben, der Neigungswinkel opr gesucht werden muß, vorausgesetzt, daß die Traufenlinie des Walmens oder dergl. ein Kreisstück sein soll. — Wären z. B. beide Durchmesser gegeben, so lege, wie Fig. 234, den großen Durchmesser bei ik ein, so ist ikm der Außenwinkel, oder kiu der eigentliche innere Dachneigungswinkel für die Abwalmung. Fig.

Zerlegen wir Behufs der Anwendung als Dachkörper die unter Fig. 234 dargestellte Walze ihrer Länge nach, so erhalten wir zwei verschiedene Formen, wenn wir den einen Schnitt nach der kleinen Achse ab, und den anderen Schnitt nach der großen Achse cd führen. — In dem ersten Falle ist das Profil des Daches, wie es unter Fig. 236 liegt; die Höhe ist größer als die Grundbreite oder Gebäudetiefe. Wir nennen das „eine Ueberhöhung". 236.

In dem zweiten Falle, Fig. 237, ist die Höhe kleiner als die Breite und wir sagen: „das Dach sei gedrückt." 237.

Mit und an diesen beiden elliptischen Walzenformen können wiederum alle jene Zusammensetzungen, Durchdringungen und Veränderungen vorgenommen werden, wie sie in den früheren Abschnitten besprochen worden sind. — Wir können aber diese beiden Dachkörper auch zu Ringen zusammenbiegen und zu dem Grundrisse entweder einen Kreis, oder eine Ellipse nehmen.

Setzen wir, wie im Grundrisse Fig. 236 und 237 nur angedeutet ist, unendlich viele solcher Dachkörper zusammen, so daß alle Mittellinien in einem einzigen Punkte a sich schneiden, so entsteht ein Kreis als Grundfläche des Durchdringungskörpers, dessen senkrechte Schnittfläche eine halbe Ellipse ist. Dieser Körper heißt Ellipsoid und findet, wie die Halbkugel, seine Anwendung als Kuppel.

Jede wagerechte Schnittebene in den beiden Ellipsoiden, Fig. 236 und 237, erzeugt einen Kreis; jede senkrechte Schnittebene dagegen eine Ellipse.

Beide Ellipsoiden sind von einander zu unterscheiden, wenn wir uns vorstellen, das Ellipsoid, Fig. 236, sei entstanden, indem sich die Ellipse um ihre große Achse bc gedreht und die kleine Achse die Querschnittsfläche beschrieben habe, während das Ellipsoid, Fig. 237 durch Umdrehung um die kleine Achse ef ent-

Digitized by Google

Fig. standen ist, so daß die große Achse die mittlere Querschnittsfläche (hier die Grundfläche) beschreibt.

Der Kubikinhalt des Ellipsoides, Fig. 236, ist, wenn die große Achse mit a, die kleine Achse mit b bezeichnet wird

$$= a^3 \cdot \frac{11}{21} \cdot \frac{b^3}{a^3} \text{ oder } = \frac{11}{21} \cdot b^3 \cdot a$$

und der Kubikinhalt des Ellipsoides Fig. 237

$$= b^3 \cdot \frac{11}{21} \cdot \frac{a^3}{b^3} \text{ oder } = \frac{11}{21} \cdot a^2 \cdot b$$

Da jedoch beide Ellipsoiden hier nur zur Hälfte vorhanden sind, so hat man die gefundenen Massen noch durch 2 zu dividiren, um den Kubikinhalt der elliptischen Kuppeln darzustellen.

238. Die Parabel acb, Fig. 238, Taf. XXV, zu construiren, bedürfen wir ihrer Achse dc, des auf derselben liegenden Brennpunktes e, und der Leitlinie fg. Der Fahrstrahl eh, aus dem Brennpunkte e an einen beliebigen Punkt der Parabellinie gezogen, ist gleich dem Abstande dieses Punktes von der Leitlinie, also eh = ih = kl. Zieht man also durch einen beliebigen Punkt l der Achse eine Winkelrechte auf dk, nimmt lk in den Zirkel, setzt im Brennpunkte e ein und schlägt ein Kreisstück, welches die Linie lh schneidet, so ist h ein Punkt der Parabellinie.

Ist nun für eine Parabel die Breite ab und der Scheitel c gegeben, so hat man die Leitlinie fg und den Brennpunkt e zu suchen, wie folgt: ziehe cb und die auf cb Winkelrechte bm, so hat man in dem rechtwinkeligen Dreiecke cbm

$$cd : db = db = dm.$$

Wird dm in vier gleiche Theile getheilt, so trage einen solchen Theil aus dem Scheitel c nach k und ebenso nach e, so sind die Leitlinie fg und der Brennpunkt e bestimmt worden, und die Construction der Parabellinie kann beginnen wie vorhin erklärt wurde.

Will man durch Rechnung bestimmen, wie groß die Entfernung des Punktes h von l sei (d. i. die Entfernung des Parabelpunktes h von der Achse), so hat man im rechtwinkeligen Dreiecke ehl

$$hl = \sqrt{he^2 - le^2}$$

aber $lc = lk - ek$

$$ek = \frac{dm}{2}$$

also:

$$hl = \sqrt{he^2 - \left(lk - \frac{dm}{2}\right)^2}$$

Digitized by Google

Die Länge der Parabellinie läßt sich leicht berechnen, indem man sie in jeder Section, z. B. nh, als Hypothenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes betrachtet. Fig.

Außerdem hat man folgende Formeln:

1) wenn dc gegen ab sehr groß ist $= dc + \frac{ah^2}{6 \cdot dc}$

2) wenn dc gegen ab sehr klein ist $= \frac{ab}{2} + \frac{4}{3} \cdot \frac{dc^2}{ab}$

Der Quadratinhalt der ebenen Parabelfläche ist $= \frac{2}{3} \cdot ab \cdot dc$

Der Kubikinhalt des Paraboloides ist = der Hälfte einer Walze, in welcher sich das Paraboloid befindet, also $= \frac{ad^2 \cdot \pi \cdot dc}{2}$

Die Parabel dient uns, wie der Kreis und die Ellipse, zu geraden, ring- und kuppelförmigen Dächern, und ist gleich jenen Dachformen zu allen Zusammensetzungen und Veränderungen zu gebrauchen.

Jede krumme Linie läßt sich in derselben Weise, wie wir die Kreislinie, Fig. 161, Taf. XV, anwendeten, die Biegung nach Innen oder Außen gekehrt, zu Dachformen annehmen. So ist Fig. 239 ein nach einer Parabellinie gebildetes Thurmdach. Die 239.
Parabel ist ihrer Achse entlang zerschnitten und umgekehrt aufgestellt worden, so daß ihr Scheitel in dem Traufenpunkte liegt.

Diejenigen Punkte und Linien, welche zur Construction der Parabel erforderlich sind, sind mit denselben Buchstaben wie in voriger Figur bezeichnet worden. — Alles Uebrige geht aus der Figur selbst mit Klarheit hervor.

Ob ein solcher Dachkörper eckig oder rund sei, ob der Grundriß kreisförmig oder elliptisch oder sonst wie angenommen werde, ändert im Wesentlichen Nichts; nur das Ansehen wird ein anderes und es liegt in des Meisters Hand, welche Gestaltung er wähle. Das Dach muß übrigens stets im Einklange mit den Gebäudemassen, die es schützet, stehen; denn es ist ein wesentlicher Theil der Architectur.

Die Berechnung solcher Dachkörper ist im Vorhergehenden angedeutet worden. — Soll z. B. die Oberfläche von Fig. 239 angegeben werden, so wird man dieselbe sectionsweise ermitteln. Ist der Durchmesser cc gegeben, so findet man die en, oo, denen $\delta\lambda$, $\delta\mu$ gleich sind; als Achteckseite bei gegebenem Durchmesser wird $\alpha\alpha$ gefunden, indem man cc mit 0,414 multiplicirt und die Breiten $\beta\beta$, $\gamma\gamma$ gehen aus den proportionirten Dreiecken $\alpha\varepsilon\alpha$, $\beta\varepsilon\beta$, $\gamma\varepsilon\gamma$ hervor. Die verkürzt erscheinende Länge $\lambda\mu$ ist = no, welche gefunden wird aus der Differenz oo — en und der Höhe eo. So ist z. B.

Digitized by Google

pqqp im Trapez, welches = ist $\frac{qq + pp}{2}$. no, und dasſelbe iſt hier 8mal vorhanden u. ſ. f.

In Fig. 240 iſt die Ellipſe angewendet; es liegen zwei halbe Ellipſen mit ihren Scheiteln im Forſtpunkte zuſammen, die große Achſe iſt der Gebäudetiefe, und die Hälfte der kleinen Achſe der Dachhöhe gleich.

Bei Gelegenheit lernen wir eine ſehr bequeme Art, die Ellipſe zu conſtruiren, kennen. — Schlage mit ab und mit ac aus a zwei Viertelskreiſe, theile jeden derſelben in gleich viele Theile, ziehe von den Theilungspunkten des kleinen Kreiſes wagerechte, von den Theilungspunkten des großen Kreiſes ſenkrechte Linien, ſo ergeben ſich die Schnittpunkte, durch welche die Ellipſe geht.

Daß es außer dieſen krummen Linien noch andere gibt, bedarf wohl kaum der Erwähnung; wir übergehen ſie, da ihre Bearbeitung für unſeren Zweck ſich nicht ändert.

Digitized by Google

VIII.

Freie Formen.

Thurm- und Kuppelformen.

Die bisher betrachteten Dachformen waren entweder reine Prismen, oder hatten zu ihren Profilen von vollendeten krummen Linien begrenzte Flächen. Jetzt wenden wir uns zu denjenigen Formen, deren Profile nur Theile jener Flächen sind, oder auch gar nichts mit den kennen gelernten Flächen gemein haben, indem krumme Linien, aus freier Hand gezeichnet, zur Profilirung gebracht werden. Wir verlassen somit das Bereich der einfachen, steifen Formen und rücken in ein anderes, in welchem Leben und Bewegung herrschen, sei es, indem die Formen an sich selbst gefälliger werden, oder weil die Gruppirungen derselben jenen Effect hervorbringen, welche an den Gebäudemassen das charakteristische Gepräge derselben vollständig machen.

Um überall den erforderlichen Ausdruck der Deutlichkeit geben und die sich steigernden Parallelen entwickeln zu können, habe ich schon früher, z. B. Taf. XV u. a., solche Formen zur Anschauung bringen müssen, deren Bildung nicht mehr auf der einfach gebogenen Linie, der einfachen Kreislinie, beruhet.

Mit Hilfe der bis Fig. 240 entwickelten Profilirungen wird es uns möglich, gerad- und krummlinige Dächer in den verschiedensten Gestaltungen zu entwerfen; wenden wir dieselben in ihrer Einfachheit an, oder vermischen sie, so sind wir in den Stand gesetzt, Formen zu erzeugen, welche je nach Wunsch und Zweck, die edle Ruhe der Vollendung, die Majestät, die Kühnheit, die Abentheuerlichkeit u. s. f. ausdrücken und darstellen.

Auch hier betrachten wir die einfachsten Dachkörper zuerst, um einige Erklärungen zu geben.

Digitized by Google

Fig. Wir haben gesehen, daß, wenn sich ein Kreis um seinen Durchmesser dreht, eine Kugel, und wenn die Umdrehung um eine außerhalb des Kreises befindliche Achse erfolgt, ein Ring entsteht. Ein von beiden ganz verschiedener Körper wird gebildet, wenn die Drehachse eine Sehne des Kreises ist, z. B. fb, Fig. 241. 242. 241. Die größte Querschnittsfläche dieses Körpers ist ein Kreis, dessen Radius die Bogenhöhe ac ist. — Lassen wir den ganzen Kreis nach der Sehne fb die Umdrehung machen, so ist der entstehende Körper ein nicht vollständig ausgebildeter Ring, weil seine inneren Theile sich selbst durchdringen; das Profil der Durchdringung ist fdbc.

Gleichzeitig beschreibt der Punkt g nach dem Radius ae einen Kreis, dessen Durchmesser = hg. Denken wir uns den Ring als wirklich vorhanden, so ist gbh eine Vertiefung, deren Höhe = eg — ab. Dieser Raum kann ebenfalls, wie in Fig. 242 geschehen, als Dachprofil benutzt werden.

241. Für die Berechnung der Oberfläche und des Kubikinhaltes solcher Körper theilen wir dieselben in Sectionen und benutzen hierbei die an Fig. 177 gegebenen Erklärungen, namentlich zerlegen wir den ganzen Kreisumfang in 24 Theile, und finden mittelst der dort entwickelten Verhältnißzahlen die Sectionshöhen ei, ik, kl, sowie die Sehnenlängen in, ko u. s. f. Ziehen wir von in die Breite ae ab, so ergibt sich pn, welches mit 2 multiplicirt nq ausmacht. Nun nehmen wir cnqd als abgestumpften Kegel an. — Ebenso haben wir or = (ko — ae) . 2.

Die verbleibende Spitze stb betrachten wir als Kegel, dessen Höhe = ab — el.

Werden bei einer solchen Aufgabe nur die Grundbreite cd und die Höhe ab gegeben, so ist der Radius ce zu ermitteln. — Zu dem Behufe suchen wir die kleine Sehne $cb = \sqrt{ac^2 + ab^2}$, halbiren dieselbe und errichten in u das Perpendikel ue. Nun haben wir zwei rechtwinkelige Dreiecke cab und cue, welche einander ähnlich sind und folgende Proportion ergeben:

$$ac : cb = cu : ce$$

ce ist der zu suchende Radius.

In Fig. 242 sind bac und dbh die ähnlichen Dreiecke, aus denen folgende Proportion hervorgeht:

$$ac : cb = bd : bh$$

Soll hier z. B. die Sectionslinie ef bestimmt werden, so ist vorerst gf zu ermitteln, sodann hat man

$$ab - fg = hf$$
$$hf . 2 = ef$$

Werden nach derartigen Profilen geformte Körper als eckige Kuppeln behandelt, so sind ihre Sectionen natürlicherweise Pyramidentheile.

Digitized by Google

Als nächste Anwendung dieser Körper gelten unsere Thurm- Fig.
hauben und Thurmkuppeln.

Unter Fig. 243 sind zwei verschiedene Motive derselben ange- 243 244.
deutet. Die Glockenform und die Kuppelform, von gleichen Breiten und Höhen, sind beide aus reinen Kreisstücken gebildet, wie die Mittelpunkte a, b und c, d darthun. — An Fig. 244 besteht die Thurmhaube aus freien Linien. An der Seite links sind dieselben etwas gefälliger, als die rechts. — Bei Darstellung dieser Linien kam es mir weniger darauf an, die schönsten Linien zwischen e, f und g, h zu suchen, als vielmehr die große Verschiedenheit der Gestaltung zu zeigen. Wissen wir doch, daß zwischen zwei Punkten unendlich viele krumme Linien möglich sind. Nur beispielsweise erinnere ich hierbei an das Formenspiel der Natur. Beschauen wir einmal die Profilirung der menschlichen Nase, dieses an sich selbst so kleinen Theiles unseres Körpers. Auf Taf. XXV liegen vier Profile derselben, wesentlich von einander verschieden. Daß es außer diesen noch Millionen andere gebe, braucht man wohl Niemandem zu sagen.

Die Gestalt des Thurmdaches ändert sich sofort, wenn die Linie e g der Linie f h näher rückt oder sich weiter von ihr entfernt, oder auch wenn sie kürzer oder länger gemacht wird. — Auf dem Verhältniß der Breite e g und der Höhe i k zu der Grundbreite f h kömmt hierbei alles an und ich will nur bemerken, daß, wenn e g sehr groß ist, der Kopf der Kuppel zu breit ausfällt, oder wenn i k zu klein ist, die Kuppel ein gedrücktes Aussehen erhält; wird e g sehr klein, so muß die Ausbiegung der Kuppellinie um so stärker werden, und wird i k sehr groß, so erhält man eine sehr schlanke Kuppel, bei welcher man sich in Acht nehmen muß, daß die Conturen nicht zu steiflinig gerathen. Immerhin kömmt alles auf den Unterbau, d. i. der eigentliche Thurm, an, und das Verhältniß der beiden Linien e g und i k richtet sich nach der Höhe und Breite des Thurmes; denn die Haube und die Kuppel sind nicht allein als das schützende Dach, sondern auch als eine Zierde des Gebäudes zu betrachten, welches mit allen übrigen Verzierungstheilen im Einklange stehen muß. Hierauf bezüglich lasse ich einige Hauptformen folgen.

Figg. 245 und 246, Taf. XXVI, haben den Halbkreis zu 245. 246.
ihrem Profile. Der Halbkreis ist eine ruhige, vollendete Form, welche, wie in Fig. 245, für sich allein und ohne mit anderen

Digitized by Google

Fig. Formen oder Körpern in Verbindung zu treten, sehr einfach erscheint, aber immer schön bleibt. Die einfache Schönheit und Ruhe der Halbkreisform ist in Fig. 246 unterbrochen, indem sich eine sogenannte „Durchsicht" auf ihr befindet. Das etwas schlanke Verhältniß derselben wird noch erhöht durch einen zweiten Aufsatz. Diese Wiederholung macht einen nicht ganz günstigen Eindruck.

247—249. Die Profile der eigentlichen Thurmhauben an Fig. 247 bis 249 sind ihren Biegungen zufolge verwandt, ihre Linien haben je zwei einwärts gehende Krümmungen und eine auswärts gehende. An Fig. 249 sind dieselben sanfter, als an beiden vorhergehenden Figuren, und mit beiden verglichen, erhebt sie sich am stolzesten, während ihr gegenüber die beiden anderen Formen, vorzüglich aber Fig. 247, gedrückt erscheinen. Uebrigens ist Fig. 247 eine sehr beliebte Form, welche vielfältige Anwendung gefunden hat. — Die Durchsicht mit ihrer Bedeckung sind der Hauptform entsprechend durchgeführt. — Weniger gut ist der obere Theil an Fig. 248; die Verhältnisse desselben sind, mit dem Hauptdache verglichen, zu schlank, namentlich hätte die Durchsicht etwas niedriger sein können. — Fig. 249 endigt mit einer eigenthümlichen Spitze, die übrigens nicht selten vorkömmt.

250—252. Die Profile der eigentlichen Thurmhauben an Figg. 250 bis 252 sind ebenfalls verwandt, indem jedes derselben eine ein- und eine auswärts gehende Biegung besitzt, und die Biegungen ähnlich liegen. — Fig. 250 hat wegen der großen Breite a b ein ungeschicktes Aussehen, und die Durchsicht ist zu zwergartig behandelt; weit besser würde sich diese Thurmhaube ausnehmen, wenn ihre obere Biegung etwas mehr zurückgezogen wäre, wie die punktirten Linien andeuten. — Fig. 251 ist eine ganz nette Form, und die Durchsicht mit ihrer Spitze passen gut dazu. Indessen würde das Aussehen noch etwas besser sein, wenn die obere Ausbiegung ein wenig mehr nach Außen ging, wie bei c angedeutet ist. — Fig. 252 hat ein sehr schönes Profil; die nach der Traufe überleitende Biegung erscheint fast als Nebensache, während sie dennoch ein wesentlicher Bestandtheil dieser Form ist.

253—255. Figg. 253 bis 255 sind eigenthümliche Gestalten, sowohl im Bezug auf die Biegung der Linien, als auch hinsichtlich der Zusammensetzung der übrigen Bestandtheile. — Fig. 255 ist am weitesten ausgebildet worden. — Fig. 253 deutet ein Motiv an,

Digitized by Google

welches noch vielfältig benutzt und ausgebildet werden kann. — Fig. 254 enthält nicht recht zusammenpassende Formen, kann aber sehr leicht verbessert und verschönert werden. Fig.

Fig. 256 erinnert an die orientalische Kuppel, deren Biegung weit über die Umfassungslinie des Gebäudes hinausgeht, und in dieser Beziehung dem persischen Bogen verwandt ist. — In ihrer Einfachheit betrachteten wir diese Dachform schon unter Fig. 166 und 167, an welchen die Profilirung aus zwei Viertelskreisen besteht. — Der oberste Theil an Fig. 251 beruhet auf derselben Idee, welche dort angegeben worden ist. 256.

Fig. 257 ist die Bedachung eines kleinen Thürmchens, zusammengesetzt aus zwei verschiedenen Motiven, nämlich: die oberste Kuppel entspricht der Fig. 256, der untere Theil hat die Biegungen, welche wir an Figg. 250 bis 252 sahen, nur daß hier die Höhe weit geringer ist als dort, und die S Linie deshalb eine geneigtere Lage hat. 257.

Die Figuren 245 bis 253 und 256 haben zu ihrem Grundrisse ein regelmäßiges Achteck; Figg. 255 und 257 aber haben je vier lange und vier kurze Seiten. Fig. 254 erhebt sich über einem Viereck und geht in das Achteck über.

Sämmtliche von Fig. 245 an betrachteten Formen sind der Wirklichkeit entlehnt; die bis 250 aufgezeichneten finden wir sehr häufig; Fig. 251 steht in Triptis, Fig. 252 in Jena, Fig. 253 in einem sächsischen Dorfe, Fig. 254 in Tiefurth bei Weimar, Fig. 255 in Weimar, Fig. 256 im Dorfe Allensbach im badenschen Oberlande, Fig. 257 in Belvedere bei Weimar.

Nochmals auf die Unendlichkeit des Formenspieles hinweisend, werde ich nun nur noch einige Formen und Gruppen darlegen, um das Eigenthümliche daran hervorzuheben.

Fig. 258, ein Theil des Schlosses Belvedere bei Weimar, ist zusammengesetzt aus einem Mansardedach, auf welchem sich ein Thürmchen (das eigentliche Belvedere) erhebt, und einem flachen Dache an dessen Walmseite eine siebzehneckige Kuppel emporsteigt. Diese Kuppel befindet sich über einem kleinen Saale und unterbricht die horizontale Decke desselben. Sie ist aus Bohlen construirt und mit Metall eingedeckt. 258.

Ihrem Wesen nach gleicht sie dem unter Fig. 241, Tafel XXV, betrachteten Körper und zwar wird sie ungefähr dem Theile csid gleichkommen.

Digitized by Google

Fig. Das auf dem Mittelbau befindliche Thürmchen ist ein regelmäßiges Achteck, das Hauptgebäude selbst ein Quadrat, das Dach desselben und zwar dessen oberer Theil bildet den Uebergang ins Achteck. — Die Balustrade verdeckt den Anschluß des Daches am Thurme und die Schornsteine sind als Pfeiler für die Balustrade benutzt.

259. Auf dem Mittelbaue des Lustschlosses Peterhof bei St. Petersburg erhebt sich majestätisch eine mit Thürmchen geschmückte Kuppel.

Derselbe ist quadratisch, von den Ecken bis an die vier Thürmchen laufen Grate, die Thürmchen verdecken den Uebergang der Pyramide zur kreisrunden glockenförmigen Kuppel, jedes der vier Thürmchen trägt eine kleine viereckige, vergoldete Kuppel; die Kuppel auf dem mittleren Thurme ist achteckig, zwei Gratlinien laufen immer von einer Ecke aus, und vereinigen sich wieder an der Spitze.

Die Kuppelformen dieser fünf Thürme sind aus dem Morgenlande herübergekommen und, auf ihrem Wege durch Rußland, daselbst auch mit sichtlicher Vorliebe aufgenommen worden. Sie haben dort vielfältige Anwendung gefunden.

Die Kuppelformen unter Figg. 260 und 251, Taf. XXVII,
260. sind ebenfalls orientalischen Ursprungs. — Fig. 260 zeigt eine Kugel auf quadratischer Pyramide. Ein Uebergang ist nicht vorhanden.

261. Fig. 261 endigt mit einer Halbkugel, unter welcher sich eine in das Quadrat auslaufende sehr flache Glockenform befindet.

Das eigentliche Dach hier ist mit der unter Fig. 259 gezeichneten Kuppelform nahe verwandt; nur ihre Höhe ist eine andere, außerdem aber wurde sie in fast gleicher Weise wie jene behandelt. Die S Linie erhebt sich hier weniger als dort.

262. Fig. 262 stellt eine Gruppirung *persischer* Bauwerke dar. Ueberall sieht man die charakteristische Kuppelform consequent durchgeführt. Nicht allein die Thürme, sondern auch die in die Höhe geführten Mauerverstärkungen eines angedeuteten Portales tragen dieselbe; sie wird sogar als Verzierung über Eingängen u. s. f. verwendet.

Die rechts stehende größere Kuppel zeigt am deutlichsten, mit welcher Consequenz jene morgenländischen Nationen ihre Baudenkmäler errichteten, wenn wir dieselbe mit den an letzteren vorkom-

Digitized by Google

menden Bogenstellungen, Fig. 263, vergleichen. — Diese Bogen- Fig. 263
form, uns unter dem Namen des „mauriſchen Bogens“ bekannt, hat ebenfalls ihren Urſprung im Oriente.

Werfen wir ferner einen vergleichenden Blick auf Fig. 264, 264
einen Theil des Tempels von Elora in Indien darſtellend, ſo kann uns wieder die nahe Verwandtſchaft nicht entgehen, welche zwiſchen den geſchwungenen Linien der oberſten Bekrönungen und den ſo eben betrachteten Kuppellinien ſtattfindet. — Gilt uns auch jener Tempel ſeinem Weſen nach für nichts Anderes, als ein aus rieſigen Felſenmaſſen gehauener Coloß, ſo finden wir dagegen an ihm die erſten Spuren des menſchlichen Schönheitsſinnes.

Die große Kuppel bildet ihrer äußeren Geſtalt nach ein geſchloſſenes Kreuzgewölbe, deſſen Profil von einer Spitzbogenlinie, oder dieſer ſehr nahe kommenden Linie, begrenzt wird.

Eine andere etwas tiefer liegende Bekrönung hat zum Profile die bereits unter Fig. 262 betrachtete Linie, des ſogenannten perſiſchen Bogens, und iſt walzenförmig.

In dieſen beiden Kuppelformen finden wir faſt alle Linien vereinigt, welche den Nationen ſpäterer Jahrhunderte und Jahrtauſende zum Ausdrucke ihrer Eigenthümlichkeit dienten; denn der oberſten Kuppel liegt der überhöhte Spitzbogen nach Art der Fig. 173 oder 174 zu Grunde, während die tiefer liegende Bedachung zu unterſt den Abſchnitt eines großen Kreiſes zum Profile hat, welcher von einem kleineren Kreiſe theilweis durchdrungen wird; auf dieſem ruhen wieder zwei andere ſich durchdringende, den mittleren aber nur tangirende Kreiſe.

Ob und wie die Art der Berührung und Durchdringung dieſer vier Kreiſe (ſowie das gleichſeitige Dreieck und der nach demſelben gebildete Spitzbogen Symbol des chriſtlichen Mittelalters war), zur Symbolik jenes Heidenthumes gehörten, iſt nicht Gegenſtand dieſer Unterſuchung.

Immerhin kann die indiſche, die älteſte uns bekannte Bogenlinie als die Mutter aller folgenden Formen angeſehen werden.

Die perſiſche Kuppel unterſcheidet ſich von ihr nur dadurch, daß die unterſte Abdachung weniger nach einem Kreisabſchnitte, als nach einwärts gebogenen (alſo zwei Kreiſen angehörigen), oder nach geraden (alſo einer Pyramide oder einem Kegel angehörig) gebildet wird. Das heißt: die eigentliche Kuppel ſitzt ent-

Digitized by Google

weder auf einer abgestumpften Pyramide, oder einem abgestumpften Kegel.

Wie alle schönen Formen, wenn sie der Hand der Künstlers entfallen, oder auf eine andere, spätere Nation, deren Culturzustand tiefer liegt, übergehen, nicht mehr verstanden werden, ebenso wurden auch diese schönen Bogenlinien, als sie nach Rußland kamen, verunstaltet. Fig. 265 zeigt eine solche russische Kuppel aus der frühesten Zeit. — Mit zunehmender Cultur entwickelten sich unter dem Hinzukommen neuer Elemente wiederum neue schöne Formen.

Einen ganz anderen Entwickelungsgang nahmen die ursprünglichen Bogenlinien der Kuppelform in China. Namentlich der untere Theil der Kuppel wurde Gegenstand eines kindlichen, fast kindisch zu nennenden Spieles.

Fig. 266 ist das Bild einer chinesischen Pagode. Fig. 267 ist der Grundriß des kuppelförmigen Daches. — Die Gratlinien ragen weit über das eigentliche Gebäude heraus, während die Dachfläche nach einer zurückgezogenen Linie begrenzt ist und mit einer aufwärts gehenden Schwingung endigt.

Dieser unterste Theil des Daches wiederholt sich über jeder abwärts folgenden breiter werdenden Etage in derselben Weise.

Fig. 268 ist die Häuserreihe einer Straße. Die Behandlung des untersten Theiles am Dache ist consequent dieselbe, wie oben erklärt wurde.

Bei der einfachen Form des prismatischen Daches sind diese Biegungen hauptsächlich nur an den Gratlinien möglich.

Fig. 269 ist die Ausmittelung des vordersten Gebäudes von Fig. 268. Der Anbau an der Giebelseite erleichtert die auswärts und aufwärts gehende Schwingung der Dachlinien.

Diese beiden Schwingungen machen einen wesentlichen Theil des chinesischen Daches aus.

Digitized by Google

IX.

Pyramidale Thurmformen

mit Berückſichtigung daran vorkommender Uebergänge.

Das gradlinige, prismatiſche Thurmdach iſt das einfachſte ebenſowohl im Bezuge auf ſein Anſehn, als auch hinſichtlich ſeiner inneren Conſtruction; die Geſchichte der Baukunſt zeigt es uns auch zuerſt immer da, wo ſich die Zimmerkunſt in ihrer Kindheit befand. Erſt als die runden Thürme mit den viereckigen wechſelten, entſtand das kegelförmige Dach, ſpäter dann die Kuppel.

Trotz ihrer Einfachheit wurde die Pyramide im Mittelalter vielfältig benutzt; der hochaufſtrebende Gewölbebau, die kühnen Formen desſelben, die prachtvollen Grundriſſe der Gewölbenetze, die Uebergänge von den viereckigen Säulenfüßen zu achteckigen oder runden Säulenſtämmen, und noch manches Andere lehrten endlich auch dem Zimmermanne neue Formen zu ſeinen Dachkörpern erfinden und anwenden. — Es iſt nicht meine Aufgabe den hiſtoriſchen Entwickelungsgang dieſes Gegenſtandes aufzurollen, ich habe nur andeuten wollen, wie auch dieſer Theil des Holzbaues dem Steinbaue langſam nachgefolgt iſt. Die Zimmerkunſt iſt ein Gebilde der Neuzeit. Jahrtauſende liegen unſerem Blicke offen, wir ſehen indiſche, griechiſche, römiſche Tempel, nirgends aber das ſpitze Thurmdach, wie es uns vom Mittelalter überliefert worden iſt; nirgends weiter ſehen wir das ſpitze Kirchdach, welches die ſpitzbogigen Gewölbe bedeckte. — Die Phantaſie der abendländiſchen Völker hatte eine andere Richtung gewonnen. Religiöſe Anſicht und fanatiſche Begeiſterung unſerer Voreltern, ſowie das rauhe Klima unſeres Vaterlandes und das hier ſich findende Baumaterial waren die Urſache einer gewaltigen Veränderung.

Mit Stolz und innigem Wohlbehagen beſchauen wir die Bauwerke unſerer Ahnen, einmal weil der Ritus der heidniſchen

Digitized by Google

Fig. Baukunst gestürzt, anderntheils aber diese neue Formenwelt uns selbst nicht nur eine reiche Ausbeute gestattet, sondern uns auch antreibt, immer mehr neue Formen zu schaffen, und selbstständig und selbstthätig nachzufolgen.

Das einfachste Thurmdach ist das Prisma, wie dasselbe
270. unter Fig. 4 bis Fig. 6 Tafel I. vorliegt, und in Fig. 270, Tafel XXVIII, seine Anwendung gefunden hat.

Dieses Prisma, gleichviel ob es am Forste rechtwinkelig, oder ob sein Querschnitt ein gleichseitiges oder ein gleichschenkeliges Dreieck sei, unterliegt hinsichtlich der Abwalmung und Zusammensetzung allen den bereits kennengelernten Veränderungen, namentlich auch, wie solche in Fig. 164 Tafel XV angedeutet ist.

271. Eine Art der Abwalmung, wie solche in Fig. 271 vorliegt und bisher noch nicht erwähnt worden ist, finden wir auch zuweilen an Thürmen. — Im Grundrisse liegen die kurzen Gratlinien des Halbwalmes parallel mit den Diagonalen des Quadrates, wie das an einer reinen Ausmittelung gehörig ist. Die Länge der Verfallungsgrate ist willkührlich anzunehmen; bald reichen sie bis zu den Hainbalken a b (gewöhnlich Hahnebalken genannt) herab, bald tiefer, bald auch nicht so tief, je nach Laune und Geschmack des Meisters.

272. Eine andere Abwalmung zeigt Fig. 272, welche sehr häufig auch am Chore der mittelalterlichen Kirchen vorkömmt und darin besteht, daß die Walmflächen weniger Neigung haben, als sie haben müßten. Dadurch wird ein Forst gewonnen und die Gestalt der Pyramide vermieden.

Einem solchen Dache ein leichteres und gefälligeres Ansehen
273. zu geben, wendet man große Aufschieblinge an, Fig. 273, und erreicht dadurch den Vortheil hinsichtlich der Holzconstruktion, daß die Sparren, welche in früherer Zeit sehr stark genommen wurden und deshalb einen besonderen Dachstuhl entbehrlich machten, von den Balkenköpfen zurückgerückt werden konnten. Bei quadratischer oder auch oblonger Grundform (hier die letztere), bilden diese Aufschieblinge eine abgestumpfte Pyramide.

Nicht immer sind die Grundrisse quadratisch, sollen aber doch
274. eine pyramidale Spitze erhalten, wie Fig. 274 zeigt. In diesem Falle bedienen wir uns der Aufschieblinge mit besonderem Nutzen. Sie bilden den Uebergang aus der oblongen zur quadratischen Form; dabei haben ihre Dachflächen paarweise verschiedene Nei-

Digitized by Google

gungswinkel. Die Gratlinien, welche vom Oblongum zum Quadrate überleiten, können den Winkel, aus welchem sie entspringen, nicht halbiren; denken wir uns z. B. die beiden Grate aus c und d bis zu ihrem Durchschneidungspunkte verlängert, so liegt derselbe bei g, während die Durchschneidung der beiden aus e und c kommenden bei h erfolgt. Verlängert man in der Ansicht die Linie ki und errichtet in g eine Lothrechte, so gibt a die Höhe der Durchschneidung an; und trägt man die Breite cd in die Ansicht, wie bei l und n geschehen, legt durch lo und ni gerade Linien, und verlängert sie, so erfolgt ihre Durchschneidung bei m, also in derselben Höhe wie die der beiden ersteren. — Diese einfache Linienconstruction zeigt also, daß nicht, wie man vielleicht irrthümlich annehmen könnte, b die Spitze der abgestumpften Pyramide sein kann. Nichts destoweniger hat dieser untere Theil die Natur derselben und kann als solche berechnet werden. Fig.

Mehr als die vierseitige Pyramide ist die achtseitige als Thurmform beliebt, weil sie schlanker und leichter erscheint.

Fig. 275 zeigt dieselbe in ihrer Einfachheit. An sich selbst 275.
bietet sie nichts besonders Merkwürdiges dar, wird aber zu sehr schönen Zusammensetzungen mit andern Dachkörpern benutzt.

In rechnerischer Beziehung müssen wir ihren Grundriß, das Achteck, näher betrachten.

Die Entstehung des Achtecks ist zweifacher Art; entweder liegt das Quadrat, oder der Kreis zu Grunde, und es lassen sich danach zwei verschiedene Lösungen, sowohl hinsichtlich der Zeichnung, als der Berechnung stellen.

Erstens: Ist die Aufgabe, das Achteck aus dem **Quadrate** zu entwickeln, wenn der **winkelrechte** (rectanguläre) Durchmesser, oder die Seitenlänge ab gegeben ist, so legt man in das Quadrat beide Diagonalen, welche sich in c schneiden, und schlägt mit der halben Diagonale bc aus jeder der vier Ecken Viertelskreise, wodurch auf den Seiten des Quadrates die Punkte e, f, g u. s. f. als Achtecksspunkte bezeichnet werden und es ergibt sich die Seitenlänge $ef = fg = gd$ u. s. f.

Wir entwickeln nun zuvörderst die Formeln, um die Verhältnißzahlen für die Achtecks-linie und die Achtecksfläche zu bestimmen, und berechnen dann die an der achtseitigen Pyramide vorkommenden Linien und Flächen. Die Berechnung des Kubikinhaltes ist bekannt.

$\sqrt{ab^2 + bh^2} = ah$, da $bh = ab$, so ist

$\sqrt{ab^2 . 2} = ah$, da wir aber nur die Hälfte der Diagonale brauchen, so setzen wir

$\frac{\sqrt{ab^2 . 2}}{2} = ac$; da ferner $af = ac$, so ist

$ab - ac = bf$, folglich findet man ef, indem $2 . bf$ von ab abgezogen wird, also $ab - 2 . bf = ef$ d. i. die Achtecksseite.

Digitized by Google

Setzen wir vorstehende Entwickelung zu einer Formel zusammen, so erhalten wir zunächst

$$ab - 2bf = ef$$

$$bf = ab - ac$$

$$ac = \frac{\sqrt{2 \cdot ab^2}}{2}$$

und nach Einsetzung dieser Werthe

$$ab - 2\left(ab - \frac{\sqrt{2ab^2}}{2}\right) = ef$$

Bezeichnen wir den winkelrechten Durchmesser des Achteckes mit **d**, und die Achtecksseite mit **s**, so ist

die Formel für die Achtecksseite

$$d - 2\left(d - \frac{\sqrt{d^2 \cdot 2}}{2}\right) = s$$

Es sei $d = 1$

$$1 - 2\left(1 - \frac{\sqrt{1^2 \cdot 2}}{2}\right) = s$$

$$1 - 2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$$

$$1 - 2\left(1 - \frac{1{,}414}{2}\right) =$$

$$1 - 2\,(1 - 0{,}707) =$$

$$1 - 2 \cdot 0{,}293 =$$

$$1 - 0{,}568 =$$

$$0{,}414 = s$$

Ist nun der winkelrechte Durchmesser eines Achteckes gegeben, so brauchen wir ihn nur mit 0,414 zu multipliciren, um die Länge der Achtecksseite auszudrücken.

Zweitens: Ist der **diagonale Durchmesser** id eines Achteckes gegeben, d. h. soll die Länge der Seite eines im Kreise beschriebenen Achteckes ausgedrückt werden, so müssen wir die Seite des größten in demselben liegenden Quadrates ifdk suchen. Eine solche Seite z. B. fd wird halbirt, und durch l der Halbmesser cg gelegt, so ist fg die verlangte Achtecksseite. — Hiernach entsteht folgende Rechnung:

$$\sqrt{\frac{id^2}{2}} = fd \text{ d. i. die Seite des größten Quadrates im Kreise.}$$

$$\frac{fd}{2} = fl = cl$$

$$\frac{id}{2} - cl = lg$$

fl und lg bestimmen das rechtwinkelige Dreieck flg, in welchem

$$fg = \sqrt{fl^2 + lg^2}$$

Diese Entwickelung ergibt für die Formel zunächst folgenden Ausdruck

$$fg = \sqrt{fl^2 + lg^2}$$

Digitized by Google

$$fl^2 = \frac{D^2}{8}, \text{ also } fl = \sqrt{\frac{D^2}{8}}$$

$$lg = R - cl = R - fl, \text{ mithin}$$

$$lg^2 = (R - fl)^2$$

$$fl = \sqrt{\frac{D^2}{8}}, \text{ also}$$

$$lg^2 = \left(R - \sqrt{\frac{D^2}{8}}\right)^2$$

Diese Werthe für fl^2 und lg^2 eingesetzt, ergibt die Formel

$$fg = \sqrt{\frac{D^2}{8} + \left(R - \sqrt{\frac{D^2}{8}}\right)^2}$$

Es sei $D = 1$, so ist

$$fg = \sqrt{\frac{1^2}{8} + \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1^2}{8}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{8} + \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{8}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{0{,}125 + (0{,}5 - \sqrt{0\,125})^2}$$

$$= \sqrt{0{,}125 + (0{,}5 - 0{,}3535)^2}$$

$$= \sqrt{0{,}125 + 0{,}1465^2}$$

$$= \sqrt{0{,}125 + 0{,}021462}$$

$$= \sqrt{0{,}146462}$$

$= 0{,}382$ d. i. die Achtecksseite bei gegebenem diagonalen Durchmesser $= 1$.

Ist nun der diagonale Durchmesser eines Kreises gegeben, und soll die Länge der Achtecksseite ausgedrückt werden, so wird die Verhältnißzahl 0,382 mit dem gegebenen Durchmesser multiplicirt.

Nachdem die Achtecksseite bekannt geworden ist, sind die Ausmittelungs- und anderen Linien durch Rechnung zu bestimmen, und, je nachdem der winkelrechte, oder der diagonale Durchmesser gegeben worden, entweder die Ausmittelungslinie cf, oder im anderen Falle die Linie cm für den Mittelsparren zu suchen.

Zu 1. Wenn $ab = xy$ gegeben ist, also $d = 1$

$$cf = \sqrt{cm^2 + mf^2}$$

$$cm = \frac{ab}{2} = \frac{d}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

$$mf = \frac{ef}{2} = \frac{0{,}414}{2} = 0{,}207$$

$$cf = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}207^2}$$

$$= \sqrt{0{,}25 + 0{,}042849}$$

$$= \sqrt{0{,}292849}$$

$cf = 0{,}551$ d. i. die Gratlinie in der Ausmittelung.

Zu 2. Wenn id gegeben ist, also $D = 1$.

$$cm = \sqrt{cf^2 - mf^2}$$

Digitized by Google

$$cf = \frac{id}{2} = \frac{D}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

$$mf \text{ wie oben} = 0{,}207$$

$$om = \sqrt{0{,}5^2 - 0{,}207^2}$$

$$= \sqrt{0{,}25 - 0{,}142849}$$

$$= \sqrt{0\,227171}$$

$= 0{,}476$ d. i. die Linie des Mittelsparrens.

Der Quadratinhalt des Achteckes läßt sich ebenfalls mittelst solcher Verhältnißzahlen finden. Wir entwickeln wie folgt:

Zu 1. Wenn $d = 1$ gegeben ist.

$$\frac{ef \,.\, me}{2} \,.\, 8 =$$

$$ef \,.\, mc \,.\, 4 =$$

$$0{,}414 \,.\, 0{,}5 \,.\, 4 =$$

$0{,}828\square^1$

Zu 2. Wenn $D = 1$ gegeben ist.

$$\frac{ef \,.\, mc}{2} \,.\, 8 =$$

$$ef \,.\, mc \,.\, 4 =$$

$$0{,}382 \,.\, 0{,}476 \,.\, 4 =$$

$0{,}733\square^1$

Natürlicherweise können sich die entwickelten Verhältnißzahlen nur auf die Ausmittelungsfläche und die an derselben vorkommenden Linien beziehen. Die Längen-, Flächen- und Körpermaße am wirklichen Dachkörper sind abhängig von der Höhe no; sie lassen sich aber vermittelst jener Verhältnißzahlen sehr schnell bestimmen. — Zum deutlicheren Verständniß wollen wir ein Beispiel berechnen, wenn der winkelrechte Durchmesser der Grundfläche und die Höhe der Thurmspitze gegeben sind.

Es sei $d = 24{,}6'$; $h = 30{,}1'$ Decimalmaß.

1) Wie lang ist die Achtecksseite ef?

Nach der ersten Formel hatten wir

$$d - 2\left(d - \frac{\sqrt{d^2 \,.\, 2}}{2}\right) = s, \text{ also}$$

$$24{,}6 - 2\left(24.6 - \frac{\sqrt{24{,}6^2 \,.\, 2}}{2}\right) = s;$$

da wir jedoch die Verhältnißzahl 0,414 bereits entwickelt haben, so brauchen wir die vorstehende Rechnung nicht auszuführen, sondern setzen einfach an:

$$24{,}6^1 \,.\, 0{,}414 =$$

$$10{,}184 = s$$

2) Wie lang ist die Ausmittelungslinie cf?

Nach der zu 1) gesuchten Formel hatten wir

$cf = \sqrt{cm^2 + mf^2}$, also die halbe Seite $= \frac{10{,}184}{2}$, und $\frac{d}{2} = 12{,}3$

$= \sqrt{5{,}092^2 + 12{,}3^2}$. Statt dieses Ansatzes bedienen wir uns der Verhältnißzahl 0,541 als Factor, wie folgt:

Digitized by Google

$24{,}6 \cdot 0{,}541 =$

$13{,}108^1 =$ Ausmittelungslinie des Grates.

3) Wie lang ist die wirkliche Gratlinie über ef?

Wird im Profile A die Linie ef, und die Höhe co aufgetragen, so bildet fo die Hypothenuse der beiden zu einem rechtwinkeligen Dreieck verbundenen Linien ef und co. Man hat also:

$$\begin{aligned} fo &= \sqrt{ef^2 + co^2} \\ &= \sqrt{13{,}108^2 + 30{,}1^2} \\ &= \sqrt{170{,}819664 + 906{,}01} \\ &= \sqrt{1076{,}829664} \\ &= 32{,}815^1 \end{aligned}$$

4) Wie lang ist der Mittelsparren über mc?

Die Ausmittelungslinie mc und die Höhe no bilden ebenfalls ein rechtwinkeliges Dreieck, dessen Hypothenuse der Mittelsparren ist. Man hat also:

$$\begin{aligned} po &= \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2} \\ &= \sqrt{12{,}3^2 + 30{,}1^2} \\ &= 32{,}516^1 \end{aligned}$$

5) Wie groß ist die Grundfläche der Thurmspitze?

$$\frac{ef \cdot mc}{2} \cdot 8 = g$$

g bedeutet Grundfläche.

$$\frac{10\,184 \cdot 12{,}3}{2} \cdot 8$$

Statt dieses Ansatzes können wir folgenden nehmen:

$24\,6^2 . 0{,}828 = g$

Bei Aufsuchen des Flächengehaltes muß der Durchmesser ins Quadrat erhoben werden.

$500{,}971\square^1 =$ Grundfläche der Thurmspitze.

Bemerk. Bei Ausrechnung des ersteren Ansatzes findet man für die Grundfläche $501{,}052\square^1$, also ein wenig mehr; nämlich die Verhältnißzahl 0,828 ist ein wenig zu klein, weil nur 3 Decimalstellen gesucht wurden.

6) Wie groß ist der Flächeninhalt der Thurmspitze?

$$\frac{ef \cdot po}{2} \cdot 8 = f$$

$ef . po . 4 =$

$10.184 . 32{,}516 . 4 =$

$1324{,}571\square^1$ Oberfläche.

Bemerk. Unter 1) und 4) sind ef und po ihrer Länge nach bestimmt worden. f bedeutet Flächeninhalt.

7) Wie groß ist der Kubikinhalt der Thurmspitze?

$\frac{g \cdot h}{3} = k$ k bedeutet Kubikinhalt.

$\frac{500{,}971 \cdot 30{,}1}{3} =$ c1 „ Kubikfuß.

$5028{,}613^{c1} =$ Kubikinhalt.

Digitized by Google

Fig. 276. Die Thurmspitze, Fig. 276, ist aus zwei Pyramiden zusammengesetzt, der untere Theil ist eine abgestumpfte Pyramide. Beide Theile sind achteckig, daher liegen in der Ausmittelung je zwei Gratlinien in einer geraden Linie. Die in der Ansicht erscheinende Linie **ab** ist eine achteckige Ebene. — Die Zeichnung macht übrigens alles deutlich.

Solche Zusammensetzungen kommen sehr häufig vor, weil sie gefälligere Formen erzeugen, und mannichfaltige Abwechselungen gewähren. Obgleich ihre Grundfläche und Höhe denen der vorigen Figur gleich sind, so sind doch ihre Oberfläche und körperlicher Raum bedeutend kleiner. In ökonomischer Hinsicht ist das von Wichtigkeit.

Zur Berechnung einer dergleichen Thurmspitze müssen mindestens vier Maße gegeben sein, nämlich **cd**, **ab**, **ef** und **fg**; mittelst dieser Maße können alle daran befindlichen Linien, Flächen und Körper berechnet werden.

Wir wollen hier nur die Längen zweier Linien entwickeln, da, wenn dieselben bekannt sind, Flächen und Körper leicht ermittelt werden können.

1) Wie wird die Länge des Mittelsparrens über **hi** = **bd** bestimmt?

$$\frac{cd - ab}{2} = hi = kd$$

$$kb = ef$$

$$bd = \sqrt{kd^2 + kb^2}, \text{ also}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{cd - ab}{2}\right)^2 + ef^2}$$

2) Wie wird die Länge des Gratsparrens über **lm** bestimmt?

lm ist in der Ausmittelung die Hypothenuse in **lqm**, also

$$lm = \sqrt{lq^2 + mq^2}$$

$$lq = \frac{cd - ab}{2}$$

$$mq = \frac{mo - lm}{2}$$

$$mo = cd \,.\, 0{,}414$$

$$lm = ab \,.\, 0{,}414$$

nach Einsetzung dieser Werthe hat man also

$$lm = \sqrt{\left(\frac{cd - ab}{2}\right)^2 + \left(\frac{cd \,.\, 0{,}414 - ab \,.\, 0{,}414}{2}\right)^2}$$

Durch Zeichnung bestimmen wir die Länge des Grates über **lm**, indem wir im Profile **B** die Länge $l'm' = lm$ und die Höhe $l'r = ef$ auftragen. **C** ist der ausgetragene Grat der Spitze.

277. Fig. 277, Taf. XXIX, zeigt eine Zusammensetzung der vierseitigen Pyramide mit zwei dreiseitigen Prismen; letztere sind wie in Fig. 164, Taf. XV behandelt.

Digitized by Google

Die Gratlinien dieser Pyramide erscheinen in der Ausmit- Fig.
telung vollständig; die beiden Forstlinien dagegen werden unterbrochen.

Bei der Berechnung können hier hauptsächlich (außer den oben beantworteten) zwei Fragen gethan werden, wenn da, ef und eg bekannt sind:

1) Wie wird die Länge des Forstes bc bestimmt?

$$\frac{da}{2} = ei$$

In den ähnlichen Dreiecken hat man

$$eg : fg = ei : fh,$$
$$ei - fh = bc$$

2) Wie lang ist die Kehle über ba?

$$\sqrt{\left(\frac{da}{2}\right)^2 + bc^2} = ba \text{ d. i. die Ausmittelungslinie.}$$

$$\sqrt{ba^2 + ef^2} = \text{Kehle über } ba.$$

Die folgende Zusammensetzung, Fig. 278, enthält eine acht- 278
seitige Pyramide und vier Prismen. Sie ist die Weiterbildung der vorigen, unterscheidet sich aber dadurch von jener, daß die Grundfläche der Pyramide kleiner ist, als die Grundfläche des gesammten Dachraumes.

Nähme die Grundfläche der Pyramide die Gesammtgrundfläche ein, so müßte abc die Thurmspitze sein. — In diesem Falle endigte der Forst des einen Prismen in den Punkten d und e, welche in der Ausmittelung die Punkte f und g ergäben und die Kehllinien gh, gl u. s. f. entstehen ließen. Diese Kehlen schließen sich sternförmig aneinander.

Die Gratsparren der Pyramide laufen sämmtlich von ihrer Spitze herab in die Achteckspunkte h, i u. s. f. und es kommen sonach in jedem dieser Punkte ein Grat und zwei Kehlen an.

Denken wir uns die pyramidale Spitze aus der Zusammensetzung weg, so durchdringen sich die vier Prismen nach Art der in Fig. 90 Taf. X dargestellten Verbindung, wodurch acht Kehlen entstehen, welche von den Achteckspunkten b, l u. s. f. nach k, dem Durchschnittspunkte sämmtlicher Forstlinien, laufen.

Bringen wir nun in diese Verbindung die Pyramide mcn, so setzen sich die Grate derselben in der Höhe von o, p u. s. f. auf die so eben bezeichneten Kehllinien. Trägt man den Einfallspunkt m auf die Forstlinie in der Ausmittelung, und den Durchschnittspunkt o auf die Kehllinie daselbst, so bilden die Kehlen, welche die Pyramide mit den vier Prismen macht, ebenfalls eine sternförmige Figur.

Digitized by Google

Für die Berechnung dieses Dachkörpers, sowie der an ihm vorkommenden Flächen, müssen mindestens vier Dimensionen gegeben sein, entweder 1) **ab** und **sk**, sowie **tu** und **sc**, oder 2) kann anstatt **tu** der winkelrechte Durchmesser **mn** gegeben sein. — Wäre Letzteres der Fall, so ließe sich mittelst dieses Proportionssatzes

kc : cs = nm : tu

die Grundbreite **tu** schnell finden.

An der vorliegenden Figur sind hauptsächlich folgende fünf Maße zu bestimmen: 1) die Höhe für die Durchschnittslinie **po**, 2) die Länge der Kehle über **hq**, 3) die Länge der Kehle über **qr**, 4) die Länge des Grates über **qv** und 5) die Höhe des kleinen Dreieckes über **po**, welches sich an der Dreiecksfläche der Pyramide befindet, und einen Theil des Mittelsparrens daselbst ausmacht.

1) Wie wird die Höhe der Durchschnittslinie **po** bestimmt?

Im Profile, Fig. 279, mache **su = vq**, **sb = hv**, **sk = sk**, **sc = sc**.

Die beiden ersten Maße finden sich im Grundrisse (Ausmittelung), die beiden anderen in der Ansicht Fig. 279.

Nun ziehe **yk** parallel mit **uc**. Die Kehllinie **bk** schneidet die Gratlinie **uc** in **o**. Die Höhe des Punktes **o = sp** soll durch Rechnung gesucht werden. (Ich verweise hierbei auf Fig. 153, Taf. XIV).

In den rechtwinkeligen Dreiecken **usc** und **ysk** hat man:

sc : sk = uc : yk

Bemerk. Wie **uc** gefunden wird, ist nun bekannt.

Die Linie **yk** schließt ein neues Dreieck **byk**, in welchem **uo** mit **yk** parallel liegt; man hat also in den beiden ähnlichen Dreiecken **byk** und **buo**

yb : ub = yk : uo

Denn sobald in dem rechtwinkeligen Dreiecke **ysk** die Linien **yk** und **sk** bekannt sind, läßt sich **ys** leicht finden, und dann ist **yb = bs — ys**; die Linie **bu** aber wird gefunden durch **bs — us**.

Legen wir anderweit durch **p** eine mit **uo** parallele Linie **pz**, so entsteht ein rechtwinkeliges Dreieck **zsp**, und es findet sich **ps** aus den beiden ähnlichen Dreiecken **ysk** und **zsk** wie folgt:

yk : zp = sk : sp

sp ist die gesuchte Linie.

2) Wie wird die Länge der Kehllinie über **hq**, Fig. 278, bestimmt?

Mache im Profile, Fig. 279, **bw = hq** und ziehe **wo**, so hat man in den beiden rechtwinkeligen Dreiecken **bsk** und **bwo**

sk : wo = bk : bo

Außerdem hätten wir **bo** auch mittelst folgender Proportion finden können:

sk : sp = bk : bo

3) Wie wird die Länge der Kehle über **qr**, Fig. 278, bestimmt?

Hierbei ist zunächst die Frage: wie lang die Ausmittelungslinie **qr** sei?

Wir haben **qr** als Hypothenuse des Dreiecks **req** zu suchen, wie folgt:

vh : vq = βh : vε

Digitized by Google

Da $v\beta = \alpha k$, und $km = vr$, ſo hat man

$$r\varepsilon = v\varepsilon - vr$$

und εq findet ſich durch die Proportion

$$v\beta : v\varepsilon = \beta h : \varepsilon q$$

Nun hat man

$$qr = \sqrt{r\varepsilon^2 + \varepsilon q^2}$$

Ferner iſt nach dem Profile Fig. 279

$$pk = sk - sp$$

pk aber iſt die ſenkrechte Höhe eines rechtwinkeligen Dreieckes, in welchem qr die Baſis (oder die andere Cathede) und die Kehle über qr die Hypothenuſe iſt. Man hat hiernach

$$\sqrt{qr^2 + pk^2} = \text{wirkliche Länge der Kehle über } qr.$$

4) Wie wird die Gratſparrenlänge über qv beſtimmt?

Da nach Fig. 279 die Höhe oc bereits beſtimmt iſt, ſo läßt ſich op durch folgende Proportion ermitteln:

$$sc : pc = uc : oc$$

oder auch

$$oc = \sqrt{pc^2 + op^2}$$

5) Wie wird in dem kleinen Dreiecke über po (Fig. 278) die winkelrechte Höhe beſtimmt?

Unter Nr. 3 wurde die Kehle über qr beſtimmt; ſie iſt die Hypothenuſe eines rechtwinkeligen Dreieckes, deſſen Grundlinie die Hälfte von $po = \varepsilon q$ iſt (Fig. 278), po aber iſt die Seite eines Achteckes, deſſen winkelrechter Durchmeſſer δo iſt, welcher durch die Proportion

$$sc : \gamma c = tu : \delta o$$

gefunden wird

$$\delta o \,.\, 0{,}414 = \text{der zu ſuchenden Achteckſeite, welche halbirt, die kleine Cathede des erwähnten Dreieckes iſt; und nun kann man durch Wurzelausziehung die zu ſuchende Linie finden.}$$

Dieſelbe Linie können wir auch auf andere Weiſe finden, nämlich: ſo wie die wahre Länge des Mittelſparrens an der Pyramide, ſoweit derſelbe ſichtbar iſt, durch die Linie mc dargeſtellt wird, ſo wird die in Rede ſtehende Höhe für das kleine Dreieck über po in ihrer wahren Länge durch die Linie om dargeſtellt.

Da nun die beiden winkelrechten Durchmeſſer mn und δo bekannt ſind (oder wenn ſie noch nicht bekannt wären, müßten ſie wie oben aufgeſucht werden), ſo denken wir uns von dem Einfallspunkte m nach der Linie δo herab ein Perpendikel, wodurch ein kleines rechtwinkeliges Dreieck entſteht, in welchem om die Hypothenuſe iſt.

Die beiden an om liegenden Cathede finden wir, wie folgt:

$$\frac{\delta o - nm}{2} = \text{kleine Cathede (wagerecht liegend)}$$

$$sk - s\gamma = \text{große Cathede (lothrecht ſtehend)}$$

hiernach hat man

$$om = \sqrt{(sk - s\gamma)^2 + \left(\frac{\delta o - nm}{2}\right)^2}$$

Digitized by Google

Fig. 280. Fig. 280 ist eine eigenthümliche Bedeckung eines quadratischen Thurmes. Das Dach hat zwar vier Grate, wie das gewöhnliche Walmdach, dieselben laufen aber nicht nach den vier Hauptecken a, b, c, d, sondern nach den Giebelspitzen p′, n′, h′. Die Anwendung eines solchen Daches ist aber auch nur für den Fall möglich, daß jede Seite des Thurmes einen Giebel habe.

Dieses Dach ist eine an den vier Ecken ihrer Grundfläche verstutzte Pyramide. Wäre die Pyramide vollständig vorhanden, so bildete ihre Grundfläche ein Quadrat, dessen Seitenlänge ef gleich wäre der Diagonale ac. Jede der abgeschnittenen Ecken hat zur Grundfläche ein Dreieck z. B. bcf, und zur Höhe die Giebelhöhe gh. Jede solche Ecke ist demnach eine dreiseitige Pyramide, oder kann auch für eine halbe vierseitige Pyramide gelten, deren Seitenlänge gleich ist bf oder der halben Diagonale ac.

Nehmen wir über if, d. i. die Diagonale der vollständig vorhanden gedachten großen Pyramide, eine senkrechte Schnittebene an, so erhalten wir das Dreieck klm. Nehmen wir ferner eine Thurmseite ab als Grundlinie einer senkrechten Schnittebene an, so entsteht die Giebelfläche, welche der Schnittebene klm ähnlich ist; mithin liegen on mit kl, und gn mit ml parallel. — Da nun die Punkte a und b die Grundlinien ei und ef halbiren, so erreicht auch die Spitze n nur die Hälfte der ganzen Pyramidenhöhe und es ist sonach gh = nl, folglich gnlh ein gleichseitiges Parallelogramm; denn auch gh ist gleich gn = nl.

Die Fläche hgm ist die Hälfte des bezeichneten Parallelogrammes. Nehmen wir nun ph als eine Schnittebene an, so wird die abgeschnittene Spitze phl ihrem körperlichen Inhalte nach die Hälfte der vier weggeschnittenen Ecken an der Grundfläche ausmachen.

Der Flächeninhalt des Parallelogrammes gnlh ist die Hälfte der dreiseitigen Fläche rlmz denn rng = ghm = $\frac{gnlh}{2}$. Der Flächeninhalt des Thurmdaches ist sonach die Hälfte der als vollständig vorhanden gedachten Pyramide. Für die Berechnung des Flächengehaltes hat man den Mittelsparren ol oder gl vorher zu entwickeln.

Wegen ihrer großen Einfachheit bietet diese Form hinsichtlich der Berechnung keine Schwierigkeiten dar.

Bei dieser Dachform ist es gleichgiltig, welche Höhe, entweder der Giebelhöhe rn, oder der ganzen Höhe rl gegeben ist; denn die eine ist von der andern abhängig.

Soll z. B. das Dachprofil ein rechtwinkeliges Dreieck osg sein, so ergibt sich die Dachhöhe rt = 2rs.

Digitized by Google

Weiter ausgebildet ist diese Form unter Fig. 281, indem Fig. 281.
das auf einem Quadrate sich erhebende Dach einer achtseitigen Pyramide angehört. Vier Grate derselben laufen nach den Giebelspitzen, und vier andere nach den vier Hauptecken herab.

Die Ausmittelung gleicht vollkommen der unter Fig. 163 Tafel XV dargestellten, allein die Ausmittelungslinien a b und c d haben hier eine ganz andere Bedeutung als dort; hier sind sie sind sie Grate, dort Kehlen.

Ist das Quadrat, d. i. die Grundfläche eines in dieser Weise auszuführenden Daches gegeben, so gehört zur Herstellung desselben noch ein anderes Maß und zwar entweder die ganze Dachhöhe oder die Giebelhöhe und der Durchmesser der Grundfläche.

Wir wollen diese beiden Fälle näher betrachten, da sich diese Dachform hinsichtlich ihrer Linienconstruction wesentlich von der vorigen Figur unterscheidet.

Erstens. Es seien gegegeben: das Quadrat a b c d, der diagonale Durchmesser des Achteckes gleich der Diagonale des Quadrats, und die Giebelhöhe e k.

Lege durch den Giebelpunkt k eine Horizontale, so schneidet diese die Senkrechte m l im Punkte l; projectire den Achtecks-punkt n in die Ansicht und ziehe von o durch l eine gerade Linie, so ergibt sich die Spitze der Pyramide.

Zweitens. Es seien gegeben: das Quadrat a b c d, die Höhe e q, und der Durchmesser des Achtecks, dessen Hälfte gleich e r.

Mache nach e r das Achteck fertig, dessen eine Seite s t ist, projectire die beiden Punkte t und s in die Ansicht und ziehe von r und u nach der gegebenen Spitze q gerade Linien, so entstehen zwei Schnittpunkte l und v, von denen l die Spitze des Giebels, v aber den untersten Traufenpunkt ergibt. Das heißt nun: der Giebel kann nicht mehr die Höhe c k behalten, sondern seine Höhe wird w k = c l.

Zu bemerken ist hierbei, daß der gegebene Durchmesser = 2 . e r ein falscher war; denn gehen wir durch v horizontal gegen r q, so wird letztere Linie im Punkte x geschnitten, und es ist sonach w x der Radius für die Grundfläche der achtseitigen Pyramide, gleich der halben Diagonale des Quadrates.

Wir machen hierbei dieselbe Erfahrung wie schon früher, daß nämlich die Linienconstruction unsere falsche Annahme berichtiget.

Digitized by Google

Fig. Die für diesen zweiten Fall zu stellende Aufgabe hätte eigentlich dahin lauten müssen, „bei gegebenen Dimensionen die Giebelhöhe zu suchen;" sie wurde aber absichtlich falsch gestellt, damit das richtige Gegentheil deutlicher in die Augen springen konnte.

Hinsichtlich der Zusammensetzung des Pyramidendaches mit der vierseitigen Thurmsäule d. i. das vierseitige, lothrechtstehende Prisma, können drei Fälle gedacht werden, nämlich der diagonale Durchmesser der Grundfläche für die Pyramide ist 1) ebenso groß wie die Diagonale des Thurmquadrates, 2) ist er größer und 3) ist er kleiner als diese. — Die beiden ersten Fälle haben wir so eben besprochen und dabei gefunden, daß sie sich, genau genommen, nicht von einander unterscheiden, vielmehr der zweite Fall im ersten aufgeht.

Durch den dritten Fall entstehen neue Formen, die wir näher in's Auge fassen müssen.

282. Fig. 282 stellt die Verbindung einer vierseitigen Pyramide mit einem Thurme, dessen horizontale Dimensionen größer als die der Pyramide sind, dar.

Hier bleibt nichts anderes zu thun übrig, als zwischen die pyramidale Spitze und das Thurmprisma ein zweites Dach, und zwar eine Pyramide, zu bringen, wodurch eine gewisse Aehnlichkeit mit Fig. 274, Taf. XXVIII, entsteht, sich jedoch wesentlich von jener Zusammensetzung dadurch unterscheidet, daß hier die Ecken oder Kanten der oberen Pyramide jedesmal auf eine Fläche treffen, während sich dort die Kanten in regelmäßiger Weise aneinander anschließen. Letzteres gilt auch von Fig. 274, Tafel XXVIII, und hat seinen Grund darin, daß die Umfassungslinien des Thurmes und der Dachpyramide parallel laufen, was in Fig. 282, Taf. XXIX, nicht so ist.

Von den vier Ecken der Grundfläche an der Spitze müssen nun nach den vier Hauptecken des Thurmes, also die Linien ab, ac, dc, de u. s. f. gezogen werden. Hiernach bleibt von der eingeschobenen Pyramide, deren Spitze in f liegt, nicht einmal der untere Theil vollständig vorhanden; denn durch Einlegung der genannten Linien werden die Ecken bcga, cedh u. s. f. abgeschnitten. — Jede dieser abgeschnittenen Ecken ist eine kleine dreiseitige Pyramide, deren Grundfläche bcg ist; ihre Spitze a in der Grund-

Digitized by Google

ebene des Daches, bei i, während ihre Grundfläche a g c in der Ebene von k l liegt. Fig.

Der Kubikinhalt einer solchen kleinen Pyramide ist demnach ausgedrückt durch:

$$\frac{b\,g\,c\,.\,m\,k}{3}$$

Derselbe Fall hat in Fig. 283 weitere Ausbildung gefunden, 283.
indem auf den viereckigen Thurm eine achtseitige Pyramide gestellt wurde. Der Uebergang aus dem Achtecke in's Viereck bedarf keiner anderen Linien als vorige Figur und es wird die abgestumpfte Pyramide e f i k mittelst der eingelegten Linien a c, a b u. s. f. in gleicher Weise an den Kanten verbrochen. Der einzige Unterschied an der zum Uebergange benutzten abgestumpften Pyramide gegen Fig. 282 besteht darin, daß hier zwischen den Dreiecken a b c und d h l ein Paralleltrapez, dort aber ein Dreieck liegt.

Zur Berechnung eines solchen Dachkörpers müssen mindestens vier Maße gegeben sein, nämlich 1) die Traufenlinie e f; 2) entweder der winkelrechte Durchmesser k i, oder statt dessen des Achteckes diagonaler Durchmesser p l; 3) die Höhe der abgestumpften Pyramide = m n, und 4) entweder die Dachhöhe m o, oder an ihrer Statt die Höhe der Dachspitze n o.

Im Bezug auf die Entwickelung der an solchen Dachkörpern vorkommenden Linien brauche ich hier nur noch zwei Linien zu erklären, da die übrigen an den vorigen Figuren ihre Erklärung gefunden haben. Nämlich:

1) Wie lang ist der Mittelsparren über a q?

$$a\,q = \frac{a\,a - q\,q}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2\,.\,a\,h^2} - k\,i}{2}.$$

$$e\,r = \sqrt{a\,q^2 + m\,n^2}$$ nach Einsetzung des Werthes für a q

$$e\,r = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2\,.\,a\,h^2} - k\,i}{2}\right)^2 + m\,n^2}$$

2) Wie lang ist der Grat über a c oder a b?

Hierzu führen zwei Wege:

entweder	oder
$e\,s = \sqrt{e\,r^2 + r\,s^2}$	$= \sqrt{e\,k^2 + a\,t^2}$
e r ist unter Nr. 1 entwickelt worden	e k ist der Sparren über t b
$r\,s = \frac{b\,c}{2}$	$a\,t = \frac{e\,f - b\,p}{2}$

Im Bezug auf den kubischen Inhalt haben wir drei Bestandtheile zu ermitteln, als: 1) die Pyramide k i o, 2) die abgestumpfte Pyramide k i f e, 3) vier Pyramiden b g c a, welche letztere von der Summe der beiden ersten subtrahirt werden müssen.

Digitized by Google

Fig. Merkenswerth ist hierbei, daß die vier Grundflächen b g c ihrem Inhalte nach bestimmt werden, wenn die Achtecksseite z. B b c ins Quadrat erhoben wird. Der Kubikinhalt dieser 4 Pyramiden ist demnach gleich $\frac{b c^2 . m n}{3}$

284. Unter Fig. 284 ist für dieselbe Dachform ein anderer Uebergang gewählt. Die abgestumpfte Pyramide ist ebenfalls nicht vollständig, doch sind noch vier kleine dreiseitige Pyramiden vorhanden, deren Grundfläche = b c g, die Höhe = a d ist. Diese müssen zum Ganzen addirt werden und ihr Kubikinhalt ist = $\frac{b c^2 . a d}{3}$

Sowohl durch Construction, als durch Rechnung wird der Einfallspunkt d gefunden, indem die Gratlänge e f aus h nach i getragen wird. Der Durchschnittspunkt k bestimmt die senkrechte Höhe für d und die horizontale Entfernung von der senkrechten Mittellinie oder Thurmachse.

285. Fig. 285 stellt eine Thurmspitze dar, deren Uebergangslinien gebogen sind. Wir haben also an dem Uebergange mit Schnitten kreisrunder und elliptischer Walzen zu thun. — Ich begnüge mich, hiermit eine Reihe der mannigfaltigsten Zusammensetzungen anzudeuten.

Derartige Thurmspitzen können auch noch mittelst kleiner thurmähnlicher Aufsätze verziert werden, und es stehen dieselben bald in der Mitte, wie bei A; bald auf der Ecke, wie bei B u. s. f.

Digitized by Google

X.

Anschauung einiger nord- und süddeutschen Ausmittelungen.

Willkührliche Behandlung derselben und Entwickelung dabei geltender Regeln.

Je einfacher eine Ausmittelung ist, d. h. je weniger Linien zur Darstellung eines oder mehrerer Dachkörper erforderlich sind, desto einfacher wird der innere Ausbau oder die Construction des Daches. Die einfachste Construction ist die billigste, weil sie die wenigste Arbeit verursacht und das wenigste Holz braucht; sie ist aber auch die dauerhafteste*), also in jeder Beziehung die solideste. Hieraus entspringt für uns die Aufgabe: bei allen Arten von Ausmittelungen die größte Einfachheit zu erzielen. Die Erfüllung dieser Aufgabe muß uns zum Grundsatze werden, den wir keinen Augenblick aus dem Auge verlieren. Wo irgend eine Ausmittelungslinie erspart werden kann, muß es geschehen; geschieht es nicht, so bleibt die Ausmittelung fehlerhaft. Hierbei kömmt allerdings viel darauf an, welche Grundgestalt das Dach oder der Gebäudecomplex habe, welche einzelne Körper zur Verwendung kommen und wie dieselben einander durchdringen oder berühren sollen.

Schon in der Einleitung zu meiner Schrift deutete ich an, daß die Ausmittelung nicht winzig von der Grundform eines Gebäudes abhängig sei, sondern ich habe deshalb im Verlaufe der Erklärungen fortwährend angedeutet, daß verschiedene Körper verschiedene Lösungen möglich machen, oder auch dieselben Körper verschieden behandelt werden können.

*) Siehe: Anschauliche Statistik von H. Hederich. Bei Friedr. Mauke in Jena.

Digitized by Google

Fig. Schlechte Grundformen bedingen mangelhafte Ausmittelungen, und wie wir dieselben auch immer behandeln mögen, so wird dennoch an ihnen etwas zu wünschen übrig bleiben, und, wie so gar oft im Leben, müssen auch hier wir von allen Uebeln das kleinste zu wählen suchen. In unregelmäßigen Figuren fällt diese Wahl nicht selten schwer, ja zuweilen ist kaum zu entscheiden, welche die bessere, oder die schlechtere Ausmittelung sei. Unsere Entscheidung hängt dann von Bedingungen ab, welche uns gestellt werden.

Eine der einfachsten unregelmäßigen Grundformen ist Fig.
286. 286, Taf. XXX. Das Gebäude ist quadratisch und hat einen übereck liegenden quadratischen Hof.

Die in „Kopenhagen" hiefür gegebene Ausmittelung ist folgende: durch die Halbirungspunkte in den Umfassungslinien wird ein Quadrat gelegt, dessen Linien als Verfallungsgrate einer unregelmäßigen Pyramide anzusehen sind. Die Spitzpunkte a finden sich durch die Diagonalen; die Verfallungsgrate endigen am Forste b c, welcher die Tiefe e d halbirt; c d, b d sind Kehlen, a d, a f Grate. — Die Dachflächen haben verschiedene Neigungswinkel.

Die Annahme der Linie e g als Ausmittelungslinie ist eine willkührliche; daß sie gerade durch die Halbirungspunkte der Traufenlinien gehen soll, ist sonderbar, da kein Grund dazu vorliegt.

287. Ganz anders wird die Ausmittelung für denselben Raum, wenn wir uns vier Pyramiden, wie a b c, Fig. 287, als Bestandtheile dieses Daches denken. Wir erhalten dann 8 Verfallungsgrate und 4 Kehlen außer den 4 Hauptgraten.

Im ersten Falle sind 28 Ausmittelungslinien, im zweiten Falle deren 16 enthalten.

Hier kann noch ein kurzes Stückchen Forst d e zwischen je zwei Pyramiden angelegt werden, an welchen sich immer zwei Kehlen anschließen.

Von einer anderen Annahme ausgehend gelangt man zu demselben Resultate, nämlich: wir können uns vorstellen, der gegenwärtige Dachkörper bestehe aus acht Pyramiden f g h.

Die Spitze der bezeichneten Pyramide liegt in i. — Die Grate je zweier Pyramiden schneiden sich paarweise und bilden eine wagerechte Kehle, welche überbaut werden muß. Dadurch erhalten wir einen Spitzpunkt, welcher vorher schon gefunden war.

Digitized by Google

Eine von beiden vorhergehenden ganz verschiedene Ausmittelung, Fig. 288, erhalten wir, wenn wir uns vorstellen: es seien vier abgewalmte Prismen **abcde** zusammengesetzt worden. — Der Forst **fg** gehört einem kleineren Prisma an, von dessen Grundfläche nur noch **bch** übrig blieb. Fig. 288.

Wiederum anders wird die Ausmittelung Fig. 289, wenn wir uns vorstellen: es seien vier große Pyramiden zusammengesetzt, an denen die einander zugewendeten Spitzen der Grundflächen abgestumpft sind, so daß von jeder nur noch **abcde** übrig ist. — **ab** ist dann wagerechte Kehle in der Traufenhöhe, über welche der Forst **fg** gezogen werden muß. Fig. 289.

Im Betreff der Ausmittelung erhalten wir dasselbe Resultat, wenn wir annehmen: es seien ursprünglich vier vierseitige Pyramiden **hikl** vorhanden gewesen, die aber nach der Linie **mn** abgeschnitten werden mußten, um das Höfchen zu gewinnen.

In Fig. 290 sind dieselben großen dreiseitigen Pyramiden wie in Fig. 287 verwendet, doch so abgestumpft, daß von jeder Grundfläche nur noch **abcde** vorhanden ist. Fig. 290.

Zu dieser Ausmittelung gelangt man durch folgende Annahme: wir denken uns das abgewalmte Prisma aus Fig. 288 hier eingelegt, wodurch der Punkt **f** entsteht. Von **f** gehen wir parallel mit den äußeren Traufenlinien bis an die langen Grate der großen Pyramide, wodurch der Punkt **g** entsteht. Die Verlängerung der Hoflinie **ch** wird bis an den Forst **hi** geführt. Zieht man nun den Verfallungsgrat **gh**, und setzt ihn bis zur äußeren Traufenlinie fort, so entsteht der Punkt **b**, wodurch sich die Abstumpfungslinie **bc** ergibt.

Diese Ausmittelung regt die Idee einer Vereinfachung an, welche unter Fig. 291 gegeben ist. Nämlich sämmtliche Verfallungen sollen je in einer Spitze zusammenlaufen. — Wenn das der Fall sein soll, so müssen die anliegenden Dachflächen so liegen, daß ihre Traufenlinien Tangenten eines Kreises sind, und dadurch erhalten wir **fünfseitige** Pyramiden, welche durch kleine Zwischendächer verbunden gedacht werden. Fig. 291.

Stellen wir uns die Aufgabe: das Dach solle gleiche Forsthöhe ringsum haben, Fig. 292, so sind zwei Fälle möglich: Fig. 292.

1) das Dach habe verbrochene Ecken, wobei wieder zwei Fälle möglich sind:

a) die nach dem Hofe gehenden Flächen haben gleiche

Digitized by Google

Neigungswinkel. — Das Dreieck abc liegt dann sehr flach,

b) die Tiefe de werde durch den Forst gf halbirt.

2) Das Dach bilde äußerlich eine abgestumpfte vierseitige Pyramide; der Forst schneidet in h den Grat. hi ist Kehle.

Weit einfacher, als alle bisher betrachteten Ausmittelungen ist Fig. 293, welche entsteht, indem ab als eine halbe Tiefe angesehen und über derselben das Profil eines Pultdaches errichtet wird, wie unter A und B dargestellt ist. — Das Profil des ganzen Dachkörpers ist eine abgestumpfte Pyramide, deren Inneres von zwei anderen Körpern durchdrungen wird; nämlich ein vierseitiges Prisma bildet den Hof und eine umgekehrt stehende vierseitige Pyramide erzeugt die in den Hof gehenden Dachflächen. Für diese Dachflächen sind zwei Fälle möglich: entweder werden sie erzeugt, indem die Grundfläche der umgekehrten Pyramide dem Quadrate auf cd gleich ist. Die Kanten, nach der tiefer liegenden Spitze der umgestürzten Pyramide laufend, erzeugen die Kehlen de, cf u. s. f. (der Durchschnitt hierzu liegt unter B vor). — Oder die Grundfläche der umgestürzten Pyramide ist dem Quadrate auf gh gleich; die Linien gh, hi u. s. f. müssen durch die Forstecken gehen. Die dreieckigen Dachflächen bkl bilden also immer eine Ebene, während im ersten Falle bfc und mfc zwei Ebenen sind, welche durch ihre gegenseitige Lage eine Kehle cf bilden.

Hinsichtlich der Dachflächen, welche der umgestürzten Pyramide auf cd angehören, muß bemerkt werden, daß die untersten Kehlpunkte f und e im Profile B eigentlich in n und o liegen müßten, wenn die Linien qn und ro mit ps, po und rn mit qt parallel laufen sollen. Man kann die Kehlpunkte n und o aber auch willkührlich auf die Balkenlage herab rücken.

A ist das Profil, in welchem die ebenen Dreiecke bkl und b'k'l in der Ansicht erscheinen.

In Fig. 294 liegt für dieselbe Grundform eine andere Ausmittelung, welche sich von der vorigen dadurch unterscheidet, daß die Forstlinien nicht durch die Eckpunkte des Hofes gehen. — Hiebei sind abermals zwei Fälle, die dem Hofe zulaufenden Dachflächen zu bilden, möglich, nämlich: mittelst einer umgestürzten Pyramide, deren Grundfläche ein Quadrat auf ia ist, und einer

solchen auf bc. C ist das Profil für den zweiten, D das Profil für den ersten Fall. Fig.

Im Profile C ist zu bemerken, daß die inneren Dachflächen flächer als die äußeren liegen, indem die Kehlpunkte a und b auf die Balkenlage versetzt wurden, während sie eigentlich tiefer liegen mußten, da cb und da mit ef, ca und db mit cg parallel zu legen sind, wenn alle Dachflächen gleiche Neigungswinkel haben sollen.

In der Ausmittelung für das Profil C begegnen wir also zwei verschiedenen Fehlern: entweder liegen die Hofseiten flächer als die Außenseiten, oder, soll dies nicht der Fall sein, so müssen sie über die Balkenlage hinabreichen.

Beides zu vermeiden nimmt man die Linie df als Gebäudetiefe an nnd legt durch den Halbirungspunkt e den Forst. — Nun stellen wir uns vor: es seien vier dreiseitige Prismen von der Tiefe df so zusammengesetzt worden, daß ihre äußeren Traufenlinien ein Quadrat bilden, der Hof aber durch einen beliebigen Ausschnitt mittelst eines vierseitigen Prismen entstanden sei. — E ist hierzu das Profil. —

An den Figg. 286 bis 294 habe ich erklären und nachweisen wollen, daß die Ausmittelungen von den zur Verwendung zu bringenden Körpern abhängig sind; denn die Gestalt der Grundfläche gibt nur die Veranlassung, darüber nachzudenken: welche Körper gewählt und wie dieselben geordnet werden müssen.

Auf der Grundfläche, die ich soeben zum Gegenstande unserer Betrachtung machte, hat das Formenspiel sein Ende noch lange nicht erreicht und ich fordere meine Schüler auf, anderweite Lösungen zu erfinden.

Bevor wir zu complicirteren Grundformen übergehen, will ich noch ein Hilfsmittel, große windschiefe Dachflächen in kleinere dergleichen zu zerlegen, gelegentlich angeben. — Fig. 295 ist ein 295.
sehr langes, spitz zulaufendes Gebäude, wie wir dieselben schon Taf. IV betrachteten. Dort lag die Forstlinie in der Mitte und es entstanden zwei windflügelige Dachflächen. — An Figg. 49 und 51, Taf. VI, nahmen wir an, die der Straße zugewendete Seite solle eine ebene Dachfläche sein und wir konnten diesem Zwecke auf zwei verschiedene Arten entsprechen. — Geht aber ein solcher Grundriß, wie der vorliegende, sehr in die Länge, so sind jene Hilfsmittel nicht immer gut anwendbar und wir können ungefähr

Digitized by Google

Fig. folgendermaßen verfahren: zerlege die vordere Umfassungslinie in gleiche Theile ab, bc, cd u. s. f., betrachte abfe, bcgf u. s. f. als einzelne aneinander gefügte Gebäude, an denen in der bekannten Weise immer an einer Seite ein Walmen zu suchen ist. — Die übrige Construction erklärt die Figur von selbst. — Die Ansicht zeigt, daß dieses Dach mehrere Verfallungen hat.

Wird hierbei aber die Aufgabe gestellt: gleiche Forstlhöhe zu behaupten, so ist das Geschäft der Ausmittelung anfänglich dasselbe; dann aber gelten die Verfallungen hi u. s. f. nicht mehr als solche, sondern werden zu Forstlinien. Hierauf schlägt man mit hf aus h, oder mit if aus i ein Kreisstück, welches die vordere Traufenlinie in k schneidet, so entsteht ein Grat ki und eine Kehle kh. —

296 Fig. 296, Taf. XXXI, ist ebenfalls eine in Kopenhagen gegebene Ausmittelung*). — Wie die Ausmittelungslinien entstanden sind, bedarf keiner Erklärung. Zu erwähnen ist jedoch, daß der Forst ab ebensoweit von c als von d entfernt sein muß. —

Bei allen Ausmittelungen ist freilich vorauszuschicken, unter welchen Bedingungen dieselben angefertigt werden sollen, oder angefertigt worden sind.

Es gibt nämlich drei Arten von Ausmittelungen:

1) Ausmittelungen mit Verfallungen, das sind solche, in denen die verschiedenen, zur Verwendung gebrachten Dachkörper in ihrer ursprünglichen Reinheit auftreten, also die Forste und Forstpunkte, je nach Größe dieser Körper, in verschiedenen Höhen liegen. Ich nenne sie deshalb „reine Ausmittelungen."

(Auf der Vorder- und der Rückseite des Umschlages am Atlas sind prismatische, pyramiden- und kegelförmige Dachkörper in diesem Sinne bearbeitet worden.)

2) Ausmittelungen ohne Verfallungen, das sind solche, in denen sämmtliche Forsten gleiche Höhe haben, wobei nicht darauf gesehen wird, wie groß die Neigungswinkel der verschiedenen Dachflächen sind. Sie mögen „beliebige oder willkührliche Ausmittelungen" heißen.

---

*) Kopenhagen, Hamburg, Bremen, Hannover ꝛc. sind, wie jeder Zimmermann wissen wird, im Bezuge auf das Handwerksleben, und in Folge dessen auf den fraglichen Gegenstand so eng verbunden, daß es gleichgiltig ist, ob Kopenhagen in Deutschland liegt, oder nicht.

Digitized by Google

3) **Unreine oder gemischte Ausmittelungen**, das sind solche, in welchen man nach Bequemlichkeit bei den verschiedenen Gebäudetiefen bald Verfallungen, bald gleiche Forsthöhen anwendet. Immer aber hat man bei dem Ausmittelungsgeschäfte darauf zu sehen, daß die zu entwickelnden Linien nicht der bloßen Willkühr unterliegen, sondern vielmehr nach gewissen Regeln gesucht werden, oder daß ein Grund, welcher Natur er auch sei, dazu diene, irgend einer solchen Linie eine bestimmte Richtung zu geben. Fig.

Fig. 296 gehört also den unreinen Ausmittelungen an, da die beiden Forste **ab** und **bn** den Gebäuden **dkci** und **mn** angehören; dieselbe Verschiedenheit in den Gebäudetiefen finden wir für die beiden Forste **lh** und **hg**, da für ersteren **op**, für den anderen die durch **e** und **f** mit **hg** parallel gelegten Linien gelten. 296.

Der Forst **ab** ist zufällig an die Stelle, die er eben einnimmt, gebracht worden, indem die beiden Winkelspunkte **c** und **d**, sowie **c** und **r** durch gerade Linien verbunden worden sind. Der Schnittpunkt **a** gibt dem Forste **ab** seinen Anfang und endigt auf **cd**. Aber ebensowohl konnte dieser Forst von **q** aus nach **b** gerichtet werden, wodurch der Verfallungsgrat **qa** und die Kehle **ar** erspart worden wären, die Linien **ca** und **da** mußten dann nach **q** gerichtet werden. — Die Richtung des Forstes **hg** ist entstanden, indem die Länge **fh** von **f** nach **g** getragen wurde, welche Annahme sich eher als die vorige entschuldigen läßt. Dennoch ist hierbei zu bedenken, daß von dieser Annahme entweder die Länge des Gratsparrens **fs**, oder die Höhe des Forstes **s** abhängt, wovon man sich durch Profilirung überzeugen muß. — Dasselbe gilt vom Punkte **a**.

Bei solchen unreinen Ausmittelungen kann man ohne Profilirung der Lehr- und Kehl- und Gratsparren, sowie der Zwischenforste nur selten gut zu Stande kommen.

Ich will nun dieselbe Figur zu einer anderen Erklärung benutzen, namentlich will ich nachweisen, daß einer guten Ausmittelung unbedingt diejenigen Körper zu Grunde liegen müssen, welche durch die Umfassungslinien des Daches angedeutet werden.

Fig. 297 ist eine Ausmittelung mit Verfallungen. Die darin vorkommenden Körper sind leicht zu erkennen. — Im Vergleich zur vorigen Figur hebe ich nur zwei Momente hervor, wie folgt: 297.

Digitized by Google

Fig. Die Linien ab, cd, de deuten eine dreiseitige Pyramide an, ingleichen ist ab die Andeutung eines schiefen Walmens. Die Grate dieser beiden Körper schneiden sich in i, und es ist ci eine Kehle. — Man könnte aber auch durch den Walmenpunkt k den Forst kl legen, wodurch zwar die Kehle ic verschwindet, dafür aber die Kehlen kc und lc auftreten. — Ebensowohl hätte man vom Spitzpunkte o den Forst om anlegen können, wodurch der Grat ak höher wird, ein Stückchen Verfallung mn erscheint und die beiden Kehlen nc und oc weiter auseinander gehen.

Die Linien fg und gh deuten einen abgestumpften schiefen Walmen an, dessen Spitze eigentlich in i läge. —

Die Einlegung der Forstlinie om, deren Verfallungsgrat nach einer Linie cp, welche ap schneidet oder berührt, gerichtet sein muß, erregt eine ganz andere Idee für die Ausmittelung.

298. Nämlich wir nehmen die Linie ab, Fig. 298, als die Andeutung eines großen Parallelogrammes an. — Wie die Ausmittelung herzustellen ist, erklärt die Figur selbst.

An diesen Figuren lassen sich ein Paar für die practische Ausführung oft sehr wichtige Regeln darthun, nämlich:

> sehr kurze Ausmittelungslinien, vorzüglich Forstlinien, welche weniger als 3 Fuß Länge haben, werden in die Ausmittelung nicht mit aufgenommen.

In Fig. 296 hätte also der Verfallungsgrat qa, und in Fig. 298 der kleine Forst bei i wegbleiben können. — Im letzteren Falle wird das abzuwalmende Prisma in eine Pyramide verwandelt, an welcher nur die einander gegenüberliegenden Dachflächen gleiche Neigungswinkel haben. Bei einer Ausmittelung mit Verfallungen dürfte so etwas eigentlich nicht vorkommen, allein die Abweichung ist so gering, daß sie nicht bemerkt wird; außerdem ist noch der Nutzen damit verbunden, daß solche zusammengezogene Sparren öfters die einzigen sind, welche man so zu sagen aus dem Ganzen machen kann. — In Fig. 296 wurde dieser Nutzen bei Anlegung der geraden Sparrenlinien cr, cd und cf bezweckt, und dies ist die zweite Regel, daß man:

> in solchen Gebäudecomplexen, welche wegen der vielen an ihnen befindlichen Ecken und Winkel sehr wenige ganze Sparren, zuweilen gar keine, erhalten können, gegenüberlie-

Digitized by Google

gende Ecken und Winkel zu Anlegung ganzer Sparren benutzt. Ein guter Zulegenarbeiter legt hierauf großen Werth. Fig.

Hinsichtlich der Abweichungen vom gegebenen Neigungswinkel ist zu bemerken, daß, wenn einmal von unreinen Ausmittelungen die Rede ist, die größte Willkühr stattfinden kann; ja zuweilen gebietet solche die Nothwendigkeit. Ein dergleichen Fall kann z. B. eintreten an einem freistehenden Gebäude, dessen Aeußeres architectonisch gut behandelt ist, aber möglichst großen Dachraum und doch ein scheinbar kleines Dach haben soll. — Bei seiner 299.
großen Länge, Fig. 299, würde das Dach in gewöhnlicher Weise behandelt, d. h. nach den Regeln der Kunst ausgemittelt, als etwas sehr Lästiges auf der schönen Architectur liegen. — Obgleich das Dach ein Winkeldach, so wird es doch das Ansehen eines flachen gewinnen, wenn die Walmenflächen über den eigentlichen Anfallspunkt des Walmens zurückgezogen werden.

Nach diesen wenigen Erklärungen wird es uns nicht mehr schwer fallen, eine Ausmittelung mit gleichhohen Forsten, möglichst richtig herzustellen.

Fig. 300 ist dieselbe Dachgrundfläche, und beginnt die Aus- 300.
mittelung mit Aufsuchung derjenigen Körper, welche der Ausmittelung mit Verfallungen zu Grunde gelegt werden müssen.

Die gleichen Buchstaben α, β, δ, ε u. s. f. bezeichnen hier, wie in Fig. 297, die nach den Regeln der Kunst gesuchten Ausmittelungspunkte. — Die Punkte ε, ν und i fallen weg, weil sonst zu viele kleine dreieckige Flächen eingelegt werden müßten.

Statt des Forstes $\beta\alpha$ kann man einen Forst $\beta\vartheta$ anwenden, und statt des Forstes $\tau\varrho$ können die Forste σ o und ϱ o nach der Spitze der Pyramide geführt werden.

Auch könnte man die Forste von ϱ und τ nach o leiten.

Fig. 301 ist dieselbe Ausmittelung mit der möglichsten Ver- 301.
einfachung.

Profil A dient zu Aufsuchung der mittleren Forsthöhe; xz $=$ ϑh, yz $=$ wλ. Wie u gefunden wird, ist bekannt.

Figg. 302 und 304, Taf. XXXII, sind Wiener Ausmitte- 302.
lungen*). H. Gierth beschreibt dieselben wie folgt:

---

*) Der Wiener Zimmermann oder practische und allgemein faßliche Unterweisung zur Ausmittelung der Dachlagen ꝛc. Von Joh. Gierth. Wien 1840.

Digitized by Google

Fig. 302. „Die Fig. 302 (Fig. 4 Blatt IV seines Werkes) besteht aus zwei, ihrer Hauptform nach betrachtet, unter einem rechten Winkel, so daß sie sich theilweis decken, in einander geschobenen Rechtecken, die wegen ihrer geringen Seitendifferenz und wegen ihrer geschickten gegenseitigen Durchdringung in gleicher Forsthöhe gehalten werden können. Als gemeinschaftliche Höhe kann die halbe senkrechte Entfernung des Punktes r von der Gesimslinie k d angenommen, und von den Stirnen auch senkrecht aufgetragen werden. Die eigentliche äußere Form des Grundrisses erhält man, indem man die Gesimslinie b a über a so lange verlängert, bis sie in dem Punkte x die Linie w n schneidet; ferner, indem man die Saumlinie s m über m bis k verlängert, in welchem Punkte sie die Gesimskante schneidet, und endlich indem man auch die Gesimslinie r q über q so weit verlängert, bis die Linie o p in p getroffen wird, wodurch die Figur zu einem geschlossenen Ganzen gebracht ist. Diese bildet nun das unregelmäßige Neuneck k d b x n o p r s. Das zu dieser Figur gehörige Dach wird auf folgende Art ausgemittelt. Die halbe senkrechte Entfernung des Punktes r von der Gesimslinie k d wird in den Zirkel genommen und aus dem Halbirungspunkte der Linie x n senkrecht auf diese aufgetragen, wodurch man den Punkt f als Firstendpunkt des Daches, das für diese Figur zum Grunde gelegt ist, erhält. Wird nun dieser Punkt f mit den beiden Punkten n und x am Umfange durch gerade Linien verbunden, so erhält man den Grat f n und die Verfallung f e, an welche der First c e des Nebendaches anstößt. Um den zweiten Punkt des Firstes zu finden, muß dieselbe halbe Entfernung von r von der Linie k d*) auf der Verlängerung der Gesimslinie b d senkrecht aufgetragen werden, durch welches Verfahren man den Punkt g erhält. Verbindet man nun diesen Punkt g mit den beiden Punkten b und o am Umfange der Figur, so erhält man den Grat b g und die Kehle o g. Die zwei anderen Theile des gebrochenen Firstes erhält man auf ähnliche Weise. Es wird nämlich wiederum die halbe Entfernung des Punktes r bis k d auf der Linie k s, von k aus, aufgetragen, und aus dem so erhaltenen Punkte auf k s eine

*) Das Maß trifft in der Zeichnung aber nicht. In Folge dessen ist die mittlere Parthie falsch gezeichnet. — Ob H. Gierth oder dessen Lithograph das Versehen begangen, ist nicht zu bestimmen.

Digitized by Google

Senkrechte errichtet, und gleich der halben Entfernung des Punktes r von ks gemacht, wodurch man den Punkt i erhält. Wird nun aus dem Punkte i eine Parallele zu rq und kd, ebenso aus dem Punkte g eine Parallele zu bd und op gezogen, und letztere verlängert, bis sie die erstere schneidet, so erhält man den Punkt h als Durchschnittspunkt der Firstrichtungen. Es ist daher die gebrochene Linie ihgf der eigentliche First des Daches." Und so fort.

Wie die übrigen in das Dach gehörigen Ausmittelungslinien gefunden werden, ergibt sich aus der Figur von selbst.

Die drei anstoßenden Nebengebäude haben geringere Tiefen und sind mittelst Verfallungen mit dem Hauptdache verbunden. Die ganze Ausmittelung gehört demnach zu den unreinen.

Bei unreinen Ausmittelungen kann man ohne Profilirungen nicht wohl zu Stande kommen, besonders wenn, wie hier, noch andere Gebäude in Verbindung treten.

Im Profile A sei $\alpha\beta$ die Dachhöhe; so gilt die Linie $\gamma\beta$ für die Sparrenlage der beiden Flächen abgfe und nogf, da die rechtwinkelige Entfernung zwischen gf und on, oder gf und ba $= \alpha\gamma$; ebenso gilt $\delta\beta$ für die Sparrenlage der Fläche ghdb; ferner $\varepsilon\beta$ für die Sparrenlage des Walmens ufx. Nun aber entsteht die Frage: wie hoch der Forst cc liegen muß, um den Verfallungsgrat fe im Punkte e wirklich zu treffen? Denn die angeschobene Fläche exwc muß, wie es die Ausmittelung auch verlangt, in einer Ebene liegen. Zu dem Behufe tragen wir die halbe Tiefe ax im Profile aus δ nach λ, errichten in λ eine Lothrechte, welche in μ den Sparren $\varepsilon\beta$ schneidet; so ist $\lambda\mu$ die Dachhöhe, während, wenn wie für den Forst gf, die halbe Tiefe zur Höhe angenommen wurde, $\lambda\nu$ die Höhe sein mußte.

Warum Hr. Gierth nicht im Punkte t den Endpunkt des Forstes annahm, ist schwer zu begreifen.

Tragen wir ferner die Gratsparrenlänge tx im Profile aus α auf, so wie die Länge tu, errichten in ϑ eine Lothrechte, so schneidet diese den Grat in der Höhe von ν; als Beweis der Richtigkeit.

Tragen wir aber nach der Gierthschen Ausmittelung fx in das Profil, machen $\alpha\varrho$ gleich fe, und errichten in ϱ eine Lothrechte, so schneidet diese den Grat in der Höhe von σ, also ebenfalls in μ. Das heißt: das Dach, dessen Forst cc ist, muß

Digitized by Google

Fig. höher als Winkeldach sein, während die Forsthöhe für $gf = \alpha\beta$ = der halben Tiefe von nx, also Winkeldach, war. — Warum eine solche Verworrenheit, wenn sie nicht nothwendig ist?!

Eine andere Frage, dieselbe Ausmittelung betreffend, ist: Warum hat Hr. Gierth die beiden Sparrenpaare bo und dp nicht in gerade Linien gelegt, was für die Construction des Dachstuhles wesentlich nützlich gewesen wäre? — Seiner Erklärung zufolge hätte der Punkt g in l liegen müssen. Bei einer unreinen Ausmittelung ist es gleichgiltig, ob ein solcher Punkt streng beibehalten wird oder nicht. Die eigentlichen Anfallspunkte, wie
303. sie in Fig. 303 einer Ausmittelung mit Verfallungen liegen müssen, konnten doch einmal nicht beibehalten werden.

Noch sonderbarer in ihrer Bearbeitung ist die Ausmittelung
304. von Fig. 304.

Seite 74 u. f. sagt Hr. Gierth:

„Die Fläche (8. Taf. V) bildet das unregelmäßige Sechseck hrqpnk, welches durch die Verbindung der Punkte k und h mittelst einer punktirten Geraden zu einem geschlossenen Ganzen gebildet wird. Die Dachanordnung dieses Theiles kann auf folgende Weise vorgenommen werden: Die senkrechte Entfernung der beiden Gesimslinien hr und np, welche die Breite des Daches anzeigt, wird in zwei gleiche Theile getheilt und aus dem Theilungspunkte eine Parallele zu den Gesimslinien unbestimmt lang gezogen, welche die Richtung des Firstes mt angibt. Seine beiden Endpunkte werden dadurch erhalten, daß man die halbe senkrechte Entfernung als den Halbmesser eines Kreises betrachtet, der dem unregelmäßigen Sechsecke eingeschrieben ist. Es werden daher die Mittelpunkte m und t der eingeschriebenen Kreise in der Firstrichtung gesucht werden müssen, indem der zweite Endpunkt des gedachten Halbmessers in den Gesimslinien hr, qp und pn für den aus t beschriebenen Kreis, für den aus dem Punkte m beschriebenen aber die Gesimslinien hr, pn und der verlängerten Gesimskante kn liegen muß. Somit wäre die Länge und Lage des Firstes mt vollkommen bestimmt. Verbindet man nun den Endpunkt t mit den am Umfange des Körpers befindlichen Punkten r, p, q, und den Punkt m mit den ebenfalls am Umfange befindlichen Punkten n, k, h durch gerade Linien, so erhält man die fünf Grate tr, tq, tp, mn, mk, sowie die Verfallung ml, welche dadurch entsteht, daß in dem Punkte l der

Digitized by Google

First des Verbindungsdaches an die Gratlinie mh anfällt. Durch dieses Verfahren sind die großen Dachflächen unter einem und demselben Winkel geneigt, nur die Dachfläche trq ist etwas flächer, weil ihre senkrechte*) Entfernung vom Punkte t größer ist als die halbe Breite der Fläche**) Die senkrechte Entfernung des Firstendpunktes m von der punktirten Stirnlinie kh ist ebenfalls kleiner als die halbe Dachbreite, deßwegen erscheint auch die Dachfläche kml verhältnißmäßig steiler.

„An dieses Dach (und an dasjenige über dem Theile 9) schließt sich ein Verbindungsdach an, dessen First gil eine gebrochene Linie bildet, und das dazu bestimmt ist, die mittelbare Verbindung beider Dächer unter einander zu bewirken. Dasselbe muß über der Linie kh ausgemittelt werden, indem man aus dem Halbirungspunkte dieser Linie die Firstrichtung parallel zu der Gesimslinie sh einerseits bis an den Grat fh, nach der entgegengesetzten Richtung aber vorläufig unbestimmt lang zieht. Da die Absicht bei diesem Nebendache dahin gehen muß, die Flächen desselben mit den Ebenen der Dächer 8 und 9 flüchtig zu erhalten, so muß man auch demzufolge die halbe Länge der Linie kh von der Gesimskante hr senkrecht auftragen, welche die Gratlinie hm in dem Punkte l schneidet. Wird nun aus dem so erhaltenen Punkte l die Firstrichtung mit der Gesimslinie hr parallel so weit gezogen, bis sie die Firstlinie gi in dem Punkte i trifft, so erhält mun den Brechungspunkt i des Firstes. Um nun das ganze Dachflächensystem zu schließen, braucht man nur den Punkt i mit den beiden Punkten k und h, die in der Gesimslinie liegen, und ebenso die beiden Verfallungspunkte g und l mit dem Umfangspunkte k durch gerade Linien zu verbinden, so erhält man den Grat ik, und die drei Kehlen gk, ih und kl. Durch diese Anordnung sind die drei Flächen des Verbindungsdaches gleich geneigt, nur die Dachebene lik ist etwas steiler, was aber keinen wesentlichen Einfluß auf die Dachconstruction hat."

Der Aufgabe zufolge gehört diese Ausmittelung zu den unreinen, da verlangt wird, daß die dem Zwischendache angehörigen Forstlinien li und gi in einerlei Höhe liegen sollen, was bei einer reinen Ausmittelung mit Verfallungen nicht möglich ist; denn wir müssen bedenken, daß der Forst ig einem Gebäude an-

*) Soll „winkelrechte" heißen.
**) Als die halbe Tiefe des Gebäudes.

Digitized by Google

gehört, dessen Tiefe bestimmt wird durch ein aus dem Punkte k auf die Verlängerung von sh gezogenes Perpendikel, wogegen der Forst il einem Gebäude angehört, dessen Tiefe durch ein aus k auf die Verlängerung von rh gezogenes Perpendikel bestimmt wird. Da beide Perpendikel verschiedene Länge haben, so können die beiden Forstlinien il und ig nicht in gleicher Höhe liegen.

Auch diese Ausmittelung läßt verschiedene Lösungen zu, je nachdem die Annahmen für dieselbe gemacht werden. — Schließlich wollen wir einige solcher Lösungen betrachten.

Wir können, wie Hr. Gierth, annehmen, die beiden Gebäude, Fig. 305, seien nach der Linie kh abgestumpft, abgesehen davon, welche Gestalt die Gebäude ursprünglich gehabt haben, nämlich: ob das eine nach den Linien nk und bh rechtwinkelig, oder nach ah und bh schiefwinkelig, und das andere nach od und dh, oder nach ok und ch begrenzt war. Kurz, wir nehmen kh als die jetzige Begrenzung an, und, da diese Linie größer als nk und größer als ok, so tragen wir winkelrecht auf kh die beiden Walmenpunkte e und f, auf, einen jeden nach der halben Tiefe des Gebäudes, für welches er gilt. Nachdem die Gratlinien gezogen sind, wird kh halbirt, durch den Halbirungspunkt die Winkelrechte gi gelegt und aus n nach i und g die halbe Tiefe von kh aufgetragen. Da nun aber g außerhalb des Dreiecks keh liegt, so entstände eine Brechung der Ausmittelungslinien an dieser Seite, welche vermieden wird, wenn man parallel mit kh von g nach m bis auf den Grat ke geht und m als den Anfallspunkt des Forstes nimmt. Ebenso geht man von i nach l und nimmt ml als den Forst an. Auf diese Weise entstehen außer den schon vorhandenen Ausmittelungslinien noch die beiden Kehlen mh und lk. — Die Fläche lmh liegt etwas steiler, mlk etwas flächer. Die Ausmittelung gehört demnach zu den unreinen.

In Fig. 306 ist die Annahme eine andere, daher auch die Ausmittelung eine andere.

Maßgebend für die Gestalt der beiden Gebäude sind die beiden Linien nk und ok; nach ihnen werden die Walmen nah und oec begrenzt und ausgemittelt.

Wie sich nun die beiden Grate fa und ge brechen und schneiden, wollen wir untersuchen. — Mit einer beliebigen Zirkelöffnung mache ik = lk, und bh = ch, ziehe il und bc, lege durch b die bm' parallel mit il, halbire den Winkel cbm'

Digitized by Google

und lege parallel mit bu' durch h die Linie do', und durch k die Linie pq, errichte das Perpendikel qr und halbire es, so entsteht die Forstlinie, welche dadurch begrenzt wird, daß das Maß der halben Tiefe von qr aus k nach s und t aufgetragen wird und aus diesen beiden Punkten Parallelen mit na und oe gezogen werden.

Hierauf nehme cu, trage diese halbe Tiefe von h nach v, lege durch v eine Parallele mit hb, so schneidet sie in x die Verlängerung des Forstes ug; nun ist xh Kehle. — Ferner trage cu aus k nach w, ziehe durch w eine Parallele mit na, verlängere na bis y in die Verlängerung von hc, verlängere den Forst ug bis w, so gibt wy die Kehle zwischen dem Walmen afu und der Dachfläche über uc an. Diese Kehle wy schneidet den Grat fa, sowie auch den Grat ge; sie schneidet aber auch die Kehle xh in demselben Punkte, in welchem sie fa schneidet. Somit ist die Lage und Länge der beiden aus k und h sich erhebenden Kehlen, sowie der von f und g herabgehenden Verfallgrate, und des kleinen Zwischen- oder Verbindungsgrates genau bestimmt. — Das wäre die Ausmittelung ohne Zwischendach.

Tritt nun aber das Zwischendach hinzu, dessen Forst vorhin schon bestimmt wurde, so ziehe von α und β die Kehlen αk und βg, sowie von α nach y bis an den Verfallgrat bei γ, und von β nach d bis an den Verfallgrat bei δ, ferner von γ und δ nach h; so ist $\alpha\beta\delta h\gamma$ die eine, $\alpha\beta$k die andere Dachfläche des Zwischendaches.

Auf diese Weise ist die Ausmittelung mit Verfallungen nach dem Kryſtallisationsgesetze rein durchgeführt.

Allerdings sind die gebrochenen Kehlen $\alpha\gamma$h und $\beta\delta$h ein Uebelstand, der aber vermieden werden kann, wenn wir die Ausmittelung in eine unreine verwandeln, indem wir die Forstendpunkte α und β an die Gratsparren fa und ge herüberwinkeln und zwar legen wir durch α eine Parallele mit na, durch β eine Parallele mit ke.

Wird die Ausmittelung dann einmal eine unreine, und der Zwischenforst scheint zu kurz, so kömmt auch nichts darauf an, wenn wir ihn auf beiden Gratlinien fa und ge höher hinaufrücken, nur darf man nicht vergessen, sofern dieser Forst wagerecht bleiben soll, was doch Bedingung für ihn ist, daß sein Anfallspunkt auf fa dieselbe Entfernung von na habe, wie der andere Anfallspunkt auf ge von ke. — Entfernungen sind stets winkelrecht zu messen.

Digitized by Google

Fig. Daß das Zusammenschneiden der verschiedenen Gratlinien bei 1 und 2 seine Richtigkeit habe, weist das Profil B nach. — Trage fa aus z nach a, ferner wy aus z nach y, und ge aus z nach e; dann mache z1 = f1, zI = w1 und z2 = g2, errichte in den aufgetragenen Punkten winkelrechte Linien an die Sparrenlinien und vergleiche die Höhen, so wirst du finden, daß die Höhen von 1 und I gleich sind, die Höhe von 2 aber etwas tiefer liegt, wie es die Ausmittelung verlangt.

Schon vielfältig haben wir gesehen, daß jede andere An-
307. nahme eine andere Ausmittelung erzeugt. — In Fig. 307, Taf. XXXIII, ist die Linie kh als die Begrenzung beider Gebäude angenommen worden, sie müßte deshalb verlängert werden, um die beiden Walmen, deren Anfallspunkte a und b sind, zuvörderst herstellen zu können. Dann wurde durch den Halbirungspunkt c eine Linie de parallel mit hi gelegt, und geht man bis an die beliebig irgendwo winkelrecht aufgestellte Linie fg von den aufgetragenen Punkten f und g, deren jeder um das Maß il von der Linie kh entfernt liegt, parallel mit kh an die Linie de, so wird dadurch die Länge des Forstes de bestimmt. Ist das geschehen, so können die Kehllinien dk, ek und dh gezogen werden; be ist zufällig eine Verfallung geworden. — Auf diese Weise ist die Ausmittelung vollständig rein, d. h. alle Dachflächen haben gleiche Neigungswinkel.

308. Fig. 308 wurde wieder nach einer anderen Annahme bearbeitet, welche darin besteht, daß durch den Punkt k parallel mit hi die Linie ka gelegt ist und dadurch ein Zwischenbau angedeutet wird, dessen schiefer Walmen in b endigt, und in c seinen Anfallspunkt hat. Der Forst cd schneidet vom Grate ch die Verfallung ed ab. Die Gratlinie cb ist aber dieselbe, die wir schon in Fig. 306 kennen lernten und der übrige Theil der Ausmittelung wird ganz wie dort ausgeführt. — Wir sind also durch diese Annahme um Nichts gebessert.

Wie jede Linie, selbst wenn sie noch so kurz ist, ein Gebäude oder die Richtung eines solchen, oder eine Abstumpfung andeutet, ebenso kann man auch einen Punkt als den Anfangspunkt
309. einer Abstumpfung annehmen. Letzteres ist in Fig. 309 geschehen, indem parallel mit na die Linie hb gelegt wurde, und nun hb für die ursprüngliche Begrenzung des Gebäudes cbhd gilt. Da aber auch die ok eine Abstumpfung anzeigt, so ist auch hiefür

Digitized by Google

der Walmen auszumitteln. Zwei Grate schneiden sich in bekannter Weise und ergeben die Verfallung pr. 309.

Nachdem nun auch der Walmen nia gesucht worden, wird für das kleine Gebäude lkah der Forst mt gesucht, welcher hier eine wagerechte Kehle wird und durch ein kleines Zwischendach überdeckt werden muß. Wie das geschieht, ist vielfach erklärt worden.

So ist auch diese Ausmittelung eine reine.

Doch sie enthält den Uebelstand, daß die kurze Verfallung pr vorhanden ist, welcher aber sofort beseitigt werden kann, wenn man von den Punkten q und h die Grate nach p hin legt, wodurch das Dreieck qph einen anderen Neigungswinkel erhält, jedoch die Construction des Daches nicht im Mindesten gestört wird. — Von allen bisher betrachteten Ausmittelungen für dieses Dach ist diese die beste, weil sie die wenigsten Linien ergibt. — Hieran reihe ich die gute Lehre, daß man sich niemals begnügen darf, für eine gegebene Grundform nur eine Ausmittelung aufzusuchen, ausgenommen, sie wäre so einfach, daß sie eine andere Lösung gar nicht zuließe.

Ferner kann ich nicht umhin zu bemerken, daß es nicht immer gerathen ist, die Gebäude nur an einander stoßend anzunehmen, vielmehr haben wir sie in ihren Durchdringungen zu betrachten. Zuweilen mag ersteres genügen, aber wir sehen, wie schätzbar auch Gierth's Ausmittelungslehre ist, daß hierbei nicht immer die nöthige Oeconomie beobachtet werden kann. Ich wiederhole deshalb noch einmal: eine jede ersparte Linie ist ein kostbarer Gewinn! —

Stellt sich uns endlich die Aufgabe dar, für dieselbe Grundgestalt, Fig. 310, eine Ausmittelung mit gleichhohen Forsten zu machen, 310.
so haben wir die Zerlegung der einzelnen Gebäude so zu nehmen, daß die Anfallspunkte der einander zugewendeten Walmen so nahe als möglich an einander liegen. Wir dürfen also im gegenwärtigen Falle wiederum nicht die Linie kh als die Begrenzungslinie ansehen, sondern lassen die Gebäude wie in voriger Figur in einander dringen. Die beiden Forstpunkte i und p sind nun zugleich die Endpunkte des neu einzulegenden Forstes. Die Kehlen hi, hp, kp und ki ergeben sich von selbst.

Digitized by Google

XI.

Anschauung einiger Meisterstücksaufgaben,

nebst Darlegung einiger Nutzanwendungen.

310. Auf complicirten Grundflächen sind die unreinen Ausmittelungen den reinen stets vorzuziehen, indem erstere mit einer geringeren Anzahl Linien hergestellt werden können, und das ist für die Ausführung ein Nutzen. Deshalb muß für alle Ausmittelungen der Grundsatz: „die wenigsten Linien zu erzielen," gelten. — In der Durchführung desselben ist die Geschicklichkeit des Meisters zu erkennen.

Diese wichtigste aller Regeln noch deutlicher als im vorigen Abschnitte hervorzuheben, erlaube ich mir die Lösung einer Meisterstücksaufgabe, welche nach der Gierth'schen Methode behandelt, als gut erkannt wurde.

311. Die punktirten Linien in Fig. 311, Taf. XXXIV, geben die Grundzüge an, nach welchen die Ausmittelung entstanden ist. Die Figur ist so deutlich, daß sie kaum einer Erklärung bedarf, doch muß ich hinzufügen, daß, um den Forst hf zu gewinnen, die Linie ab durch c parallel mit de gelegt, und die dadurch bestimmte halbe Tiefe von cg winkelrecht nach f getragen worden ist. — An dem rechten Seitenflügel ist der Forst lm gewonnen worden, indem die halbe Tiefe ik von on winkelrecht hereingetragen und mit ihr parallel gelegt wurde.

Behufs der Beurtheilung einer Ausmittelung müssen wir eine Zählung der für sie entwickelten Linien vornehmen, und so finden wir in Fig. 311:

15 Gratlinien
9 Kehllinien
6 Verfallungslinien
9 Forstlinien

zusammen 39 Ausmittelungslinien.

Digitized by Google

In Fig. 312 sind der Ausmittelung andere Gebäudemassen zu Grunde gelegt worden. — Die Annahme großer Dreiecke (Pyramiden), deren sich hier vier ergeben, gewährt eine ganz andere Anordnung der Dachflächen. Fig. 312.

Derselben füge ich erklärend hinzu, daß die Linien der Ecke a b c nach den Gesetzen der reinen Ausmittelung in d einlaufen müßten; aber sie sind nach e heraufgezogen worden, wodurch die Verfallung c d erspart wird. Dasselbe findet sich an der Ecke h i k, wodurch zwei Verfallungen l m und m n erspart worden sind. — Der Forst q r wurde gewonnen, indem von den beiden Endpunkten des eigentlichen Forstes s v zwei Parallelen mit o h zwischen die beiden Gratlinien l x und s o gelegt wurden, wodurch das Paralleltrapez u s t v entsteht, dessen Diagonalen sich im Punkte w durchschneiden. Durch diesen Punkt kömmt der Forst q r parallel mit der vorderen Gesimslinie o h zu liegen u. s. w.

In dieser Ausmittelung finden wir:

10 Gratlinien
8 Kehllinien
6 Verfallungslinien
5 Forstlinien

zusammen 29 Ausmittelungslinien

also 10 Linien weniger als in voriger Figur und es ist sonach keinem Zweifel unterworfen, daß die Ausmittelung in Fig. 312 besser sei als die in Fig. 311. — Einige Dachflächen haben zwar nicht den gegebenen Neigungswinkel (in voriger Figur auch nicht), allein in unreinen Ausmittelungen ist das nicht zu vermeiden, und bringt auch keinen Schaden, insofern die dabei vorkommenden Abweichungen nicht allzu groß ausfallen.

Wir haben gesehen, daß jeder complicirte Grundriß eines Daches die verschiedenartigsten Lösungen zuläßt; das ist auch hier der Fall und ich fordere deshalb meine Schüler auf, noch eine oder mehrere Lösungen für dieselbe Ausmittelungsaufgabe zu erfinden, welche an Einfachheit die Fig. 312 noch übertrifft. — Absichtlich gab ich unter Fig. 312 nicht die einfachste Lösung.

In Fig. 312 hätte außerdem die Verfallung z e erspart werden können, indem man vielleicht z e halbirte und nach dem Halbirungspunkte β den Forst y z etwas weiter rechts rückte, und die Linien $c\alpha$, c c, c a in β einlaufen ließ. Desgleichen konnte man den kurzen Forst $\gamma\delta$ ersparen, indem man die beiden Grate

Digitized by Google

nach δ verlegte. Ebenso kann der Forst $\varrho\tau$, wenn er nicht über 3 Fuß lang ist, erspart werden; entweder kann man den Grat $\eta\tau$ nach ϑ ziehen, oder richtiger nach ϱ verlegen.

Nach den so eben angedeuteten Vereinfachungen stellt sich die Anzahl der Ausmittelungslinien folgendermaßen heraus:

10 Gratlinien
8 Kehllinien
4 Verfallungslinien
3 Forstlinien

zusammen 25 Ausmittelungslinien,

also wieder 4 Linien weniger, als vorhin.

Durch das Zurückziehen der Walmenpunkte γ, c, τ wird nicht allein die Oberfläche des Daches, sondern auch der Kubikinhalt desselben verringert, folglich ebensowohl an Deckmaterial, als auch am Holze für die Dachconstruction erspart; ferner durch die Verringerung der Kehl- und Gratlinien wird die häufige Brechung der Dachstuhlrähmen oder Pfetten gemindert, sowie auch das vielfache Ineinanderzapfen der Kehlbalken, und, bei liegendem Stuhle, bedarf man weniger Spannriegel, Stuhlsäulen und was sonst damit in Verbindung steht. — Dieses Alles zusammengenommen dürfen wir der Beachtung wohl werth finden!

Noch muß ich auf den Umstand aufmerksam machen, daß, wie in Fig. 311 bei c, e, d, λ, n, π zwei, auch drei Kehl- und Gratlinien einlaufen. — Bei liegenden Dachstühlen müssen die zusammenlaufenden Stuhlsäulen aneinander geschiftet werden (d. h. eine muß die andere tragen), denn unter jede Kehl- und Gratlinie gehört eine Stuhlsäule, weil das Stuhlrähmen daselbst eine Brechung erleidet.

Wo man solches Anschiften der Stuhlsäulen irgend vermeiden kann, suche man es zu beseitigen d. h. man schaffe eine bessere Ausmittelung.

In Fig. 312 liegt der gedachte Fall nur einmal, bei c', vor; nichtsdestoweniger kann er umgangen werden, wenn für diesen Theil des Dachkörpers eine einfachere Ausmittelung erfunden wird.

Also auch in letzterer Beziehung verdient die Ausmittelung unter Fig. 312 den Vorzug.

Digitized by Google

Betrachten wir die Aufgabe von Fig. 311 in ihren Umfas- Fig.
sungslinien, so wird es uns bald klar, daß der eine Seitenflügel nichts Anderes als eine mit einigen unerheblichen Abänderungen versehene Wiederholung des anderen ist und nach denselben Grundsätzen bearbeitet werden kann, welche Dachkörper man auch in Anwendung bringen möge, und es steht fest, daß, Wer den einen Seitenflügel zu behandeln versteht, mit dem anderen sicherlich zu Stande kömmt. Mit der Ausarbeitung der Zulage, bestehe die Arbeit in einer Zeichung, oder in einem Modelle, verhält es sich ebenso.

Es ist zeither gebräuchlich gewesen, den Grundrissen auszumittelnder Dächer „recht viele Ecken und Winkel" anzudichten, indem man das für das Schwierigste der Zimmerkunst hielt, und man hat sich von diesem veralteten Gebrauche auch noch nicht zu trennen vermocht, indem man noch nicht daran gedacht hat, daß durch das Zerlegen solcher Gebäudecomplexe in seine Bestandtheile die bisher so schwierige Kunst des Ausmittelns, ich möchte sagen, ein Spielwerk wird.

Ein großer Theil der Meisterstücke besteht zur Zeit geradezu in solchen Aufgaben, wie sie im Leben nicht vorkommen. Betrachten wir die Dach-Grundrisse, Fig. 313 bis 317, Taf. XXXV, 313—316.
so finden wir bestätigt, was ich so eben sagte. — Fig. 317 möchte von diesen fünf Meisterstücksaufgaben die geschickteste sein, nicht allein wegen ihrer subtilen Brechungswinkel und verschiedenartigen in ihr vorkommenden Dachkörper, sondern vorzugsweise deshalb, weil diese der Gestalt eines der Wirklichkeit entsprechenden Gebäudes nahe kömmt. Die übrigen Aufgaben enthalten einförmige Wiederholungen, welche dem Stückmeister im Betreff ihrer Ausarbeitung keine anderen als die gewöhnlichen Kenntnisse zu entwickeln und anzuwenden, abnöthigen. — Das wissen unsere Gesellen auch recht gut; denn wenn sie sich in diesem Gegenstande ihrer Kunst Uebung und Fertigkeit verschaffen wollen, so wählen sie sehr häufig die unsinnigsten Grundformen.

Von einem Meister verlangt man aber in neuester Zeit etwas mehr, als ein Dach mit vielen Ecken und Winkeln zu bauen! — Finden sich die Innungen dennoch veranlaßt, danach zu fragen, so wäre es löblich und rühmlich, wenn sie von dem Stückmeister die verschiedenen Gesichtspunkte, unter welchen dergleichen Aufgaben betrachtet werden müssen, sowie die verschiedenen Grund-

Digitized by Google

sätze, welche bei Herstellung der fraglichen Ausmittelung geltend zu machen sind, entwickeln und feststellen, und hiernach die verschiedenen Möglichkeiten ausarbeiten und von ihm selbst kritisiren ließen. —

318. 319. Figg. 318 und 319 sind zwei einfache Grundrisse mit je einem Hofe. — Auch sie sind ein Spiel willkührlicher Laune und deuten abermals eine endlose Reihe solcher Zusammensetzungen an, welche mit der Wirklichkeit in unleugbarem Widerspruche stehen.

Nichtsdestoweniger können solche und ähnliche scheinbar ganz absurde Formen, namentlich größerer Gebäudecomplexe, die schönsten, und gar zweckentsprechende Lösungen gestatten, wenn gewisse Gruppirungen der Gebäudemassen, welche höher oder niedriger als die übrigen Theile liegen und deren Constructionen in anderer Weise zu behandeln sind, damit in Verbindung gebracht werden u. s. f. — Hier liegt ein neues, großes Feld der Zimmerkunst offen, und die hier uns entgegentretenden Formen und Ideen reizen und bilden das Schönheitsgefühl, erwecken und beleben den Sinn für das Edlere.

Im Betracht der auf Taf. **XXXV** gegebenen Meisterstücksaufgaben fällt es durchaus nicht schwer, irgend eine beliebige Grundform zusammenzusetzen, denn man braucht nur eine recht- und schiefwinkelige, von verschieden langen Linien gebildete Figur aufzusuchen und, falls dieselbe nicht zu den ganz leichten Aufgaben gehören soll, darauf zu sehen, daß keine parallelen Linien darin vorkommen.

Die Anlegung eines Hofes in einer dergleichen Aufgabe erschwert nicht immer die Lösung, vielmehr erleichtert sie dieselbe sehr häufig, namentlich dann, wenn von rein krystallinischem Gebilde (von reinen Ausmittelungen) die Rede ist.

So verwickelt und schwierig immerhin eine Aufgabe scheinen mag, so vereinfacht sich ihre Lösung sofort, wenn man, abgesehen von allen gestellten Bedingungen, zunächst alle rein prismatischen und pyramidalen Formen aufsucht und hiernach die erforderlichen Forsten, Grate und Kehlen bestimmt. — Sobald diese erste Grundlage feststehet, kann man mit Leichtigkeit auf die vorkommenden oder bedungenen Abweichungen übergehen. Ein Beispiel hierzu gab ich bereits unter Figg. 145 und 146, Taf. **XIII.** —

Digitized by Google

Fig. 145 bedingt genau genommen drei sich durchdringende Pyramiden, und es hätte demnach eigentlich eine Ausmittelung nicht aus drei Prismen, sondern aus drei Pyramiden bestehend, gesucht werden müssen. Die Lage und Richtung der Forste, Grate und Kehlen blieben zwar im Wesentlichen dieselben, doch näherten sie sich der Wahrheit mehr als die durch Prismen erzeugten Linien.

Betrachten wir die Meisterstücksaufgabe, Fig. 313, Tafel XXXV, in ihrer ursprünglichen Reinheit, so finden wir, daß sie aus neun verschiedenen Pyramiden bestehen müsse, von denen je viere (bei A jedoch nur dreie) sich durchdringen.

Welche Bedingungen die Aufgabe immerhin enthalten mag, so ist unbedingt anzurathen: zunächst die Durchdringung der Pyramiden darzustellen und daß dabei immer nur zwei Dachkörper in Betracht genommen werden dürfen, ist mehrfach erörtert worden. — Machen sich Zwischendächer nöthig, so sind sie einzulegen, und wenn die Ausmittelung fertig ist, so geht man auf die gestellten Bedingungen über.

Wäre z. B. verlangt, daß sämmtliche Forsten gleiche Höhe haben sollten, so wäre die natürliche Folge, daß sämmtliche Dachflächen, mit Ausnahme der Walmen, windschief werden.

Ist die Ausmittelung nach dem Krystallisationsgesetze vollendet, so beginnt das Verziehen oder Verlegen der Forstlinien, wobei man vorzüglich auch darauf zu sehen hat, daß dieselben nicht zuviele Brechungen erhalten, damit möglichst wenig Dachflächen gewonnen werden und in Folge dessen möglichst wenig Grat- und Kehllinien. Bei sehr windschiefen Flächen wird die Zerlegung in Dreiecke nöthig.

Dieselben Erklärungen gelten für alle übrigen auf Taf. XXXV befindlichen Figuren und dienen als Schlüssel zu deren Lösungen.

Alle Ausmittelungskunst, soweit dieselbe zeither getrieben wurde, bezieht sich an Figuren, wie sie auf Taf. XXXV nur beispielsweise gegeben sind, nur auf prismatische, pyramidale und windschiefe, zuweilen auch auf kegelförmige Dachkörper, an denen wenigstens die Traufenlinien in gleicher Höhe liegen.

Anders aber, und schwieriger, gestaltet sich die Lösung einer solchen Aufgabe, wenn die Traufenlinien nicht in gleicher Höhe liegen.

Alle diese Möglichkeiten zu bearbeiten habe ich mir nicht zur Aufgabe gestellt, aber sie anzudeuten für nöthig gehalten.

Digitized by Google

514. Bleiben wir bei der größten Einfachheit stehen und betrachten
320 unter Fig. 320, Taf. XXXVI, einen dergleichen Fall. — Dieser Gebäudecomplex bildet ein unregelmäßiges Viereck und enthält ein Höfchen. Hieran ist zu bemerken, daß die vier Gebäudetiefen a, b, c, d verschiedene Größe haben, wonach sich für jede derselben ein anderes Profil ergibt.

Obgleich ein solcher Dachkörper nur aus Prismen bestehen oder von solchen zusammengesetzt werden kann, so sind doch Ausmittelungen möglich, welche ihrem Wesen nach ganz verschieden von einander sind. Gehen wir näher darauf ein und fragen:

Welche Ausmittelungen sind möglich, wenn die größte Gebäudetiefe a das Profil A erhält?

Für die Beantwortung dieser Frage entstehen wieder zwei Fragen: soll das Dach Verfallungen haben, oder sollen die Forsten in gleichen Höhen liegen; oder: welches Profil wird wohl das zweckmäßigste sein, wenn gleichhohe Forste verlangt werden?

a) Bei Verfallungen bestimmen sich die Profile für die übrigen Gebäudetiefen von selbst. Das Profil **B** gilt für die Gebäudetiefe d, und ist ein gleichschenkeliges Dreieck, welches dem Profile **A** ähnlich ist.

b) Bei gleichen Forsthöhen sind drei verschiedene Fälle möglich, nämlich:

   1) das Profil ist ein gleichschenkeliges Dreieck $\alpha\beta\gamma$, dessen Forst über der Mitte vom Balken $\alpha\beta$ liegt;

   2) die nach der Straße hin liegenden Dachseiten sollen gleiche Neigungswinkel behalten, was im vorigen nicht möglich war, so lassen sich die Hofseiten auf zweierlei Art behandeln;

      entweder: wird die Dachfläche durch den Forstpunkt δ und den Traufenpunkt α bestimmt,

      oder: die Dachfläche $\delta\varepsilon$ erhält denselben Neigungswinkel wie die $\delta\beta$, wodurch eine Erhöhungswand $\alpha\varepsilon$ entsteht.

Bei den soeben besprochenen Profilirungen liegen die Traufenpunkte an ihren natürlichen Orten, anders aber wird die Ausmittelung, wenn, wie im Profile **C**, die Traufe an der äußeren Umfassungslinie, wie $\eta\vartheta$ zeigt, einige Fuß höher gelegt werden muß. — In diesem Falle treten eben solche Veränderungen, wie die vorhin betrachteten, ein, nämlich: man kann entweder das

Digitized by Google

Dach mit Verfallungen, oder mit gleich hochliegenden Forsten machen, wie im Profile **D** angedeutet ist.

Hierbei ist es ebenfalls gleichgiltig, welcher Neigungswinkel den Dachflächen gegeben wird, aber da, wenn das Dach niedriger gehalten wird, der Forst einen anderen Ort ein nimmt (siehe die Profile **E** und **F**), so gewinnen die nach dem Hofe gehenden Kehlen an Länge, während die äußeren Gratlinien kürzer werden, als bei Annahme der beiden vorhergehenden Profile.

Ist nun an sich selbst das Aufsuchen einer zweckmäßigen Ausmittelung von Interesse, so wird dasselbe noch erhöht, wenn man für die verschiedenen Profilirungen die erforderlichen Dachstühle aufsuchen läßt, wobei immer wieder auf die möglichen Verschiedenheiten an denselben Bedacht genommen werden muß.

Natürlicherweise ist für jede Gebäudetiefe das Profil darzustellen.

Bei allen diesen Aufgaben entstehen zunächst folgende Fragen:

1) soll die Pyramidenform rein durchgeführt, und
2) sollen zu flach liegende Kehlen durch Zwischendächer überdeckt werden?
3) sollen sämmtliche Forsten gleiche Höhe haben, wonach windschiefe Dachflächen entstehen?
4) dürfen auch die äußeren Dachflächen (an den Straßenseiten) windschief werden, oder
5) sollen dieselben gleiche Neigungswinkel erhalten?
6) soll bei Ausmittelung windschiefer Dachkörper deren Größe berücksichtigt werden, so daß Verfallungen an ihnen entstehen?
7) sind willkührliche Abweichungen von den gesuchten Ausmittelungslinien zulässig oder nicht?

Bedingen wir an einer solchen Aufgabe noch, daß die äußeren Umfassungswände, wie im Profile **C**, Fig. 320, einige Fuß höher liegen, so wird nicht allein die Ausmittelung, sondern auch der Holzverband des Dachstuhles schwieriger.

Noch anders lassen sich Schwierigkeiten in solche Aufgaben legen, wenn nur einzelne Wände, z. B. **ab**, **bc**, **cc**, Fig. 314, Erhöhungen erhalten.

Fig. 321 ist eine willkührliche Zusammensetzung, und nach den verschiedenen Möglichkeiten auszuarbeiten.

Digitized by Google

Schlußwort.

Erklärung

der auf dem Umschlage skizzirten Bauwerke.

1) Pagode zu Tanjore,
2) Porzellanthurm zu Nanking,
3) Moschee zu Schiras,
4) Choragisches Monument (Thurm der Winde) in Athen,
5) Peterskirche in Rom,
6) Grabmal des Kattab Minar (eines muhammedanischen Heiligen) in Delhi,
7) Alhambra (Löwenhof),
8) Schweizerhäuschen,
9) Wohnhaus (mittelalterliche Bauart),
10) Michaeliskirche in Hamburg,
11) Wohnhaus,
12) Wohnhaus.

Stellte ich in der Einleitung diese Bilderreihe als eine nur flüchtige Skizze des historischen Entwickelungsganges, dessen sich die Dachformen seit der frühesten Zeit bis jetzt zu erfreuen hatten, hin, so gewährt sie uns trotz ihrer Dürftigkeit einen vergleichenden Blick, indem sie uns zeigt, wie innig diese Formen zusammenhängen mit dem aus dem jeweiligen Culturzustande der Nationen hervorgegangenen Geschmacke.

Digitized by Google

Die kolossalen Felsenmassen der indischen Tempel bedurften an sich selbst keines schützenden Daches, wurden aber dennoch an ihrer Spitze mit einer Bekrönung verziert, welche bei späteren unter gleichem das wirkliche Dach entbehrlich machenden Himmelsstriche lebenden Völkern die Idee zu einem solchen erzeugt zu haben scheint; denn die persische Kuppel ist nicht durch klimatische Verhältnisse geboten, und das chinesische Dach steht seiner Gestalt und Anwendung zufolge über der bloßen Nothwendigkeit; in dem milden Griechenlande war das Dach zwar kein großes Bedürfniß und doch wurde die antike Säulenstellung durch einen flachen Giebel in ihrem herrlichen Schmucke vollendet, und es ging diese Dachform auch auf andere Bauwerke über; so finden wir nach ihr am choragischen Monumente die achtseitige Pyramide gebildet.

Die mächtigen und prachtvollen Kuppeln des alten Byzanz (Konstantinopel) machten mit dem jungen Christenthume die Reise durch die sich civilisirende Welt, sie waren vom großen Kirchenbaue fast nicht zu trennen; inzwischen entwickelte sich für sie im Abendlande nicht nur eine andere Grundform, das Achteck (z. B. am Dome zu Worms u. a.), sondern sie verlor auch mit den höher strebenden Verhältnissen des germanisirten Baustyles ihr ursprüngliches Profil, indem sie sich nicht mehr kugelförmig abrundete, sondern (nach Art der persischen Kuppel) in einer Spitze endigte, während sie in Rußland (z. B. am Kreml zu Moskau) mit einer Menge Polyeder und spiralförmig anlaufender Wulste, also mit ihr völlig fremden Elementen, versehen wurde.

Hatten die Wohnhäuser im Oriente platte, zum Begehen eingerichtete Decken, so erhielten dieselben in Italien schon etwas mehr Neigung und ebenso versahen die in Spanien eingedrungenen kunstsinnigen Mauren ihre später durch das fanatische Christenthum zerstörten und verstümmelten Bauwerke mit einem flachen Dache.

Während sich in dem Alpengebirge das einfache, kunstlose Schweizerdach bescheiden entfaltete, erhob sich in den nördlicher gelegenen Nachbarlanden das hohe, steile Dach, nicht allein auf den Kirchen und deren Thürmen, sondern auch auf anderen öffentlichen und Privathäusern, welche aber, bald nicht mehr schön befunden, durch theils bis zur halben, theils zur ganzen Höhe aufgeführte, häufig auch sehr schön und reich verzierte Giebelmauern verdeckt wurden. Daß diese altdeutschen Riesendächer nur

Digitized by Google

auf gewaltigen, zwei- bis dreimal übereinander sich wiederholenden Dachstühlen, und diese letzteren nur auf dicken Mauern ruhen konnten, ist bekannt. Wie der geharnischte Rittersmann, so schwer und ernst, und doch so reizend, stehen die Bauten des Mittelalters vor uns!

Wie im siebenzehnten und achtzehnten Jahrhunderte das civilisirte Europa von Paris aus mit Zopf und Puderbeutel beglückt wurde, so empfing es nebst vielen anderen Dingen das Mansardedach, welches, als zu kostspielig und unpraktisch, dem einfacheren deutschen Winkeldache Platz machen mußte.

Der menschliche Geist hat aber niemals Rast und Ruhe, von einer Stufe zur anderen treibt er die Künste und Wissenschaften; er bemüht sich, mit dem Nothwendigen das Nützliche und Schöne zu verbinden, sowie das Unschöne und Unnütze zu beseitigen. Also auch schwindet das Dach immer mehr zusammen, und verschwindet bald ganz, indem es als flaches Dach, bald von Schiefer, oder Metall, bald von künstlicher Masse bedeckt, das auffallende Regenwasser nach einem oft ganz besonders dazu angelegten Hofe leitet, und so entweder einen gut zu benutzenden Bodenraum, oder noch eine Reihe bequemer Wohnungen darbietet. Bei der immer größer werdenden Menschenmenge ist nicht nur das Bedürfniß, Wohnungen zu bauen, ein sehr fühlbares, sondern die Nothwendigkeit gebietet nicht minder, dieselben möglichst billig herzustellen, und der gegenwärtige Culturzustand stellt deshalb an unsere Baumeister die Forderung, immer andere schöne Formen aufzufinden. — Eine Folge des hieraus entspringenden Bestrebens ist, daß das in früheren Zeiten stolz und oft himmelhoch emporragende Dach bald auf ein Minimum reducirt, bald als sichtbares, charakterisirendes Element gar nicht benutzt wird.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

Druck von Fr. Tantz in Weimar.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google